

最优化技术方法及 MATLAB的实现

► 曹卫华 郭正 编



化学工业出版社

教材出版中心

最优化技术方法及 MATLAB 的实现

曹卫华 郭正 编



化学工业出版社
教材出版中心

· 北 京 ·

(京) 新登字 039 号

图书在版编目(CIP)数据

最优化技术方法及 MATLAB 的实现/曹卫华, 郭正编.
北京: 化学工业出版社, 2005.1

ISBN 7-5025-6383-0

I. 最… II. ①曹…②郭… III. 数学规划-应用软件,
MATLAB IV. O221

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 123778 号

最优化技术方法及 MATLAB 的实现

曹卫华 郭 正 编

责任编辑: 王文峡

文字编辑: 朱 磊 徐卿华

责任校对: 李 林 靳 荣

封面设计: 于 兵

*

化学工业出版社 出版发行
教 材 出 版 中 心

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

发行电话: (010) 64982530

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销

北京彩桥印刷厂印装

开本 850mm×1168mm 1/32 印张 6¼ 字数 164 千字

2005 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-6383-0/G·1627

定 价: 16.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责退换

前 言

随着计算机科学的发展和應用，应用最优化方法解决问题的领域在不断扩大，最优化的理论和方法也得到普及和发展。线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划和多目标规划以及图与网络技术作为最优化方法的主要内容已经成为工程技术人员和经济管理人员所必备的基础知识，目前，最优化方法课程已经开始作为高等院校的普及课程。

在“高等数学”中学习的极值理论、线性代数、向量、矩阵、泰勒公式等概念为学习“最优化方法”奠定了基础。在“最优化方法”中，这些知识的重要价值将在工程应用中得到充分体现。

在最优化方法的应用过程中，要将所学知识直接应用于解决实际问题，中间往往还有一段距离。有时，面对需要建立的复杂数学模型，尤其是繁复的数学计算问题，往往难以入手，因此，人们总是希望能够找到具有通用性和广泛性的方法，用类似于日常使用计算器的手段，解决较为复杂的计算问题。在本书中，将“最优化方法”与“MATLAB工具箱”连接起来学习，就能够在一定程度上弥补这一缺陷。

MATLAB是一个很不错的计算软件，它给数学计算带来了许多的便利和可能性，它提供了几十个工具箱，利用这些工具箱，可以解决不同领域的许多问题。

本书简明扼要、叙述清楚、文字流畅，既可作为工程学科、管理及经济学科的专、本科学生的“最优化方法”教材，也可作为应用“MATLAB工具箱”入门参考教材使用。

本书是编者根据多年的教学经验，为适应新的教学需要而编写的，所有工程应用实例均经过了MATLAB6.5的运行。

本书由曹卫华、郭正编写，其中第1章、第2章、第5章、第6章由曹卫华编写，第3章、第4章、第7章由郭正编写。本书在定稿前曾听取苏金明教授、李旭宇博士等专家的许多宝贵意见，谨在此表示感谢，并感谢其他支持和关心本书出版的领导和同行。

由于本人水平有限，书中错误和不足之处在所难免。有不妥之处，望批评指正。

编者

2004年9月

内 容 提 要

本书内容包括线性规划与 MATLAB 的实现,即非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划与 MATLAB 的实现及图与网络分析技术等。为方便读者学习,本书安排了大量最优化方法在工程中的应用实例,根据需要逐个编写了解决这些问题的相应数学模型,应用 MATLAB 程序,通过简洁的运算给出了较为复杂问题的解。

本书可作为最优化技术方法或 MATLAB 优化工具箱应用的入门教材,供高职高专或本科院校管理、经济类专业的师生使用,也可供广大爱好者学习参考。

目 录

1 概述	1
1.1 引言	1
1.2 最优化问题及其工程背景	3
1.2.1 线性规划问题	3
1.2.2 非线性规划问题	3
1.2.3 整数规划问题	4
1.2.4 多目标规划问题	4
1.2.5 动态规划问题	4
1.2.6 图论与网络流	4
1.3 MATLAB6.5 优化工具箱及工程应用简介	5
2 线性规划与 MATLAB 实现	8
2.1 线性规划基本理论	8
2.1.1 线性规划问题及其数学模型	8
2.1.2 线性规划问题解的几何意义及图解法	11
2.1.3 线性规划的基本原理	13
2.2 求解线性规划问题的基本方法	15
2.2.1 单纯形法	15
2.2.2 大 M 法	18
2.3 线性规划问题的灵敏度分析	23
2.4 线性规划问题的 MATLAB6.5 辅助计算及工程应用实例	26
2.4.1 MATLAB 优化工具箱函数选用	26
2.4.2 工程应用实例	27
习题	53
3 非线性规划与 MATLAB 实现	58
3.1 非线性规划基本概念及分类	58
3.2 无约束非线性规划	59

3.2.1	最优性条件	59
3.2.2	一维搜索	61
3.2.2.1	平分法	62
3.2.2.2	黄金分割法 (0.618 法)	63
3.2.2.3	牛顿法	65
3.2.3	无约束非线性规划的 MATLAB6.5 辅助计算及工程应用	
	实例	66
3.2.3.1	MATLAB 优化工具箱函数选用	66
3.2.3.2	工程应用实例	67
3.3	有约束非线性规划	71
3.3.1	最优性条件	71
3.3.2	惩罚函数法	74
3.3.3	约束非线性规划的 MATLAB6.5 辅助计算及工程应用	
	实例	78
3.3.3.1	MATLAB 优化工具箱函数选用	78
3.3.3.2	工程应用实例	79
3.3.4	二次规划及其 MATLAB 实现	88
3.3.4.1	二次规划	88
3.3.4.2	MATLAB 优化工具箱函数选用	88
3.3.4.3	应用实例	89
	习题	92
4	整数规划	94
4.1	概述	94
4.2	整数规划的图解法	99
4.3	分支定界法	100
4.3.1	分支定界法基本解法	101
4.3.2	分支定界法的 MATLAB 实现	105
4.4	0-1 型线性整数规划及其隐枚举法	108
	习题	110
5	动态规划	112
5.1	动态规划的基本方法	112
5.1.1	动态规划的基本概念	113
5.1.2	动态规划的基本方程及基本思路	114

5.2 动态规划应用举例	115
5.2.1 最短路问题	115
5.2.2 资源分配问题	117
5.2.3 生产与存储问题	121
5.2.4 信贷投资问题	131
习题	135
6 多目标规划与 MATLAB 实现	138
6.1 多目标规划基本理论	138
6.1.1 理想点法及其 MATLAB 实现	140
6.1.2 线性加权法和法及其 MATLAB 实现	142
6.1.3 最大最小法及其 MATLAB 实现	143
6.2 多目标规划问题的 MATLAB6.5 辅助计算及工程应用实例	145
6.2.1 MATLAB 优化工具箱函数选用	145
6.2.2 工程应用实例	147
习题	155
7 图与网络分析技术	157
7.1 引言	157
7.2 图和网络的基本概念	159
7.2.1 图	159
7.2.2 树	160
7.2.3 割集	161
7.3 网络分析技术的工程应用	161
7.3.1 最短路问题	161
7.3.2 网络最大流问题	162
7.3.3 管路铺设问题——求最小生成树问题	165
7.3.4 运货汽车调度问题——网络优化问题	165
7.4 网络计划技术	168
7.4.1 网络图及网络图的绘制	168
7.4.2 网络图的时间参数计算	171
7.4.3 网络计划的平衡与优化	177
习题	185
参考文献	188

1 概 述

本章提要

最优化问题广泛存在于国民经济各部门和工程应用各领域中。在所有可能的方案中搜索出最合理的、达到事先预定的最优目标方案（即最优方案）的方法称为最优化方法。

本章简要介绍了优化问题的分类及工程背景，并介绍了最优化问题辅助计算软件 MATLAB6.5 产生的背景、优化工具箱及其工程应用。

1.1 引言

随着生产、经济、技术的发展，在实际工作中，人们常常会遇到下面这样一些问题。

① 在安排生产计划方面，如何在现有的人力、物力等条件下，合理安排生产，使总产值或总利润最高。

② 在生产工艺确定方面，如何在保证产品质量的前提下，选择合理的操作方式，使操作费用最低。

③ 在产品设计方面，如何选择参数使设计既满足要求成本又最低。

④ 在配料方面，如何合理配料，在保证质量要求的前提下使成本最低。

⑤ 在资源分配中，如何使分配的方案既能满足要求，又能取得较好的经济效益。

⑥ 在城市规划和工厂布局方面，如何合理布局才能既方便群

众，又利于城市各行业及工厂的发展。

⑦ 在交通运输方面，如何在保证安全行驶的条件下，使时间最省；或如何选择合理的路线，使运输费用最低。

⑧ 在农业方面，如何合理选择生产条件，使农业生产周期最短或农产品产量最高。

⑨ 在林业方面，如何合理建造防护林带，使之既能阻挡风沙，经济又最省；或如何合理砍伐森林，使成材的木料最多。

⑩ 在商业方面，如何合理组织货源，既能满足顾客的需求，又使资金周转最快或总利润最高。

⑪ 在国防方面，如多级火箭发射，如何在规定的时间内，烧完规定的燃料，使达到的速度最大；或在规定的时间内，达到某个速度，而燃料最省；又如潜艇最佳速沉降，如何使之在限定的条件下下沉并到达预定的深度且时间最短。

诸如这类问题，就是工程应用中的最优化问题，它们的共同点都是从多个可能的方案中选出最合理的、能实现预定最优目标的方案，这个方案就称为最优方案。长期以来，人们为了得到最优方案进行了不断的研究和探索，以期望找到科学、合理的求解方法。寻找最优方案的方法称为最优化方法，利用最优化方法解决最优化问题的技术称为最优化技术，它包括以下两类问题。

① 首先如何根据问题，建立相应的数学模型，即如何用数学关系式来表示最优化问题所要达到的目标和各种约束条件。

② 采用哪些合理的最优化方法进行模型求解来得到最优化结果。

第二次世界大战以前，解决最优化问题常用的数学方法是古典的微分法和变分法。二次大战中期，由于军事的需要产生了运筹学，提出了大量不能用古典方法解决的最优化问题，从而产生了诸如线性规划、非线性规划、动态规划、图论等新的方法。此后，最优化方法的理论和方法逐步得到了丰富和发展。自 20 世纪 60 年代以来，随着工程与技术的复杂化、大型化与精密化，随着经济计划与管理的科学化和综合化，尤其是随着电子计算机日益广泛的应

用,最优化技术不仅成为一种迫切的需要,而且有了求解的有力工具,其理论和算法迅速发展起来,形成了一门新的应用数学分支学科,渗透到了生产、管理、商业、军事、决策等各个领域,并取得了显著的经济效益和社会效益。

本书采用目前最先进的 MATLAB6.5 软件附带的优化工具箱作为最优化问题的运算工具,该软件由美国 MathWorks 公司于 1984 年推向市场,目前已发展成为国际控制界公认的标准计算软件,它以强大的科学计算与可视化功能、良好的开放性和运行的可靠性,特别是附带的 30 多种面向不同领域的工具箱支持,使其成为当今工业、管理、规划、电子、研究等各科学领域中应用开发的首选平台,是大学生、研究生甚至博士生必须掌握的基本工具,其功能包括数值分析、算法开发、图形处理、信号处理、图像处理、通讯仿真、数学建模、工程绘图及应用开发等方面,并且集应用程序和可视化结果于一个集成环境中。

在欧美各大学里,诸如应用代数、数理统计、自动控制、动态系统仿真等课程都把 MATLAB 写入教材中,使之成为 20 世纪 90 年代教材与旧版书籍的标志性区别。

1.2 最优化问题及其工程背景

最优化问题至今已出现了线性规划、非线性规划、整数规划、多目标规划、动态规划、图论与网络流等许多分支,在实际应用中发挥了越来越重要的作用。

1.2.1 线性规划问题

实际工作与生活当中,诸如生产计划安排、生产调度、资源分配、运输与物质调配、交通调度、投资组合、人员安排、配料、管道设计、背包负荷装载、电子线路设计中的连线问题、营养调配问题等都可以用线性规划的数学模型来描述。

1.2.2 非线性规划问题

非线性规划问题在实际应用中也很常见,一般可分为两种类型

即无约束非线性规划和有约束线性规划。工程中常见的参数控制、资源分配、库存量、电路容量问题、裁料问题、两点间最短距离、资金使用问题、电路输出功率、动力系统运行等问题都是非线性最优化问题。许多有约束的非线性最优化问题也可以转化为无约束的最优化问题或转换为更简单的子问题来进行求解。

1.2.3 整数规划问题

整数规划是线性规划中的一个特例，它的全部变量或部分变量只限于取非负的整数，像投资选择、厂址选择、指派问题、生产计划安排问题、调度问题、下料问题等都是典型的整数规划问题。

1.2.4 多目标规划问题

现实活动中，决策的目标往往不止一个，如厂址选择，既要求运费及造价等经济指标最低，又要求对环境的污染最小；又如企业生产，既希望获得高利润，又希望减少成本支出及减少对环境的污染等，这都属于多目标规划问题。不同的多目标规划问题可采用不同的方法解决。多目标决策的应用非常广泛，典型的工程应用包括国家和地区发展规划、环境保护与管理、工程项目监督与管理、企业管理与经营、工程设计和工艺、交通运输与管理等。

1.2.5 动态规划问题

动态规划是一种解决多阶段决策问题的优化方法，其决策过程一般与时间有关，各阶段的决策是相互联系的，决策依赖于当前的状态，又随状态转移，一个决策序列就是在变化中的状态中产生出来的。典型的动态规划问题包括最短路问题、机器负荷分配问题、资金安排问题、生产与存储问题、设备更新、信贷投资等。

1.2.6 图论与网络流

图是指由一组点和一组点与点之间的连线（边）所组成的总体。图论即为研究图的理论，所研究的问题分为两类。①在给定的图中具有某种性质的点和边是否存在？若存在，有多少？或至多（少）有多少？②如何构造一个具有某些性质的图或子图？许多具有离散性的问题均可通过图来表示。

图论中应用最多的是网络流。网络即为各条边上赋有权数的图，而且可以有方向或没有方向，分别称为有向网络或无向网络。网络流问题中有三类主要问题即树、路和流。实际生活中网络的应用很多，如最短路问题、网络最大流问题、电子电路问题、最小费用最大流问题等。随着计算机的蓬勃发展，图论作为组合数学的主要成员而成为运筹学、电路网络、计算机科学所不可缺少的数学工具，而且在开关理论，编码理论，计算机辅助设计，甚至社会学、化学领域都有十分成功的应用。

1.3 MATLAB6.5 优化工具箱及工程应用简介

MATLAB 诞生于 20 世纪 70 年代，意为矩阵（Matrix）和实验室（Laboratory）的组合，其内容丰富，功能强大，深受人们的欢迎。它擅长数值计算，能处理大量的数据，而且效率非常高，是科学研究和产品开发必不可少的工具，其最大特点是简单和直接，包括：①语言简单，代码灵活，库函数资源丰富；②运算符灵活，用户使用方便，编程效率高；③扩充能力强，交互性好；④程序可移植性和开放性好；⑤强大的图形图像处理功能等主要特点。

MATLAB6.5 包括 30 多个工具箱，其中优化工具箱（Optimization Toolbox）的应用最为广泛，影响也最大，可以解决很多工程实际问题。它的主要功能如下。

- ① 求解线性规划和二次规划问题。
- ② 求解函数的最大、最小值。
- ③ 求解非线性规划问题。
- ④ 求解多目标优化问题。
- ⑤ 求解非线性的最小二乘。
- ⑥ 求解大规模优化问题。
- ⑦ 其他问题。

本书利用 MATLAB 优化工具箱中常用的几种函数作为求解最

优化问题的计算方法，具有方便、快捷的优点，相信读者阅读后会获得对于求解最优化问题的新的理念和有意义的提示。

MATLAB 优化工具箱中用于求解最优化问题常用的函数功能及语法见表 1-1。

表 1-1 优化工具箱常用函数 (Optimization Toolbox) 及其功能及语法表

函数	描 述	一 般 语 法
fgoalattain	求解多目标规划的优化问题	$[x, fval] = \text{fgoalattain}(\text{fun}, x0, \text{goal}, \text{weight}, A, b, lb, ub)$
fminbnd	求解边界约束条件下的非线性最小化	$[x, fval] = \text{fminbnd}(\text{fun}, x1, x2)$
fmincon	求解有约束的非线性最小化	$[x, fval] = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, B)$
fminimax	求解最小最大化	$[x, fval] = \text{fminimax}(\text{fun}, x0)$
fminsearch	求解无约束非线性最小化	$[x, fval] = \text{fminsearch}(\text{fun}, x0)$
fminunc	求解多变量函数的最小化	$[x, fval] = \text{fminunc}(\text{fun}, x0)$
linprog	求解线性规划问题	$[x, fval] = \text{linprog}(f, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$
quadprog	求解二次规划问题	$[x, fval] = \text{quadprog}(H, f, A, b, Aeq, beq)$

当量化地求解一个实际工程应用问题时，解决的方法是首先将该问题转化为数学问题，即建立数学模型，然后进行具体的分析，选择恰当的计算方法，最后进行计算。采用计算机求解数学问题时，一般是先选定计算方法，然后通过编写计算机程序进行求解。本书中在求解最优化问题时，主要应用 MATLAB6.5 的优化工具箱中几种常用函数（见表 1-1）来解决工程应用中的实际问题，其步骤如下。

- ① 根据实际的最优化问题，建立相应的数学模型。
- ② 对建立的数学模型进行具体分析和研究，选择恰当求解方法。
- ③ 根据最优化方法的算法，选择 MATLAB6.5 优化函数，然后编写求解程序，最后利用计算机求出最优解。

在求解过程中，数学模型的建立是非常重要的一个步骤，模型的优劣、参数选择的正确与否将直接关系到最优化问题求解的正确性和合理性，这也是最优化技术应用中的关键问题。当然，要建立一个合适的数学模型，必须对工程实际问题有较好的把握，通过仔细分析和研究抓住优化问题的主要矛盾，理清相互联系，并利用相关学科的基础理论才能最后完成合理模型的建立。

2 线性规划与 MATLAB 实现

本章提要

线性规划问题是工作和生活中最常见的问题，也是数学规划中最简单和最基础的问题。本章着重介绍了线性规划的基本理论及两种传统的求解方法，即单纯形法和大 M 法，重点阐述了如何运用 MATLAB 优化工具箱函数 `linprog` 来求解线性规划问题，并列举了大量的实例进行说明，以期望读者能充分了解其用法，领略它快速、简便的运算过程。

2.1 线性规划基本理论

2.1.1 线性规划问题及其数学模型

在一定约束条件下，求一个目标函数的极大（或极小）的优化模型称为数学规划，它包括约束型数学规划和无约束型数学规划两大类，见图 2-1 所示。

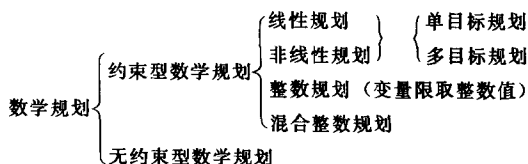


图 2-1 数学规划分类

在数学规划的讨论中，把满足所有约束条件的点 x 称为可行点（或可行解），所有可行点组成的点集称为可行域，其中使目标函数达最大或最小的可行解称为最优解（最优点），目标函数值称