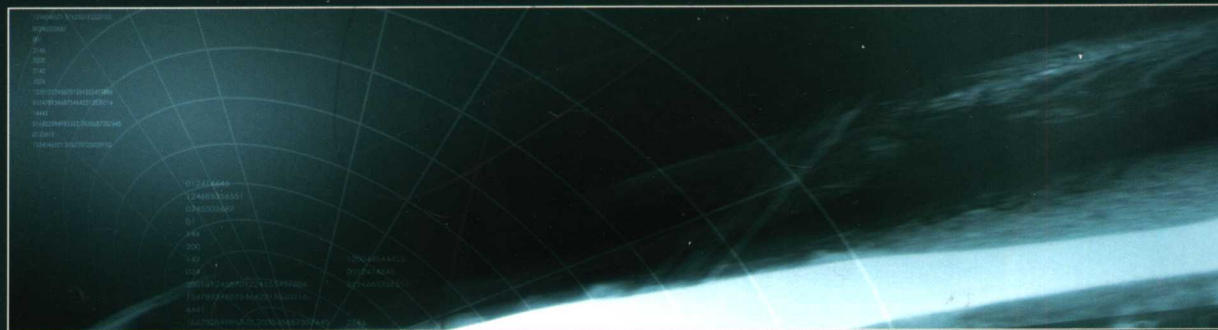


21 世纪高等院校电子类课程系列教材

信号与线性系统分析基础

XINHAO YU XIANXING XITONG FENXI JICHU

✶ 林 梓 刘秀环 王海燕 编著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

21 世纪高等院校电子类系列教材

信号与线性系统分析基础

林 梓 刘秀环 王海燕 编著

北京邮电大学出版社
· 北京 ·

内 容 简 介

本书较为系统地介绍了信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。

全书共分为9章,即信号与系统的基本概念;连续系统的时域分析,包括卷积积分;连续信号的频域分析即傅里叶变换;连续系统的频域分析;连续系统的复频域分析即拉普拉斯变换;离散信号及系统的时域分析;离散信号及系统的频域分析即Z变换;状态变量分析及Matlab软件在信号与系统分析中的应用。

本书各章均附有与内容相配套的例题及习题,并在书末附有部分习题答案,以利于读者对基本内容的理解和自学。

本书可作为通信、电子信息、光通信科学与技术、控制类的各种专业本科生的专业基础教学用书,也可供从事相关专业的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统分析基础/林梓,刘秀环,王海燕编著. —北京:北京邮电大学出版社,2004

ISBN 7-5635-0867-8

I. 信... II. ①林... ②刘... ③王... III. ①信号理论②线性系统—系统分析 IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第138458号

书 名: 信号与线性系统分析基础

编 著: 林 梓 刘秀环 王海燕

责任编辑: 李欣一

出 版 者: 北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路10号) 邮编:100876

电话:(010)62282185(发行部) 传真:(010)62283578

邮购热线:(010)62286956 传真:(010)62286956

www.buptpress.com E-mail:publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京源海印刷有限责任公司

开 本: 787 mm×1092 mm 1/16

印 张: 18

字 数: 447千字

印 数: 1—5 000册

版 次: 2005年1月第1版 2005年1月第1次印刷

ISBN 7-5635-0867-8/TN·356

定 价:28.00元

• 如有质量问题请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

前 言

信号与系统是通信、电子信息、光通信科学与技术、控制类本科学生必修的一门专业基础课。该课程的地位在学生本科4年的学习过程中是举足轻重的。该课程中所涉及的内容是学生学习后续专业课的基础。

本书是依据国家工科“信号与系统”教学指导委员会2004年8月所制定的本课程的基本要求组织进行编写的。其主要任务是研究信号与系统的基本概念、基本理论、基本分析方法;即包括时域卷积分析法、傅里叶变换分析法、拉普拉斯变换分析法、 z 变换分析法、状态变量分析法。宗旨是为后续专业课程奠定必要的基础理论。

编写本书的基本原则是:

1. 贯彻工科专业基础课教材立足于“实事求是、打好基础、精选内容、利于教学”的指导思想,从授课的对象出发,考虑实际授课学时,兼顾课程自身广度与深度的关系,兼顾课程内容所涉及的数学理论与工程实际的关系,有针对性地为学生奠定好基础理论。

2. 本书的体系结构符合由浅入深、循序渐进的认识规律,先连续系统后离散系统;对信号和系统先进行时域分析后变换域分析等。同时在编写的过程中,注意在基本概念的文字表达上力求准确易懂,注意重点突出,难点分散。

3. 满足学生几年来的愿望,编写一本符合他们实际情况的教材。因此有一些扩展内容没有写进此书中,读者可根据需要查阅其他相关书籍。

4. 本书在每章结束后,编有教师导航及思考问题的内容,这主要是为方便学生在学习每一部分后,对该部分内容进行概括和总结,并对由此引发的新问题进行思考。这样有助于启发学生独立思考的能力及分析、解决问题的能力。

5. 适应学生计算机编程能力的培养,本书在第9章中编写了应用Matlab软件对信号和系统进行分析的内容,并配有相应的程序和习题,以使学生对信号和系统中的许多重要的概念有较为直观的认识。

参加本书编写工作的有:林梓(第1、2、3、4、8章)、刘秀环(第6、7章)、王海燕(第5、9章)。全书由林梓统稿。本书在编写过程中得到吉林大学通信工程学院领导及相关同志的大力支持和帮助,提出许多宝贵意见,编者在此一并表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限,书中错误与不妥之处在所难免,敬请广大的读者给予批评指正。

林梓 刘秀环 王海燕
于吉林大学通信工程学院
2004年11月

目 录

第 1 章 信号与系统的基本概念

1.1 信号及其描述方式	1
1.1.1 信号	1
1.1.2 信号的描述方式	1
1.2 信号的分类	1
1.3 常用单元信号	3
1.3.1 常用连续信号	3
1.3.2 常用奇异信号	5
1.4 信号的运算	11
1.4.1 信号和、积运算	11
1.4.2 信号时移运算	11
1.4.3 信号尺度变换	12
1.4.4 信号反转运算	12
1.4.5 信号微、积分运算	13
1.5 信号的分解与合成	15
1.6 系统及其描述方式	16
1.6.1 系统	16
1.6.2 系统的描述方式	17
1.7 系统的分类	18
1.7.1 因果与非因果系统	18
1.7.2 连续与离散系统	19
1.7.3 即时与动态系统	19
1.7.4 时变与非时变系统	19
1.7.5 线性与非线性系统	19
习题 1	22
教师导航	27

第 2 章 连续系统的时域分析

2.1 线性系统的数学模型及其解	28
2.1.1 LTI 系统数学模型的建立	28
2.1.2 微分方程的经典解	29
2.1.3 零输入响应与零状态响应	32
2.1.4 系统全响应求解实例	33
2.2 冲激响应和阶跃响应	36
2.2.1 系统的冲激响应	36

2.2.2 单位冲激响应的求法	37
2.2.3 阶跃响应及其求法	41
2.3 系统零状态响应——卷积积分	42
2.3.1 任意信号 $f(t)$ 均可用一系列连续冲激信号之和来表示	42
2.3.2 任意信号 $f(t)$ 作用下系统的零状态响应	44
2.3.3 求解卷积的方法	45
2.4 卷积运算的性质	47
2.4.1 卷积代数	47
2.4.2 卷积积分的微、积分性质	49
2.4.3 卷积积分的再现性	50
习题 2	51
教师导航	57
第 3 章 连续信号的频谱——傅里叶变换	
3.1 任意信号分解为正交函数	58
3.2 周期信号的傅里叶级数	58
3.2.1 三角函数形式的傅里叶级数	58
3.2.2 傅里叶级数的性质	60
3.2.3 指数形式的傅里叶级数	64
3.3 周期矩形脉冲的频谱分析	66
3.3.1 频谱的概念	66
3.3.2 周期矩形脉冲信号的频谱	67
3.3.3 周期矩形脉冲频谱结构分析	68
3.3.4 周期信号频谱的特点	69
3.4 非周期信号频谱——傅里叶变换	70
3.4.1 频谱密度函数	70
3.4.2 单元信号的傅里叶变换	72
3.5 傅里叶变换性质	75
3.5.1 傅里叶变换性质	75
3.5.2 周期信号的傅里叶变换	84
3.6 能量谱和功率谱 帕塞瓦尔定理	85
3.6.1 周期信号的功率谱、帕塞瓦尔恒等式	85
3.6.2 非周期信号的能量谱、帕塞瓦尔定理	86
习题 3	87
教师导航	93
第 4 章 连续系统的频域分析	
4.1 系统函数	95
4.2 非正弦周期信号通过 LTI 系统的稳态分析	96
4.3 非周期信号通过 LTI 系统的瞬态分析	98
4.4 信号无失真传输条件	99

4.4.1 无失真概念	99
4.4.2 无失真传输系统的条件	99
4.5 理想低通滤波器的冲激响应与阶跃响应	101
4.5.1 理想低通滤波器的冲激响应	101
4.5.2 理想低通滤波器的阶跃响应	102
4.6 抽样定理	102
4.6.1 抽样的概念	102
4.6.2 时域抽样	104
4.6.3 时域抽样定理	104
4.6.4 频域抽样及其抽样定理	106
习题 4	107
教师导航	111

第 5 章 连续时间信号与系统的复频域分析

5.1 拉普拉斯变换	112
5.1.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换	112
5.1.2 收敛域	113
5.2 单元信号的拉普拉斯变换	114
5.3 拉普拉斯变换的性质	115
5.3.1 线性性质	115
5.3.2 时间右移性质	115
5.3.3 尺度变换性质	116
5.3.4 复频移性质	117
5.3.5 时域微分性质	118
5.3.6 时域积分性质	118
5.3.7 s 域微分性质	119
5.3.8 s 域积分性质	120
5.3.9 卷积定理	120
5.3.10 初值定理	120
5.3.11 终值定理	121
5.4 拉普拉斯反变换	123
5.4.1 简单函数的拉普拉斯反变换	123
5.4.2 部分分式展开	123
5.4.3 待定系数的求法	124
5.4.4 围线积分法	127
5.5 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	128
5.6 连续时间系统的复频域分析	129
5.6.1 微分方程的复频域求解	129
5.6.2 电路的 s 域模型	130
5.6.3 系统的 s 域框图	133

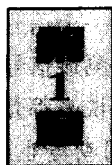
5.7 系统函数	134
5.7.1 系统函数的概念	134
5.7.2 系统函数的求解	134
5.7.3 系统互联的系统函数	135
5.8 系统函数的零极点分析	136
5.8.1 系统函数的零极点	136
5.8.2 由系统函数极点分布确定系统冲激响应的模式	137
5.8.3 系统稳定性的判定	139
5.8.4 系统的因果性	140
习题 5	140
教师导航	144
第 6 章 离散时间信号与系统的时域分析	
6.1 离散时间信号	145
6.1.1 离散时间信号的基本概念及其描述方法	145
6.1.2 常用离散信号	146
6.1.3 离散信号的基本运算	149
6.2 离散时间系统	150
6.2.1 离散时间系统的描述	150
6.2.2 离散系统数学模型的建立	151
6.2.3 离散系统的分类	152
6.3 常系数线性差分方程的求解	153
6.3.1 差分方程的齐次解	153
6.3.2 差分方程的特解	155
6.3.3 零输入响应、零状态响应和全响应	157
6.4 离散系统的单位样值响应	158
6.4.1 递推法	159
6.4.2 冲激平衡法	159
6.5 离散系统的零状态响应——卷积和	161
6.5.1 卷积和的定义	161
6.5.2 卷积和的性质	162
6.5.3 卷积和的图解法	162
6.5.4 离散系统的零状态响应	164
习题 6	166
教师导航	170
第 7 章 z 变换和离散时间系统的 z 域分析	
7.1 z 变换	171
7.1.1 z 变换的定义	171
7.1.2 z 变换的收敛域	172
7.1.3 单元序列的 z 变换	173

7.2 z 变换的基本性质	175
7.2.1 线性性质	175
7.2.2 移序性质	176
7.2.3 z 域微分	179
7.2.4 z 域积分	179
7.2.5 z 域尺度变换	181
7.2.6 时域卷积定理	181
7.2.7 初值定理	183
7.2.8 终值定理	183
7.3 z 反变换	185
7.3.1 根据 z 变换性质求原序列	185
7.3.2 幂级数展开法	186
7.3.3 部分分式展开法	187
7.3.4 围线积分法	190
7.4 z 域分析	190
7.4.1 差分方程的变换解	190
7.4.2 系统函数 $H(z)$	193
7.4.3 系统的 z 域框图	195
7.4.4 s 域和 z 域的关系	196
7.4.5 离散系统的稳定性和因果性	198
习题 7	199
教师导航	205
第 8 章 状态变量分析法	
8.1 信号流图	206
8.1.1 信号流图	206
8.1.2 信号流图的性质	207
8.1.3 信号流图的代数运算	207
8.2 用信号流图模拟系统	208
8.2.1 直接实现	208
8.2.2 级联和并联的实现	209
8.3 状态变量分析法	212
8.3.1 状态及状态变量	212
8.3.2 状态方程、输出方程及其建立	213
8.4 状态方程的求解	220
8.4.1 连续系统状态方程的求解	220
8.4.2 离散系统状态方程的求解	222
习题 8	224
教师导航	227

第9章 MATLAB 在信号与系统分析中的应用

9.1 MATLAB 基础知识	228
9.1.1 基本概念	228
9.1.2 矩阵的创建、保存和矩阵下标	229
9.1.3 向量的生成	231
9.1.4 矩阵与数组的初等运算	231
9.1.5 关系运算与逻辑运算	233
9.1.6 符号运算	233
9.1.7 M 文件	233
9.1.8 二维绘图	234
9.2 连续信号的时域分析	235
9.2.1 连续时间信号的表示	235
9.2.2 连续时间信号的运算	239
9.3 连续时间系统的时域分析	241
9.3.1 系统的冲激响应	241
9.3.2 LTI 系统的响应	242
9.4 连续信号的频谱	244
9.4.1 周期信号的频谱	244
9.4.2 傅里叶变换	245
9.5 连续系统的复频域分析	248
9.5.1 拉普拉斯变换曲面图	248
9.5.2 系统函数	248
9.5.3 零极点的绘制	249
9.5.4 拉普拉斯反变换	250
9.6 离散信号和系统	252
9.6.1 离散时间信号的表示	252
9.6.2 离散时间信号的运算	253
9.6.3 差分方程	254
9.6.4 离散系统零极点的绘制	257
9.6.5 z 反变换	258
习题 9	259
教师导航	260
部分习题答案	261

信号与系统的基本概念



在现代社会中,人们广泛地涉足信号与系统的问题。特别是随着近代科学技术的发展,大规模、超大规模集成电路的出现,数字计算机的广泛应用,使得信号与系统日益复杂和综合,从而大大促进了其理论研究的发展。

在系统理论研究中主要包括两大任务:其一是系统分析;其二是系统综合。而作为系统分析主要是处理整个系统与输入及输出信号的关系,以完成系统所具有的功能;系统综合则应是为达到预期输出的目的而完成对物理模型的建立。

系统的概念是广义的,它极其广泛地出现在各个领域。本书仅限于对电信号及电系统的分析。

1.1 信号及其描述方式

1.1.1 信号

所谓信号,广义地说它是随时间变化的物理量,是传递和记录信息的一种工具。从数学的角度而言,它可以看成是一个或多个独立变量的函数表达式。从通信技术角度而言,是借助电、光、声信号将文字、图像、语音、数码等等信息从甲地传递到乙地或对不同信号进行各种形式的处理。本书中的电信号主要是指随时间或频率变化的电压量及电流量。

1.1.2 信号的描述方式

信号的描述方式主要有两种:一种是解析函数表达形式;另一种是图像表达形式。信号的独立变量与其函数的依托关系是多种形式的,如以时间特征量作为自变量来表示信号则称之为时域表示法,即把一个信号随时间变化的规律用 $f=f(t)$ 的解析函数表达式描述出来,或通过图像的形式描述出来。

若以频率特征量作为自变量来描述信号则称之为频域表示法。这种信号既可以用解析函数表示也可以用图像表示。

1.2 信号的分类

由语音、图像、数码等形成的电信号,其形式是多种多样的,根据其本身的特征,可进行如下分类:

1. 确定与随机信号

如果信号可以表示为一个或几个自变量的确定函数,则称此信号为确定信号,例如正弦

信号、阶跃信号等等。

如果一个信号在发生以前无法确切地知道它的波形,即该信号没有确定的函数表达式,而只能预测该信号对某一数值的概率,这样的信号称之为随机信号。如,信息传输过程中的信号严格说来都是随机的,因为这种信号中包含着干扰和噪声。

2. 周期与非周期信号

如果一个信号每隔固定的时间 T 精确地再现该信号的本身则称此为周期信号。周期信号具有两大特点:即周而复始且无始无终。一个时间周期信号的表达式为

$$f(t) = f(t \pm nT) \quad n=0,1,2,\dots \quad (1.2.1)$$

满足此式的最小 T 值为信号的周期。只要给出该信号在一周期内的变化过程,便可以确定它在任一时刻的数值。

作为非周期信号则无固定时间长度的周期。如通信系统中测试所采用的正弦波,雷达中的矩形脉冲都是周期信号,而语音波形、开关启闭所造成的瞬态则是非周期信号。

3. 连续与离散信号

连续与离散信号也可称之为模拟与数字信号。如果一个信号在所讨论的时间内随其时间的变化除个别(有限)不连续点外,其他点均连续,则称此为连续信号。

离散信号是指信号只在某些不连续时刻上有定义,而在其他时刻信号无定义。如电传打字机输出的电信号、电子计算机输出的脉冲信号都是离散信号;电话机输出的语音信号是连续信号。图 1.1(a)所示信号即为连续信号,而图 1.1(b)则是离散信号。

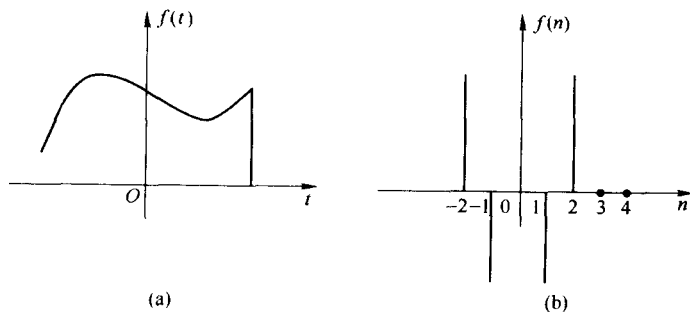


图 1.1 连续与离散信号

4. 能量与功率信号

能量信号是一个脉冲式信号,它通常只存在于有限的时间间隔内。当然还有一些信号它们存在于无限时间间隔内,但其能量的主要部分集中在有限时间间隔内,对于这样的信号也称之为能量信号。图 1.2 所示的是某些能量信号。

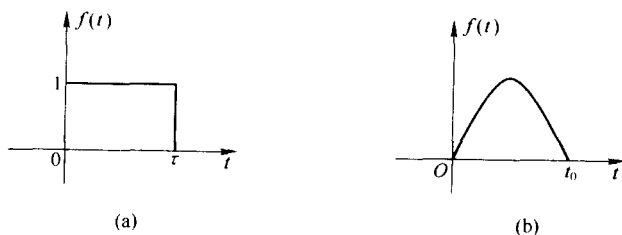


图 1.2 某些能量信号

作为能量信号在 $(-\infty, \infty)$ 时间间隔内在 1Ω 电阻上所消耗的能量可定义为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt < \infty \quad (1.2.2)$$

其中, $f(t)$ 既可为电压信号, 也可为电流信号。

当时间间隔趋于无限时, 其在 1Ω 电阻上所消耗的能量也趋于无穷大, 但在 1Ω 电阻上消耗的平均功率是大于零的有限值, 则这样的信号为功率信号。作为功率信号, 其平均功率可定义为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1.2.3)$$

由此可概括为, 若信号 $f(t)$ 能量有限, 即 $0 < E < \infty$, 此时 $P=0$, 则称该信号为能量信号; 若信号 $f(t)$ 功率有限, 即 $0 < P < \infty$, 此时 $E=\infty$, 则称该信号为功率信号。

对于周期信号, 其能量随着时间的增加可以趋于无限, 但功率是有限值, 所以周期信号属于功率信号, 当然功率信号还包含当 $|t| \rightarrow \infty$ 时功率仍为有限值的一些非周期信号, 如图 1.3 所示。

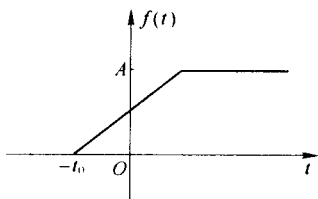


图 1.3 非周期的功率信号

例 1.1 判断下列信号是能量信号还是功率信号?

(1) $f_1(t) = e^{-\alpha} U(t) \quad \alpha > 0$ (2) $f_2(t) = e^{-t}$

解

$$\begin{aligned} (1) \quad E &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T [e^{-\alpha} U(t)]^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^{\infty} e^{-\alpha} dt = \alpha e^{-\alpha} \Big|_0^{\infty} \\ &= \alpha \end{aligned}$$

$$P = 0$$

$$\begin{aligned} (2) \quad E &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T (e^{-t})^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2t} dt \\ &= -\frac{1}{2} e^{-2t} \Big|_{-\infty}^{\infty} \\ &= \infty \end{aligned}$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E = \infty$$

故信号 $f_1(t)$ 为能量信号, 而 $f_2(t)$ 是一个既非能量信号又非功率信号。

1.3 常用单元信号

对于实际信号而言大部分都是不同形式的复杂信号, 它们是由常用的基本单元信号组合而成的。因此了解常用单元信号是非常必要的。

1.3.1 常用连续信号

1. 正弦信号

正弦信号的表达式为

$$f(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.3.1)$$

式中, A 为振幅; ϕ 为初位相; ω 为角频率。它是周期为 T 的周期信号, 它与频率 ν 及角频率 ω 的关系为

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.3.2)$$

其图像如图 1.4 所示。

2. 指数信号

指数信号的表达式为

$$f(t) = Ae^{\alpha t} \quad -\infty < t < \infty \quad (1.3.3)$$

其中, α 为任意常数。

当 $\alpha > 0$ 时, $f(t)$ 随 t 增大而呈指数增大; 当 $\alpha < 0$ 时, $f(t)$ 随 t 增大呈指数衰减; 当 $\alpha = 0$ 时, $f(t) = A$ (常数), 其图像如图 1.5 所示。

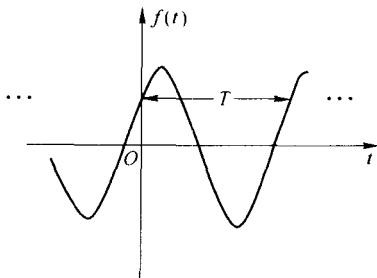


图 1.4 正弦信号

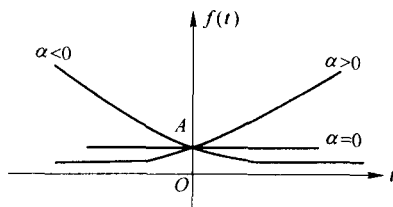


图 1.5 指数信号

当指数信号 $e^{\alpha t}$ 中的 α 为一复数 s 时, 该信号称之为复指数信号, 其表达式为

$$f(t) = Ae^{st} \quad (1.3.4)$$

式中 $s = \alpha + j\omega$ 。由欧拉公式, 可将复指数信号分解为实部和虚部两部分, 即: $e^{st} = e^{(\alpha + j\omega)t} = e^{\alpha t} e^{j\omega t} = e^{\alpha t} (\cos \omega t + j \sin \omega t)$ 。其中实部包含余弦信号, 虚部包含正弦信号。而 s 的实部 α 表示了正弦和余弦振幅随时间变化的情况。当 $\alpha > 0$ 时为增幅振荡信号; 当 $\alpha < 0$ 时为减幅振荡信号; 当 $\alpha = 0$ 时为等幅振荡信号。当 s 的实部 $\alpha = 0$ 时, 复指数信号 e^{st} 将变化为纯虚指数信号 $e^{j\omega t}$ 。

3. 高斯信号

高斯信号的表达式为

$$f(t) = Ee^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \quad (1.3.5)$$

其图像如图 1.6 所示。该信号随时间 $t \rightarrow \pm\infty$ 而趋于零。

4. 抽样信号

抽样信号的表达式为

$$f(t) = \frac{\sin t}{t} = \text{Sa}(t) \quad (1.3.6)$$

其图像如图 1.7 所示。

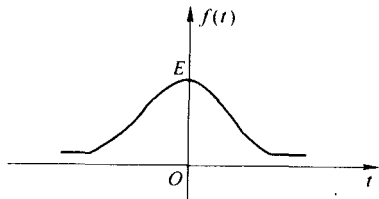


图 1.6 高斯信号

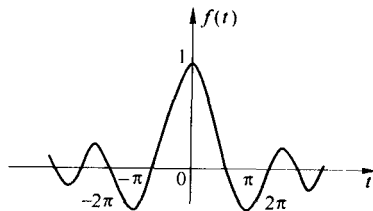


图 1.7 抽样信号

该信号具有如下性质:

(1) 当 $t=0$ 时

$$\text{Sa}(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1 \quad (1.3.7)$$

(2) 当 $\text{Sa}(t)=0$ 时, 可有

$$t = \pm k\pi, k=1, 2, 3, \dots \quad (1.3.8)$$

由此式即可确定抽样信号的零值点。

(3) 该信号呈现与时间 t 反比衰减振荡的变化趋势。

(4) 该信号是关于时间 t 的偶函数, 即

$$\text{Sa}(t) = \text{Sa}(-t) \quad (1.3.9)$$

(5) 该信号在 $\pm\infty$ 区间的积分值为有限值, 即

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \pi \quad (1.3.10)$$

1.3.2 常用奇异信号

1. 奇异信号

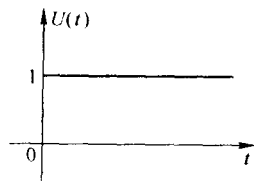
若某一信号本身存在不连续点(跳变点)或其导数与积分存在不连续点, 则称此信号为奇异信号。一般来说, 奇异信号都是实际信号的理想化模型。

2. 常用奇异信号

(1) 单位阶跃信号 $U(t)$

单位阶跃信号定义为

$$U(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1.3.11)$$



其图像如图 1.8 所示。

图 1.8 单位阶跃信号

如果信号在 $t > 0$ 取值为 A , $t < 0$ 取值为零, 则将其定义为阶跃信号, 如图 1.9(a) 所示; 如果信号在 $t < 0$ 取值为 A , $t \geq 0$ 后取值为零, 则称之为反转的阶跃信号, 其图像如图 1.9(b) 所示。

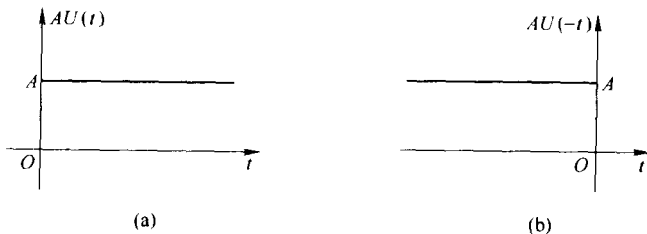


图 1.9 阶跃信号及反转阶跃信号

阶跃信号在信号分析中的作用主要是用来描述信号在某一时刻的转换。如果将此信号作为信号源放入电路中, 就相当于起到一个开关换路作用。因此也常称此信号为“开关”函数。此外该信号还具有对其他信号进行截取的作用, 例如, 图 1.10(a) 所示的正弦信号 $f(t)$

是一个无始无终、重复出现的周期信号,而图 1.10(b)则给出了被截取之后的单边正弦信号 $f(t)U(t)$ 。

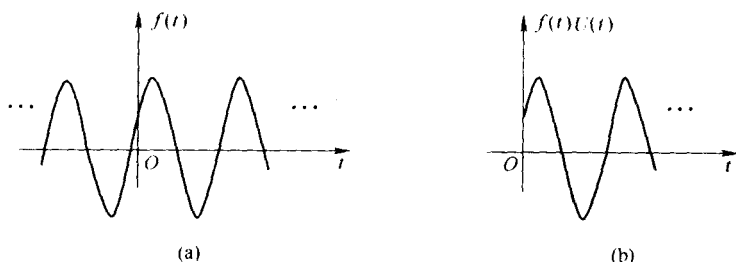


图 1.10 被截取的正弦信号

(2) 门信号 $g_\tau(t)$ (矩形信号)

门信号表达式为

$$g_\tau(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1.3.12)$$

图像如图 1.11 所示。其信号下标 τ 表示门信号的宽度。它仍是奇异信号的一种。该信号也可以用阶跃信号来表示,即

$$g_\tau(t) = U\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - U\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (1.3.13)$$

它是通过阶跃及延迟阶跃信号来截取的。

(3) 单位冲激信号 $\delta(t)$

单位冲激信号定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

且

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.3.14)$$

其图像如图 1.12 所示。

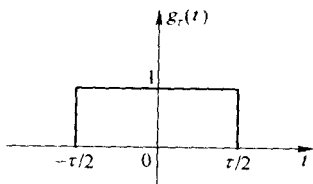


图 1.11 门信号

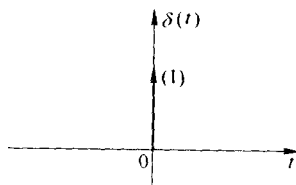


图 1.12 单位冲激信号

式(1.3.14)表明:该信号仅在 $t=0$ 的瞬间存在,且在无穷小的时间间隔上取值为无穷大,但积分值为有限值。图 1.12 中信号的箭头即表示该信号的积分值等于 1,通常将其积分值称之为冲激强度。

当冲激信号在 $(-\infty, \infty)$ 区间的积分值为任意常数 A 时,则称此为强度为 A 的冲激信

号,用 $A\delta(t)$ 表示,其图像如图 1.13 所示。

实际上,冲激信号是通过对某些满足一定条件的规则信号的极限来定义的。最简单的极限过程如图 1.14 所示的矩形脉冲 $f(t)$,其脉冲宽度为 τ ,幅度为 $1/\tau$ 。如果减小脉宽 τ ,则幅度 $1/\tau$ 必然增大,但作为矩形脉冲的面积是不变的。当取 τ 趋于零的极限时,其脉宽趋于无穷小,而幅度趋于无穷大,但二者乘积的极限却趋于一个有限值,即 $f(t)$ 与横轴 t 所围成面积恒为 1。这个矩形脉冲在 $t \rightarrow 0$ 时的极限情况就是单位冲激信号 $\delta(t)$,该极限的数学表达式为

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} f(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left[U\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - U\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] \quad (1.3.15)$$

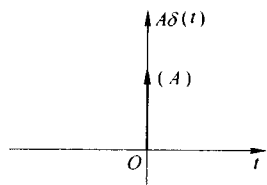


图 1.13 强度为 A 的冲激信号

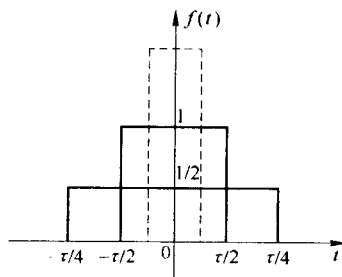


图 1.14 矩形脉冲的极限为冲激信号

冲激信号具有如下性质:

① 时移性质

如果单位冲激信号发生在 $t=t_0$ 处,则该信号称为时移冲激信号。其表达式为

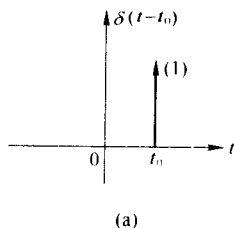
$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = t_0 \\ 0 & t \neq t_0 \end{cases}$$

且

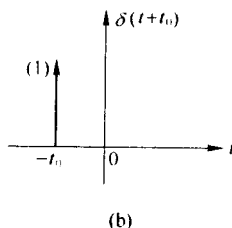
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1 \quad (1.3.16)$$

其图像如图 1.15(a)所示。

冲激信号既可以沿时间轴右移也可以左移,如图 1.15(b)所示。



(a)



(b)

图 1.15 时移的冲激信号

② 抽样性质

按照广义函数的理论 $\delta(t)$ 也可定义为