

ZHONGXUEWULISIWEIFANGFACONGSHU

数学物理法

王溢然

SHUXUEWULIFA

WANGYIRAN

DAXIANGCHUBANSHE

大象出版社

中学物理思维方法丛书



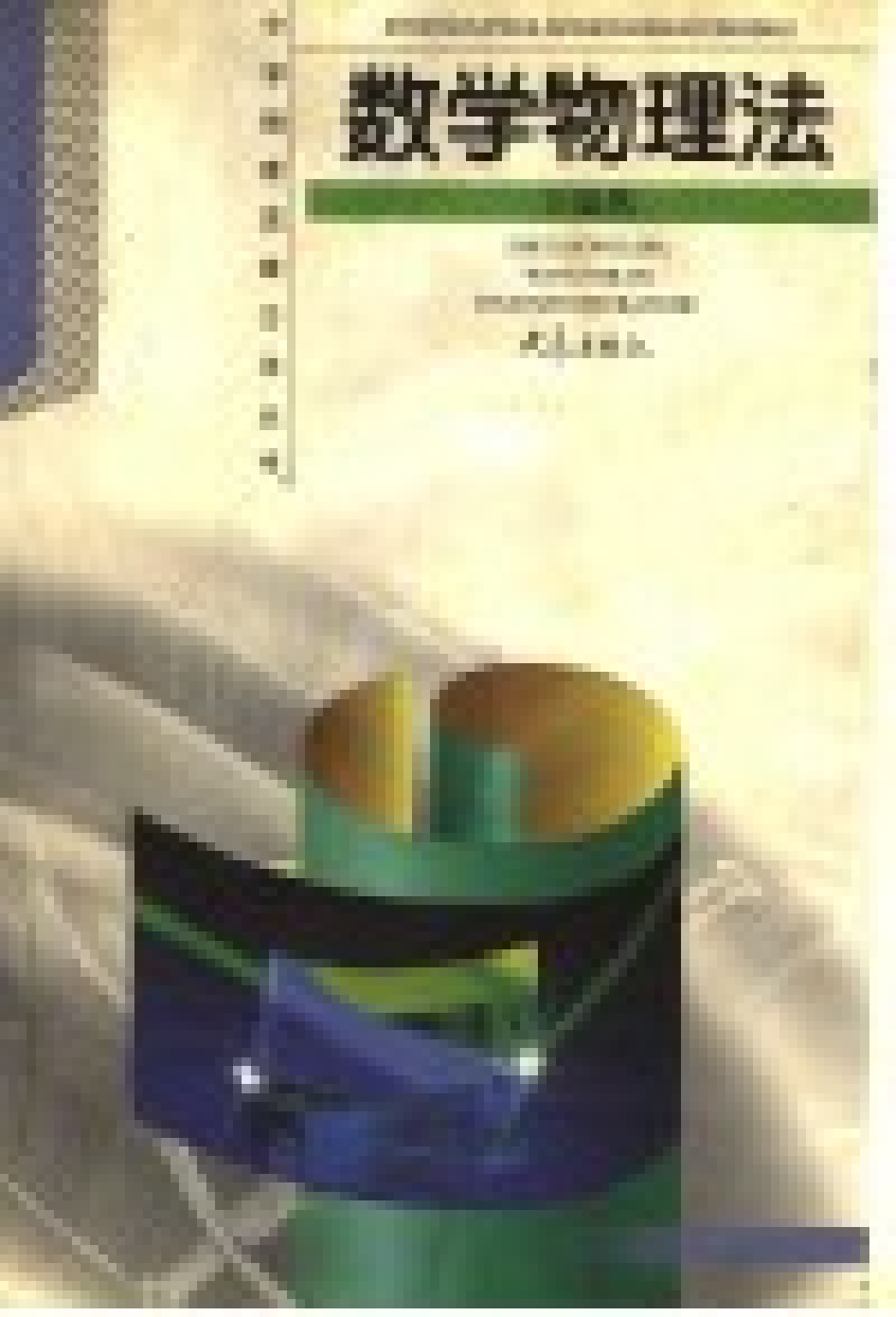
STUDENTS' APPRECIATION OF PHYSICS TEACHING MATERIALS

数学物理法

第二版

THEORY AND
METHODS OF
MATHEMATICAL PHYSICS

吴大猷著



中学物理思维方法丛书

数学物理法

王溢然

大象出版社



图书在版编目(CIP)数据

中学物理思维方法丛书:数学物理法/王溢然,束炳如主编;王溢然编著. - 郑州:大象出版社,1999

ISBN 7-5347-1699-3

I. 中… II. ①王… ②束… ③王… III. 物理课-思维方法-中学 IV. G634.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 25839 号

责任编辑 谢 凯	责任校对 魏巧英
大象出版社出版(郑州市农业路 73 号 邮政编码 450002)	
新华书店经销	河南第一新华印刷厂印刷
开本 850×1168 1/32	印张 7.375 字数 162 千字
1999 年 9 月第 2 版	1999 年 9 月第 1 次印刷
印数 1—4 000 册	定 价 8.15 元

若发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。

印厂地址 郑州市经五路 12 号

邮政编码 450002

电话 (0371)5957860—351

中学物理思维方法丛书

顾	问	周培源	于光远
序	言	阎金铎	
主	编	王溢然	束炳如
编	委	(按姓氏笔划为序)	
		王明秋	王溢然
			刘宗贤
		束炳如	岳燕宁
			谢 凯
本册作者		王溢然	
插	图	朱 然	

“哲学(自然)是写在那本永远在我们眼前的伟大书本里的……这本书是用数学语言写出的,符号是三角形、圆形和别的几何图象。没有它们的帮助,是连一个字也不会认识的;没有它们,人就在一个黑暗的迷宫里劳而无功地游荡着。”

——伽利略

“一种科学只有成功地运用数学时,才算达到了真正完善的地步。”

——马克思

序 言

在中学物理教学过程中,学生获取知识的同时,要重视从科学宝库中汲取思维营养,加强科学思维方法的训练。

思维方法是一个很大的范畴,有抽象思维、形象思维、直觉思维等。以抽象思维而言,又有众多的方法,在逻辑学中都有较严格的定义。对于以广大中学生为主的读者群,就思维科学意义上按照严格定义的方式去介绍这众多的思维方法,显然是没有必要的,也是不会收到成效的。由王溢然、束炳如同志主编的这套丛书,不追求思维科学意义上的完整,仅选取了在物理科学中最有影响、中学物理教学中最为常见的这些思维方法(包括研究方法)为对象,在较为宽泛的意义上展开,立意新颖,构思巧妙。全套丛书共13册,各册彼此独立,都以某一二类思维方法为主线,在物理学史的恢宏长卷中,撷取若干生动典型的事例,先把读者引入到饶有兴趣的科学氛围中,向读者展示这种思维方法对人类在认识客观规律上的作用。然后,围绕这种思维方法,就其在中学物理教学中的

功能和表现、以及其在具体问题中的应用作了较为深入、全面的开掘,使读者能从物理学史和中学物理教学现实两方面较宽广的视野中,逐步领悟到众多思维方法的真谛。

这套丛书既不同于那些浩繁的物理学史典籍,也有别于那些艰深的科学研究方法论的专著,但却兼容了历史和方法、照顾了普及与提高、联系了中学教学实际、突出了对中学物理教学的指导作用和具体应用。文笔生动、图文并茂,称得上是一套融史料性、科学性、实用性、趣味性于一体的优秀课外读物。无论对广大中学生(包括中等文化程度的读者)还是中学物理教师、教学研究人员以及师范院校物理专业的大学生,都不无裨益。

科学研究是一项艰巨的创造性劳动。任何科学发现和科学理论都是在一定的背景下,经过科学家精心的实验观测、复杂的思维活动后的产物。在攀登道路上充满着坎坷和危机,并不是一帆风顺、一蹴而就的。科学家常常需及时地(有时甚至是痛苦地)调整自己的思维航向,才能顺利抵达成功的彼岸。因此,任何一项科学新发现、一种科学新理论的诞生中,决不会仅是某种单一思维活动的结果。这也就决定了丛书各册在史料的选用上必然存在的某些重复和交叉。这是一个不足之处,但反过来却可转化为使读者的思维层次“多元化”的一个优点。不过,作为整套丛书来说,如果在史料的选用上搭配得更精细一些、思维活动的开掘上更为深刻一些,将会使全书更

臻完美。

我把这套丛书介绍给读者,一方面希望引起广大中学生的兴趣,能从前辈科学家思维活动轨迹中汲取智慧,活化自己的灵感,开发潜在的智能;另一方面希望中学物理教师在此基础上继续开展对学生思维方法训练的研究,致力于提高学生的素质,以适应新时期的需要。

我也真诚地希望这套丛书能成为图书百花园中一朵惹人喜爱的花朵。

阎金铎

1992年10月。

引 言

数学是科学的语言.数学能最简洁、最确切地表现被研究领域的客观规律.任何一门自然科学,从初级的感性认识的定性描述,发展到高级的理性认识的精确定量,离不开数学的帮助.数学化程度的高低,也反映了这门科学理论发展的水平.

物理学是数学化程度最高的科学.物理学与数学的关系也最为密切——物理学的发展不断给数学提供了现实的模型和新的课题,数学的发展又为物理学提供了研究和解决问题的思维手段和重要工具.可以这么说,没有现代数学,也就没有现代物理学.

本书循着科学发展的足迹,先概述了科学知识数学化的渊源与发展的历程,并以经典力学中牛顿的数学-物理法作为数学物理法形成的标志;接着以物理学为例,较详细地阐述了数学在科学认识中的作用;最后,结合中学物理教学,剖析了数学的教学功能并分专题对中学物理中常用的数学方法及其应用作了较为详细的讨论.

运用数学解决物理问题的能力,是中学物理教学的要求之一,也是在当前世界科学技术日新月异迅猛发展的形势下对中学物理提出的新的要求.希望广大读者,尤其是中学生朋友们,通过阅读本书,能进一步自觉认识到数理结合的重要意义,提高运用数学知

识解决物理问题的能力.

作 者

1994 年冬

目 录

序言

引言

一、科学知识数学化的渊源与发展	(1)
1. 最先发展的两门学科	(1)
2. 毕达哥拉斯学派的数理自然观	(3)
3. 柏拉图的数学教育和亚里士多德的形式逻辑	(6)
4. 精确的自然研究从这里开始	
——亚历山大里亚文明	(8)
5. 天文学家的两样法宝	
——数学与观测	(16)
6. 现代科学基础最重要的一块转角石	
——伽利略首创实验 - 数学法	(22)
7. 牛顿力学方法中的瑰宝	
——数学 - 物理法	(27)
二、数学化在科学认识中的作用	(34)
1. 形成知识的理论结构	(34)
2. 提高知识的精确程度	(40)
3. 发挥知识的逻辑力量	(46)
4. 提供知识的检验依据	(51)
三、数学对学习和运用物理知识的指导作用	(54)

1. 表述物理内容	(54)
2. 演解物理问题	(58)
3. 处理实验数据	(66)
4. 科学之王与奴仆	(72)
四、中学物理中常用的数学方法及其应用	(79)
1. 比与比例	(79)
2. 平均	(92)
3. 矢量	(108)
4. 指数与对数	(124)
5. 数列	(134)
6. 方程与方程组	(149)
7. 不等式	(159)
8. 极限	(175)
9. 极值	(186)
10. 几何方法	(200)
11. 近似计算	(212)
结束语	(220)
主要参考资料	(221)

一、科学知识数学化的渊源与发展

科学知识的数学化,有着很深刻、丰富的含义,其中一个重要方面,就是在各门科学中广泛地运用了数学方法.尤其是物理学,它是数学化程度最高的科学.爱因斯坦(A. Einstein, 德国, 1879—1955)说:“现代物理学的最重要的特征之一是:从最初的线索所推出来的结论,不仅是定性的,而且是定量的.”

当然,数学能凯旋式地进入其他科学,也是与这些科学——首先是天文学和力学,以及整个物理学——已达到可能建立理论的发展水平分不开的.下面,让我们沿着科学巨人前进的脚印,重温一下和数学结下不解之缘的这段情深似海的历史.

1. 最先发展的两门学科

科学的产生和发展一开始就是由生产决定的.远古的游牧民族和农业民族为了确定季节的需要,天文学首先得到发展.古巴比伦和古埃及在这方面都有很大的成就,尤其是古巴比伦.在公元前2000多年,古巴比伦人已有“年”的概念:一年360天,分为12个月,每月30天.每年差5.2422天的时间按几年一个闰月的办法补足.他们还发现了岁差*,发现日食、月食的周期,即“沙罗周期”为

* 岁差:春分点在黄道上缓慢移动的现象.

6585.3211 天(约合 18 年 11 日),并利用这个周期预报日食和月食.巴比伦人规定的七日一星期的制度,后来通过罗马人而成为全欧洲财富,并逐渐普及于全世界.古埃及人也因农业定季节的需要,对天象作了相当精确的观察,并从预报尼罗河水泛滥的日期,得到了更为准确的年历.

由于远古人在天文学的研究中需要处理大量的数据,并且随着生产的发展,对计量的需要(如计量物品的数量、重量和体积,计算修建河道和谷仓的土方、容积等)日益增加,于是就促进了对数学的研究.古巴比伦人长于算术和代数,古埃及人长于几何.公元前 2000 多年,古巴比伦人已有了 60 进位制的数符(图 1).他们已可以用公式或数表得出一次方程、二次方程乃至三次方程,古埃及人已知如何计算矩形、三角形、梯形及圆的面积,还得出计算截棱锥(图 2)体积的公式

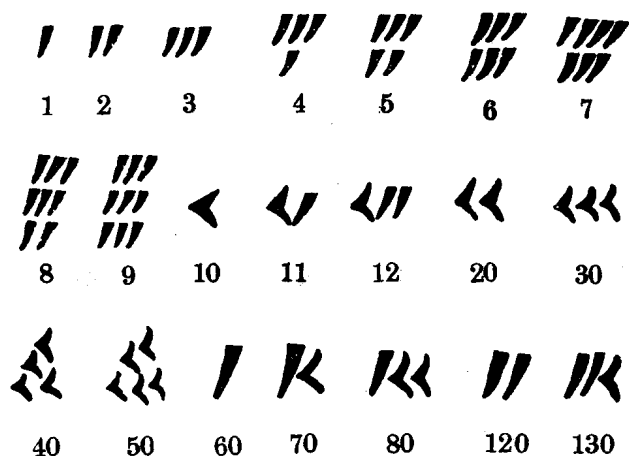


图 1 巴比伦人的 60 进位制数符

$$V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2).^*$$

并且他们与古代中国人一样,已经知道边长 3:4:5 的三角形必定是直角三角形。

远古人们首先开展研究的天文学和数学,随着生产的发展、人类的进步,在相互交织过程中虽有了很大的推进,但真正把数学和天体运动、物理现象联系起来的,还得归功于毕达哥拉斯学派及其继承者。

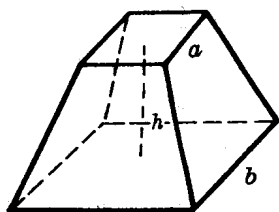
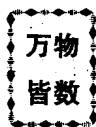


图 2 截棱锥

2. 毕达哥拉斯学派的数理自然观

公元前 6 世纪至 5 世纪,在意大利半岛南部古希腊移民的城邦活跃着一个具有神秘色彩的学派,其创始人是生于萨摩斯岛的毕达哥拉斯(Pythagoras, 约前 571—前 479)。他是古希腊著名思想家泰勒斯(Thales, 前 640—前 546)的学生。这个学派非常重视数学,有许多重大贡献。例如首先证明了勾股定理**,从勾股定理导致了无理数的发现等。他们不仅研究了数学,还提出了“万物皆数”和“数的和谐”的思想。



毕达哥拉斯学派把数看做点的汇集,如同一堆一堆的砂粒,并由它们组成了世界,因此他们也企图用数来解释一切。后继的著名学者亚里士多德(Aristotle, 古希腊, 前 384—前 322)转述毕达哥拉斯学派的观点时写道:“从数目产生点;从点产生出线;从线产生出平面;从平面产生出立体;从立体产

* 这个表述,是现代入根据莫斯科纸草书上的一个例子加以推测整理的。有的学者持怀疑态度。

** 勾股定理在国外被称为毕达哥拉斯定理。

生出感觉所及的一切物体,产生四种元素:水、火、土、气.这四种元素以及各种不同的方式互相转化,于是创造出有生命的、精神的、球形的世界.”所以,“数形成整个的天”.

数的 和谐

毕达哥拉斯认为数的关系决定了自然界和社会的秩序与和谐,跟他在声学方面的一个重大发现不无关系.据文献记载,毕达哥拉斯游历埃及时,经过一个铁匠铺,他注意到锤子敲打铁砧发出叮叮当当的非常悦耳的和谐音调.当时音乐已相当发达,他细心辨别出其中有几种谐音,一种是“八音度”谐音,一种是“五音度”谐音,一种是“四音度”谐音.于是,他将打铁的锤子称了一下:发八音度谐音的两锤子的重量比为 1:2,发五音度谐音的锤子重量比为 2:3,发四音度谐音的锤子重量比为 3:4.回家后,他取同样质地、同样粗细且绷得一样紧的不同长度的弦做实验,结果发现,凡二弦长度比为 1:2 者,发出八音度谐音;二弦长度比为 2:3 者,发出五音度谐音;二弦长度比为 3:4 者,发出四音度谐音.这就是说,音乐的谐音有着简单的数量关系,即 $1:\frac{1}{2}:\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$ 等.

毕达哥拉斯在声学方面的这个重大发现,使他悟出了一个道理:数量关系决定着音乐的和谐.他再把这种认识推广到宇宙天体的运动中——宇宙天体的运动也是和谐的.因为天体运动时,也像绳端系一重物挥动时呼呼出声一样(图 3),会发出声音;不同行星的运动也一定按它的大小和速度不同发出各种我们听不到的音调,这些音调也是和谐的.所以,“天体的和谐”、“宇宙的和谐”都是由大小和速度的数量关系决定的.由此进一步引申可得出:“数是一切事物的本质,整个有规律的宇宙的组织,就是数以及数的关系的和谐系统.”