



高等院校规划教材

管庶安 主 编

数字逻辑基础

注重学科体系的完整性，兼顾考研学生需要
强调理论与实践相结合，注重培养专业技能



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

21 世纪高等院校规划教材

数字逻辑基础

管庶安 主编

中国水利水电出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了数字逻辑的基本原理与设计方法。全书共 7 章：逻辑代数基础、逻辑门与组合逻辑、触发器与时序逻辑分析、时序逻辑设计、半导体存储器、可编程逻辑器件及开发、信号产生与变换。

本书特点是由实例引入理论与方法，再加以归纳、总结和运用巩固；另一特点是从第 2 章开始的设计举例中按照由简易到深入的学习规律逐步引入 MAX+plus II 工具，目的是使理论尽快地得到验证与运用，增加学习的趣味性。书中的实例大多取材于计算机中最常用的逻辑单元，并提供电子设计文档。

本书为普通高等学校计算机、电子类专业数字逻辑课程教材，也适合成人高校、高职高专和民办院校计算机及相关专业的学生或教师选用。

本书配有免费电子教案，读者可从中国水利水电出版社网站下载，网址：
<http://www.waterpub.com.cn/softdown/>。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字逻辑基础 / 管庶安主编. —北京：中国水利水电出版社，2005
(21 世纪高等院校规划教材)
ISBN 7-5084-2915-X

I. 数… II. 管… III. 数字逻辑—高等学校—教材 IV. TP302.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 077566 号

书 名	数字逻辑基础
作 者	管庶安 主编
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)、82562819 (万水)
经 售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京市天竺颖华印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 14.5 印张 352 千字
版 次	2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷
印 数	0001—5000 册
定 价	22.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

序

随着计算机科学与技术的飞速发展,计算机的应用已经渗透到国民经济与人们生活的各个角落,正在日益改变着传统的人类工作方式和生活方式。在我国高等教育逐步实现大众化后,越来越多的高等院校会面向国民经济发展的第一线,为行业、企业培养各级各类高级应用型专门人才。为了大力推广计算机应用技术,更好地适应当前我国高等教育的跨越式发展,满足我国高等院校从精英教育向大众化教育的转变,符合社会对高等院校应用型人才培养的各类要求,我们成立了“21世纪高等院校规划教材编委会”,在明确了高等院校应用型人才培养模式、培养目标、教学内容和课程体系的框架下,组织编写了本套“21世纪高等院校规划教材”。

众所周知,教材建设作为保证和提高教学质量的重要支柱及基础,作为体现教学内容和教学方法的知识载体,在当前培养应用型人才中的作用是显而易见的。探索和建设适应新世纪我国高等院校应用型人才体系需要的配套教材已经成为当前我国高等院校教学改革和教材建设工作面临的紧迫任务。因此,编委会经过大量的前期调研和策划,在广泛了解各高等院校的教学现状、市场需求,探讨课程设置、研究课程体系的基础上,组织一批具备较高的学术水平、丰富的教学经验、较强的工程实践能力的学术带头人、科研人员和主要从事该课程教学的骨干教师编写出一批有特色、适用性强的计算机类公共基础课、技术基础课、专业及应用技术课的教材以及相应的教学辅导书,以满足目前高等院校应用型人才的需要。本套教材消化和吸收了多年来已有的应用型人才培养的探索与实践成果,紧密结合经济全球化时代高等院校应用型人才工作的实际需要,努力实践,大胆创新。教材编写采用整体规划、分步实施、滚动立项的方式,分期分批地启动编写计划,编写大纲的确定以及教材风格的定位均经过编委会多次认真讨论,以确保该套教材的高质量和实用性。

教材编委会分析研究了应用型人才与研究型人才在培养目标、课程体系和内容编排上的区别,分别提出了3个层面上的要求:在专业基础类课程层面上,既要保持学科体系的完整性,使学生打下较为扎实的专业基础,为后续课程的学习做好铺垫,更要突出应用特色,理论联系实际,并与工程实践相结合,适当压缩过多过深的公式推导与原理性分析,兼顾考研学生的需要,以原理和公式结论的应用为突破口,注重它们的应用环境和方法;在程序设计类课程层面上,把握程序设计方法和思路,注重程序设计实践训练,引入典型的程序设计案例,将程序设计类课程的学习融入案例的研究和解决过程中,以学生实际编程解决问题的能力为突破口,注重程序设计算法的实现;在专业技术应用层面上,积极引入工程案例,以培养学生解决工程实际问题的能力为突破口,加大实践教学内容的比重,增加新技术、新知识、新工艺的内容。

本套规划教材的编写原则是:

在编写中重视基础,循序渐进,内容精炼,重点突出,融入学科方法论内容和科学理念,反映计算机技术发展要求,倡导理论联系实际和科学的思想方法,体现一级学科知识组织的层次结构。主要表现在:以计算机学科的科学体系为依托,明确目标定位,分类组织实施,兼容互补;理论与实践并重,强调理论与实践相结合,突出学科发展特点,体现

学科发展的内在规律；教材内容循序渐进，保证学术深度，减少知识重复，前后相互呼应，内容编排合理，整体结构完整；采取自顶向下设计方法，内涵发展优先，突出学科方法论，强调知识体系可扩展的原则。

本套规划教材的主要特点是：

(1) 面向应用型高等院校，在保证学科体系完整的基础上不过度强调理论的深度和难度，注重应用型人才的专业技能和工程实用技术的培养。在课程体系方面打破传统的研究型人才培养体系，根据社会经济发展对行业、企业的工程技术需要，建立新的课程体系，并在教材中反映出来。

(2) 教材的理论知识包括了高等院校学生必须具备的科学、工程、技术等方面的要求，知识点不要求大而全，但一定要讲透，使学生真正掌握。同时注重理论知识与实践相结合，使学生通过实践深化对理论的理解，学会并掌握理论方法的实际运用。

(3) 在教材中加大能力训练部分的比重，使学生比较熟练地应用计算机知识和技术解决实际问题，既注重培养学生分析问题的能力，也注重培养学生思考问题、解决问题的能力。

(4) 教材采用“任务驱动”的编写方式，以实际问题引出相关原理和概念，在讲述实例的过程中将本章的知识点融入，通过分析归纳，介绍解决工程实际问题的思想和方法，然后进行概括总结，使教材内容层次清晰，脉络分明，可读性、可操作性强。同时，引入案例教学和启发式教学方法，便于激发学习兴趣。

(5) 教材在内容编排上，力求由浅入深，循序渐进，举一反三，突出重点，通俗易懂。采用模块化结构，兼顾不同层次的需求，在具体授课时可根据各校的教学计划在内容上适当加以取舍。此外还注重了配套教材的编写，如课程学习辅导、实验指导、综合实训、课程设计指导等，注重多媒体的教学方式以及配套课件的制作。

(6) 大部分教材配有电子教案，以使教材向多元化、多媒体化发展，满足广大教师进行多媒体教学的需要。电子教案用 PowerPoint 制作，教师可根据授课情况任意修改。相关教案的具体情况请到中国水利水电出版社网站 www.waterpub.com.cn 下载。此外还提供相关教材中所有程序的源代码，方便教师直接切换到系统环境中教学，提高教学效果。

总之，本套规划教材凝聚了众多长期在教学、科研一线工作的教师及科研人员的教学科研经验和智慧，内容新颖，结构完整，概念清晰，深入浅出，通俗易懂，可读性、可操作性和实用性强。本套规划教材适用于应用型高等院校各专业，也可作为本科院校举办的应用技术专业的课程教材，此外还可作为职业技术学院和民办高校、成人教育的教材以及从事工程应用的技术人员的自学参考资料。

我们感谢该套规划教材的各位作者为教材的出版所做出的贡献，也感谢中国水利水电出版社为选题、立项、编审所做出的努力。我们相信，随着我国高等教育的不断发展和高校教学改革的不断深入，具有示范性并适应应用型人才培养的精品课程教材必将进一步促进我国高等院校教学质量的提高。

我们期待广大读者对本套规划教材提出宝贵意见，以便进一步修订，使该套规划教材不断完善。

21 世纪高等院校规划教材编委会
2004 年 8 月

前 言

“数字逻辑”是电子信息类专业学生的重要专业基础课。

本课程的主要目的是，使学生掌握研究与设计数字系统必需的理论基础和基本方法，培养科学、严谨的思维模式，为学习后续课程打下坚实基础。

本课程的主要特点是，理论与实际结合十分紧密。理论既抽象又具体，方法灵活多变。随着电子信息技术的迅猛发展，数字系统的逻辑规模越来越庞大，逻辑关系越来越复杂，这一形势对本课程的教学提出了新的要求。在课程体系上，要求在掌握分析和设计逻辑电路的基本理论和方法的同时，注重从局部与具体向全局与抽象层次的转变，逐步建立起系统的观念。避免如黑格尔批评的那样：“只见树木，不见森林”。在实现方法上，不仅要培养局部逻辑的分析与设计能力，而且要强调由“树木”组织“森林”的综合能力。因此，应充分利用最新科技成果，提高学习效率。

按照上述特点，采用从典型实例出发引入概念的方式，再进行归纳、总结和运用巩固。在方法的运用上，有意识地引导学生从“按部就班”的基本步骤逐步进入到技巧性运用中，充分体现把理论变为实际应用过程的透明性、直观性；对于局部逻辑的分析与设计，突出输入、输出信号的来源、格式及它们之间的因果关系，为构建数字系统埋下伏笔。在系统设计上，强调由模块构建系统的基本方法，在实例中体现系统观念。复杂的数字系统设计已经超出本书的知识范围，但本书在有意识地引入系统的观念方面进行了探索。在本书中，致力于贯穿科学的方法论。

本书系统地介绍了数字逻辑的基本原理与设计方法。为适应当前高等教育的发展形势，结合作者长期的教学实践，在内容安排上进行了调整。全书分为 7 章。第 1 章详细介绍了逻辑代数的基础知识（这是后续章节的直接基础），而没有介绍数制和编码，其用意是避免初学者混淆数值运算与逻辑运算的本质区别，分散对学习逻辑代数的注意力；第 2 章介绍逻辑门与组合逻辑的分析与设计；第 3 章为触发器与时序逻辑分析，这两章将器件及其在电路中的具体运用有机地整合在一起，使读者尽快领略到器件的用武之地，明确学习目的；第 4 章为时序逻辑设计，其特点为从规范的设计步骤逐步推进到灵活运用，并逐步引入工程设计中广泛运用的数字逻辑设计与开发的强大工具——MAX+plus II，其目的是使理论尽快地得到验证与运用，增加学习的趣味性；第 5 章介绍当前广泛应用的各类半导体存储器，并给出了具有实用价值的例子；第 6 章介绍可编程逻辑器件的原理与基本开发技术，并以目前广泛使用的 CPLD 器件为蓝本，以一个初具系统规模的实例，讨论了运用 MAX+plus II 进行开发的步骤及方法；第 7 章简单介绍了信号产生与变换电路的原理，这些知识对于数字系统设计是必须具备的。

本书的举例和各章后所附的习题，大部分取材于实际工程应用，以避免就解释理论而虚构例题，使学习目标更加真实、明确。为了使学习成果及时得到体现，在例题中逐步引入 MAX+plus II 开发工具，对举例进行设计和仿真。MAX+plus II 的图形符号设计方式具有操作规范、直观易学的特点，它不仅是数字系统的工程设计的强大工具，而且也是学习数字逻辑

的有效手段。教学实践表明,对于 MAX+plus II 的初次接触者,只要能熟练操作 Windows 下的一些应用软件,具备绘制逻辑电路的基础,就能运用这一工具实现简单电路的设计及仿真,非常适合电子信息类专业的学生学习。为此,本书从第 2 章开始,按照由简易到深入的学习规律逐步引入这一工具。书中的大部分设计例题通过了 MAX+plus II 的设计与仿真。

本书是作者长期从事数字逻辑教学与科研的结晶。全书主要由管庶安执笔编写,参加本书编写工作的还有张红武、李禹生、刘兵、谢兆鸿、毛哲、周龙、周红、刘光蓉、向云柱、何健等。在本书编写过程中,李鸣、阮灵老师以及邓淑珍、管丹同学为本书的文字校对、绘图、编排等做了大量工作,在此深表谢意。限于作者的学识水平,书中难免存在不妥及疏漏之处,恳请广大同行及专家学者赐教。

作者

2005 年 5 月于武汉

目 录

序

前言

第 1 章 逻辑代数基础	1
本章学习目标	1
1.1 概述	1
1.1.1 数字系统的基本概念	1
1.1.2 数字逻辑技术的主要内容	2
1.2 逻辑代数的基本概念	3
1.2.1 逻辑变量及基本运算	3
1.2.2 逻辑表达式	3
1.2.3 逻辑代数的公理	4
1.3 逻辑函数	6
1.3.1 逻辑函数的定义	6
1.3.2 逻辑函数的表示法	7
1.3.3 复合逻辑	8
1.4 逻辑函数的标准形式	10
1.4.1 最小项及最小项表达式	10
1.4.2 最大项及最大项表达式	11
1.4.3 逻辑函数表达式的转换方法	13
1.4.4 逻辑函数的相等	17
1.5 逻辑代数的重要定理	18
1.5.1 重要定理	18
1.5.2 重要定理与最小项、最大项	19
1.6 逻辑函数化简	20
1.6.1 代数化简法	21
1.6.2 卡诺图化简法	22
1.6.3 列表化简法	27
习题一	34
第 2 章 逻辑门与组合逻辑	36
本章学习目标	36
2.1 逻辑门	36
2.1.1 简单逻辑门电路	36
2.1.2 复合逻辑门电路	40
2.1.3 门电路的主要外特性参数	43

2.1.4	正逻辑与负逻辑.....	44
2.2	组合逻辑电路分析	46
2.2.1	基本分析方法.....	46
2.2.2	半加器与全加器.....	47
2.2.3	编码器与译码器.....	50
2.2.4	总线收发器.....	55
2.3	组合逻辑设计的基本设计方法	56
2.4	设计方法的灵活运用	58
2.4.1	逻辑表达式的合理变换.....	58
2.4.2	利用无关项简化设计.....	60
2.4.3	用分析法实现设计.....	63
2.5	组合逻辑电路的险象	64
2.5.1	险象的产生与分类.....	64
2.5.2	险象的判断与消除.....	65
2.6	常用组合逻辑电路设计	68
2.6.1	8421 码加法器.....	68
2.6.2	七段译码器.....	71
2.6.3	多路选择器与多路分配器.....	73
2.7	组合逻辑电路的计算机仿真	77
2.7.1	输入设计源文件.....	77
2.7.2	编译源文件.....	79
2.7.3	编辑仿真通道文件.....	80
2.7.4	波形仿真.....	81
2.7.5	仿真结果分析.....	82
习题二		82
第 3 章	触发器与时序逻辑分析.....	86
本章学习目标		86
3.1	时序逻辑电路模型	86
3.2	触发器	88
3.2.1	基本 R-S 触发器	88
3.2.2	常用触发器.....	92
3.2.3	各类触发器的相互转换.....	98
3.2.4	触发器应用一例.....	101
3.2.5	集成触发器的主要特性参数	101
3.3	同步时序逻辑分析	102
3.3.1	同步时序逻辑电路描述.....	103
3.3.2	同步时序逻辑分析的一般步骤	107
3.4	同步时序逻辑分析举例	111
3.4.1	系列检测器.....	111

3.4.2 移位寄存器.....	114
3.4.3 计数器.....	115
3.5 异步时序逻辑分析	116
3.5.1 异步时序逻辑的特点.....	116
3.5.2 分析方法与步骤.....	117
习题三	119
第4章 时序逻辑设计	122
本章学习目标	122
4.1 同步时序逻辑设计的基本方法	122
4.2 建立原始状态	128
4.3 状态化简	130
4.3.1 状态化简的基本原理.....	130
4.3.2 完全定义状态化简方法.....	132
4.4 状态编码	135
4.4.1 确定存储状态所需的触发器个数	135
4.4.2 用相邻编码法实现状态编码	136
4.5 确定激励函数及输出方程	137
4.5.1 选定触发器类型.....	137
4.5.2 求激励函数及输出函数.....	137
4.5.3 电路的“挂起”及恢复问题	139
4.5.4 设计结果仿真.....	140
4.6 同步时序逻辑设计举例	140
4.6.1 计数器.....	141
4.6.2 移位寄存器.....	148
4.6.3 用 MSI 实现定时器	153
4.7 异步时序逻辑电路的设计	158
习题四	162
第5章 半导体存储器	165
本章学习目标	165
5.1 半导体存储器的分类	165
5.2 随机读写存储器 RAM	166
5.2.1 SRAM	166
5.2.2 DRAM.....	168
5.3 掩模只读存储器 MROM.....	169
5.4 可编程只读存储器	170
5.4.1 一次性编程只读存储器 OTP	170
5.4.2 紫外线可擦除可编程只读存储器 EPROM.....	170
5.4.3 电可擦除可编程只读存储器 E ² PROM	171
5.4.4 闪烁存储器 FLASH E ² PROM.....	171

5.4.5 只读存储器应用举例.....	172
习题五	174
第6章 可编程逻辑器件及开发.....	176
本章学习目标	176
6.1 可编程逻辑器件概述	176
6.2 逻辑可编程的基本原理	177
6.2.1 组合逻辑可编程的基本原理	177
6.2.2 可编程点的工作原理.....	179
6.2.3 时序逻辑可编程的基本原理	180
6.3 MAX7000 系列 CPLD 的结构.....	181
6.4 PLD 开发技术.....	182
6.4.1 PLD 器件的开发过程.....	183
6.4.2 一个开发实例.....	186
习题六	196
第7章 信号产生与变换.....	198
本章学习目标	198
7.1 脉冲信号产生与变换	198
7.1.1 NE555 的电路结构与工作原理	198
7.1.2 NE555 的应用	199
7.2 时钟信号电路	203
7.2.1 基本时钟信号产生电路.....	203
7.2.2 时钟信号的变换.....	204
7.3 D/A 转换.....	206
7.3.1 D/A 转换的原理.....	206
7.3.2 集成 D/A 转换器 TLC7524.....	208
7.4 A/D 转换.....	209
7.4.1 A/D 转换的原理.....	209
7.4.2 集成 A/D 转换器 MCP3201	212
习题七	214
附录1 数制及其转换	215
附录2 常用编码	219
参考文献	222

第 1 章 逻辑代数基础

本章学习目标

本章介绍了分析与设计数字逻辑电路必备的数学基础。首先，扼要地介绍了数字逻辑技术的基本概念，然后讲述了逻辑函数的定义及其表示方法、逻辑代数的公理和重要规则，最后介绍逻辑函数化简的三种方法（代数化简法、卡诺图化简法、列表化简法）及其应用。

1.1 概述

1.1.1 数字系统的基本概念

数字系统，就是能对数字信号进行加工、传输和存储的电路实体。例如，数字电子计算机就是一种典型的数字系统。通常，一个数字系统由若干个单元电路组成，各单元电路的功能相对独立而又相互配合，共同实现数字系统。构成数字系统的单元电路称为数字逻辑电路，它是“数字逻辑技术”的研究对象。

1. 数字量及其表示形式

数字信号也称为数字量，它是一系列的离散数据。例如，对连续变化的温度进行测量，每隔一定的时间读一次数，从而得到一系列的离散数据；一个班的学生成绩也是一系列的离散数据。在数字电子计算机中，任何信息，例如文字、数值、图形图像等，都以数字量的形式出现。

在数字系统中，数字量是用 0 和 1 两个基本逻辑量组成的。尽管只有两个，但是将一定个数的 0 和 1 按不同的排列顺序组合起来，就可以表达任何希望的数据。例如，用四个 0 或 1 组合起来，可以表示十进制数 0、1、...、9，分别为 0000、0001、...、1001；在 ASCII 编码中，用“1000001”表示英文字符“A”，用“1000010”表示字符“B”等。

2. 数字逻辑电路及其特点

对数字量进行处理的最基本运算是逻辑运算。所谓逻辑运算，就是对两种基本逻辑量进行逻辑意义上的运算。逻辑运算是形成各种运算的最基本操作。换言之，任何运算归根到底是由大量的逻辑运算综合形成的。例如，算术运算中的十进制加法，即使是一位数加一位数，也可以分解为几十次基本逻辑量的运算。

数字逻辑电路简称为数字电路或逻辑电路，其基本任务是用电子电路的形式实现逻辑运算。在逻辑电路中，两个基本逻辑量以高电平和低电平的形式出现。例如用高电平代表逻辑 1，用低电平代表逻辑 0。逻辑电路就是要根据用户希望达到的目的运用逻辑运算法则对数字量进行运算。

逻辑电路具有如下特点:

(1) 被处理的量为逻辑量, 且用高电平或低电平表示, 不存在介于高、低电平之间的量。例如, 规定高于 3.6V 的电位一律认作高电平, 记为逻辑 1; 低于 1.4V 的电位一律认作低电平, 记为逻辑 0。一般干扰很难如此大幅度地改变电平值, 故工作中抗干扰能力很强, 数据不容易出错。

(2) 表示数据的基本逻辑量的位数可以很多, 当进行数值运算时, 可以达到很精确的程度; 当进行信息处理时, 可以表达非常多的信息。

(3) 随着电子技术的进步, 逻辑电路的工作速度越来越高, 通常完成一次基本逻辑运算花费的时间为纳秒 (10^{-9} 秒) 级; 尽管完成一个数据的运算要分解为大量的基本逻辑运算, 但在电路中可以让大量的基本逻辑运算单元并行工作, 因此处理数据的速度非常快。

(4) 因为基本逻辑量仅有两个, 所以基本逻辑运算类型少, 仅有 3 种。任何复杂的运算都是由这 3 种逻辑运算构成的。在逻辑电路中, 实现 3 种运算的电路称为逻辑门。逻辑运算电路就是 3 种门的大量重复, 因此, 在制作工艺上逻辑电路要比模拟电路容易得多。

随着集成电路技术的发展, 逻辑电路的集成度越来越高。从早期的小规模集成电路 (SSI)、中规模集成电路 (MSI) 到现在广泛应用的大规模集成电路 (LSI)、超大规模集成电路 (VLSI), 使数字系统的功能越来越强, 体积越来越小, 成本越来越低。值得一提的是, 目前广泛应用的大规模可编程逻辑门阵列 (PLD) 集成电路可以让用户按自己需要的逻辑功能开发数字系统, 所配备的开发工具功能极为强大, 使一个复杂的数字系统的开发周期大大缩短。

1.1.2 数字逻辑技术的主要内容

数字逻辑技术的主要内容包括逻辑代数、逻辑电路及其分析和设计方法。

逻辑代数是数字逻辑技术的数学基础, 其基本内容是: 对逻辑量进行运算的规律、法则和方法。

逻辑电路是实现逻辑运算的物质基础, 因此必须研究逻辑电路的结构及工作原理。研究方法分为“逻辑电路分析”和“逻辑电路设计”。逻辑电路分析就是对于一个给定的逻辑电路分析其工作原理, 获得该电路所具有的逻辑功能; 逻辑电路设计就是根据给定的功能要求, 设计出逻辑电路。从信号加工、处理的角度看, 被处理的原始数据是电路的输入, 处理后的结果数据是电路的输出。逻辑电路分析与设计就是要研究输入与输出之间的逻辑关系以及实现这种关系所采用的方法。逻辑设计也称为逻辑综合。

数字逻辑技术有一套严谨的理论和体系, 并且与实际问题结合非常密切, 在理论和方法的运用上表现出很强的灵活性。随着逻辑规模的日益增长, 逻辑关系也日益复杂。面对这一形势, 读者应特别注重基本理论和方法的准确、熟练掌握, 在实践中提高灵活运用能力, 善于协调局部和整体之间的关系。EDA 技术 (Electronics Design Automation, 电子设计自动化) 是进行逻辑分析与设计的强有力工具, 掌握这一工具是对现代数字系统设计者的基本要求。虽然 EDA 把设计者从过去繁重的脑力劳动中解放出来, 但是要想正确、合理地运用这一工具实现设计仍然需要数字逻辑的基本理论和方法。

逻辑代数是进行逻辑分析与设计的基本数学工具, 扎实地掌握这一工具对于分析与设计至关重要。

1.2 逻辑代数的基本概念

1.2.1 逻辑变量及基本运算

逻辑代数是一个封闭的代数系统，由如下要件构成：

(1) 逻辑常量。与普通代数不同，逻辑代数中的常量仅有两个：1 和 0，其含义为某命题为“真”或为“假”。例如，信号的“有”或“无”，事件的“发生”或“未发生”等。通常，将命题为真记为 1，命题为假记为 0。

(2) 逻辑变量。逻辑变量是值可以变化的逻辑量。一个逻辑命题，在一些条件下的值可能是真，但在另一些条件下的值可能是假，则该命题的值要用一个逻辑变量来表示。逻辑变量的取值只能是 0 或 1。

通常，逻辑变量用英文字母表示，如 A 、 B 、 C 、 F 等。

(3) 基本逻辑运算。逻辑运算指对逻辑量施加的操作。基本逻辑运算仅有三种：“与”运算、“或”运算和“非”运算，分别用“ $\cdot$ ”、“ $+$ ”、“ $\neg$ ”表示。逻辑运算的结果仍为逻辑量，运算法则及其含义如表 1.1 所示。

表 1.1 三种基本逻辑运算的法则及含义

运算名称	法则	含义
与	$0 \cdot 0 = 0$ $0 \cdot 1 = 0$ $1 \cdot 0 = 0$ $1 \cdot 1 = 1$	参加运算的量只有两个同时为“1”时，运算结果为“1”，否则运算结果为“0”
或	$0 + 0 = 0$ $0 + 1 = 1$ $1 + 0 = 1$ $1 + 1 = 1$	参加运算的量只有两个同时为“0”时，运算结果才为“0”，否则运算结果为“1”
非	$\bar{0} = 1$ $\bar{1} = 0$	运算结果取相反的量

用逻辑变量表示的三种基本逻辑运算分别为：与运算： $A \cdot B$ ；或运算： $A + B$ ；非运算： $\bar{A}$ 。

由于逻辑变量的值可以变化，所以运算结果由参与运算的逻辑变量的取值而定。例如，与运算 $A \cdot B$ ，当 $A=1$ ， $B=0$ 时，结果为 $1 \cdot 0 = 0$ ；当 $A=1$ ， $B=1$ 时，结果为 $1 \cdot 1 = 1$ 。

在日常生活中，这三种逻辑关系大量存在。例如，用两个开关并联去控制一盏电灯，由电路原理可知，只有两个开关同时断开，灯才能灭。灯的亮灭与两个开关之间的逻辑关系就是“或”的关系。

尽管构成逻辑代数系统的要件极为简单，但却能描述数字系统中任何复杂的逻辑电路，原因如下：

- (1) 逻辑电路的信号要么为低电平，要么为高电平，可以表示成逻辑变量。
- (2) 由于逻辑量只有两种值，所以三种逻辑运算足以完备地描述其逻辑关系。
- (3) 任何复杂的逻辑功能都是经过三种逻辑运算综合形成的。

1.2.2 逻辑表达式

逻辑表达式是由逻辑量（包括变量和常量）和基本逻辑运算符构成的式子。依此定义，

前面提到的基本逻辑运算 $A \cdot B$ 、 $A + B$ 、 $\bar{A}$ 都是逻辑表达式。再例如 $A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$ 也是一个逻辑表达式。

为简便起见，当几个逻辑量作“与”运算时可以省略运算符号“ $\cdot$ ”，于是上式可记为：

$$AB + \bar{A}\bar{B} \tag{1.1}$$

在逻辑表达式中，三种逻辑运算的优先顺序为：“非”运算最高，其次是“与”运算，“或”运算最低。在遵守这一优先原则的基础上，按从左到右的次序进行计算。对于式 (1.1)，先求 A 、 B 的“与”运算，得中间结果 AB ；再对 A 、 B 分别作“非”运算后相“与”，得中间结果 $\bar{A}\bar{B}$ ，最后进行“或”运算。

可以通过添加括号来改变优先顺序。例如，将式 (1.1) 改为 $A(B + \bar{A}\bar{B})$ ，则应先计算括号中的式子 $B + \bar{A}\bar{B}$ ，显然，改动以后的运算结果与式 (1.1) 不同。

由于“非”运算的优先级最高，因此“非”运算符号下的表达式应优先计算。例如，表达式 $\overline{XY + \bar{X}Z}$ ，相当于 $\overline{(XY + \bar{X}Z)}$ ，要先算出 $XY + \bar{X}Z$ ，再对计算结果求“非”。

1.2.3 逻辑代数的公理

逻辑代数的公理是从逻辑代数的基本运算法则出发经推导得出的具有普遍使用意义的逻辑运算规律。

设 A 、 B 、 C 为逻辑变量，可以推导出表 1.2 所示的逻辑代数的公理。读者熟记这些公理能使今后的演算更加快捷。

表 1.2 逻辑代数的公理

公理名称	基本式	对偶式
0—1 律	$A + 0 = A$ $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$ $A \cdot 1 = A$
重叠律	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
互补律	$A + \bar{A} = 1$	$A \cdot \bar{A} = 0$
交换律	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
结合律	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
分配律	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$
对合律	$\overline{\bar{A}} = A$	
吸收律	$A + AB = A$	$A(A + B) = A$
消去律	$A + \bar{A}B = A + B$	$A(\bar{A} + B) = AB$
并项律	$AB + A\bar{B} = A$	$(A + B)(A + \bar{B}) = A$
包含律	$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$	$(A + B)(\bar{A} + C)(B + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$

除对合律外，上述公理每两个为一组。注意到每组公理中的一个有趣的现象：将其中一式中的“ $+$ ”换成“ $\cdot$ ”，“ $\cdot$ ”换成“ $+$ ”，0 换成 1，1 换成 0，便得到与其相对应的另一式。这种现象称为两式互为“对偶”，对偶是逻辑问题中的普遍现象，在本章后续节中将详

细讨论。

上述公理不难用枚举和推理的方法加以证明，这里仅证明其中的一部分。在证明的过程中，总是假定正在证明的公理之前的公理都已证明成立。

1. 重叠律

证明：

$$\left. \begin{array}{l} \text{当 } A=0 \text{ 时, } A \cdot A = 0 \cdot 0 = 0 \\ \text{当 } A=1 \text{ 时, } A \cdot A = 1 \cdot 1 = 1 \end{array} \right\} \therefore A \cdot A = A。$$

2. 分配律

证明：

$$\begin{aligned} A + BC &= A(1 + B + C) + BC && 0-1 \text{ 律} \\ &= A + AB + AC + BC && \text{分配律} \\ &= AA + AB + AC + BC && \text{重叠律} \\ &= (AA + AC) + (AB + BC) && \text{结合律} \\ &= A(A + C) + B(A + C) && \text{分配律} \\ &= (A + B)(A + C) && \text{分配律} \end{aligned}$$

3. 吸收律

证明：

$$\begin{aligned} A + AB &= A(1 + B) \\ &= A \end{aligned}$$

说明：在“与-或”表达式中，如果一个“与”项是另一个“与”项的因子，则包含该因子的“与”项是多余的。

举例：

$$\begin{aligned} AB + ABC\bar{D}E + BDA &= AB + BDA \\ &= AB \end{aligned}$$

4. 消去律

证明：

$$\begin{aligned} A + \bar{A}B &= (A + \bar{A})(A + B) \\ &= 1 \cdot (A + B) \\ &= A + B \end{aligned}$$

说明：在一个“与-或”表达式中，如果一个“与”项的“非”是另一个“与”项的因子，则可在另一个“与”项中消去这个“与”项。

举例：

$$\begin{aligned} \overline{XY} + XY(W + Z) &= \overline{XY} + \overline{\overline{XY}}(W + Z) && \text{对合律} \\ &= \overline{XY} + W + Z \end{aligned}$$

5. 并项律

证明:

$$\begin{aligned}
 AB + A\bar{B} \\
 &= A(B + \bar{B}) \\
 &= A \cdot 1 \\
 &= A
 \end{aligned}$$

说明: 在“与-或”表达式中, 若有一个变量, 它在一个“与”项中为原变量, 而在另一“与”项中为反变量, 且这两个“与”项的其余因子都相同, 则此变量是多余的。

举例:

$$\begin{aligned}
 \bar{b}(\bar{a} + \bar{c}) + b(\bar{a} + \bar{c}) \\
 &= \bar{a} + \bar{c}
 \end{aligned}$$

6. 包含律

证明:

$$\begin{aligned}
 AB + \bar{A}C + BC &= AB + \bar{A}C + BC(A + \bar{A}) \\
 &= AB + ABC + \bar{A}C + \bar{A}CB \quad \text{吸收律} \\
 &= AB + \bar{A}C
 \end{aligned}$$

说明: 在一个“与-或”表达式中, 如果有两个“与”项, 一个“与”项中包含有原变量 X , 另一个“与”项中包含有反变量 $\bar{X}$, 且这两个“与”项的其余因子都是另一个“与”项的因子, 则不包含变量 X 的乘积项是多余的。

举例:

$$\begin{aligned}
 ABC + \bar{A}BD + BCD\bar{E} \\
 &= ABC + \bar{A}BD + BCD + BCD\bar{E} \quad \text{包含律} \\
 &= ABC + \bar{A}BD + BCD \quad \text{吸收律} \\
 &= ABC + \bar{A}BD \quad \text{包含律}
 \end{aligned}$$

1.3 逻辑函数

1.3.1 逻辑函数的定义

与普通代数类似, 逻辑代数中也有逻辑函数。逻辑函数的定义为: 若逻辑变量 F 的值由逻辑变量 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的值所决定, 则称 F 为 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的函数, 记为:

$$F = f(A_1, A_2, \dots, A_n)$$

逻辑函数的值也只能为 0 或 1。

逻辑函数可以用逻辑电路来实现, 如图 1.1 所示。其中, $A_1, A_2, \dots, A_n$ 称为电路的输入, F 称为电路的输出。 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 是外部施加到电路的逻辑量, 可以自由变化; 而 F 的值则由输入和电路的结构所决定。