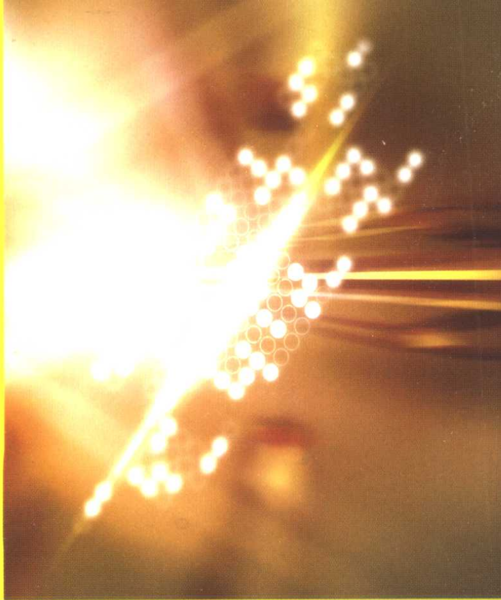


大学物理学

University Physics

下　册

吴王杰　主编　王晓　蒋敏　副主编

3

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

大学物理学

下册

吴王杰 主 编
王 晓 蒋 敏 副主编

高等教育出版社

内容提要

本书是根据教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会2004年修订的"大学物理教学基本要求(讨论稿)"编写而成的,包括了新基本要求所规定的全部基本内容和大部分扩展内容。本书在教学内容上进行了认真细致的编排和一些创新设计,以强化教学基本要求,渗透近现代物理知识,促进能力和素质培养。本书是一部全新的立体化、网络化教材,包括网络教材、电子教案和随书光盘等教学资源。

本书分上、下两册,上册包括力学、热学、电磁学,下册包括振动和波动、光学和近代物理学基础,本书为上册。全书条理清楚、论述严谨、文字通畅。本书可作为高等院校非物理专业的大学物理教材,也可供广大物理教师和各类学习大学物理的读者参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 下册/吴王杰主编. —北京:高等教育出版社,2005.6
ISBN 7-04-016613-5

Ⅰ.大… Ⅱ.吴… Ⅲ.物理学-高等学校-教材
Ⅳ.O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第023964号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网　址	http://www.hep.edu.cn
总　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　销	北京蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　刷	北京市鑫霸印务有限公司		
开　本	787×960 1/16	版　次	2005年6月第1版
印　张	22	印　次	2005年6月第1次印刷
字　数	400 000	定　价	28.10元(含光盘)

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

物料号　16613-00

目　　录

第四篇　振动和波动

第五篇　波 动 光 学

第六篇 近代物理学基础

第四篇　振动和波动

第十五章　机 械 振 动

物体在某一确定位置附近作来回往复的运动称为机械振动(mechanical vibration),如钟摆、发声体、开动的机器、行驶中的交通工具都有机械振动.机械振动最显著的两个特点是:(1)有平衡位置;(2)具有重复性,即围绕平衡位置作周期性振动.狭义地说,通常将具有时间周期性的运动称为振动.但从更广泛的意义上说,任何复杂的非周期运动,可以分解为频率连续分布的无限多个简谐振动的叠加,它们也属于振动的研究范围.振动也不限于机械运动中的振动过程,分子热运动、电磁运动、晶体中原子的运动虽然遵循不同的运动规律,但是就其中的振动过程来说,具有共同的特征.一切物理量,包括非机械量的温度、电荷量、场强等量在一定值附近反复变化的过程均为振动.因此振动是自然界及人类生产实践中经常发生的一种普遍运动形式,其基本规律是光学、电学、声学、机械、造船、建筑、地震、无线电等工程技术中的重要基础知识.

机械振动有许多不同的分类.按振动规律可分为简谐振动、非简谐振动、随机振动;按产生振动的原因可分为自由振动、受迫振动、自激振动、参变振动;按自由度可分为单自由度系统振动、多自由度系统振动;按振动位移可分为角振动、线振动;按系统参数特征分为线性振动、非线性振动.

本章主要研究简谐振动的规律,简谐振动的合成,并简单介绍阻尼振动和受迫振动,以及非线性振动与混沌现象.有关较深入的耦合振动等内容请参阅光盘中本章“知识与拓展”阅读材料 B.

15.1　简 谐 振 动

物体运动时,如果它离开平衡位置的位移(或角位移)按余弦函数(或正弦函数)的规律随时间变化(参看光盘中本章演示动画 1),这样的运动就称为**简谐振动或谐振动**(simple harmonic oscillation).简谐振动是一种最简单最基本的振动,一切复杂振动均可看作多个简谐振动的合成,简谐振动是研究振动的基础.

15.1.1 简谐振动的动力学特征

下面以弹簧振子(spring oscillator)为例来研究简谐振动的规律. 如图 15.1 所示,弹簧振子由劲度系数(stiffness)为 k,质量不计的轻弹簧和质量为 m 的小

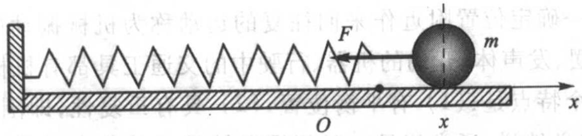


图 15.1 弹簧振子在简谐振动时的受力

球组成. 弹簧一端固定,另一端连接小球,小球的平衡位置 O 对应弹簧的原长. 在弹性限度内小球在无摩擦的水平面上只受到弹簧的弹性力作用(参看光盘中本章演示动画 2),将小球偏离其平衡位置 O,释放后小球将作周期振动. 小球在离开平衡位置的某点 x 处所受到的力 $\boldsymbol{F}$ 为

$$\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{x} \tag{15.1.1}$$

这种力与位移大小成正比而方向相反,具有这种特征的力称为**线性回复力**(linear restoring force).

弹簧振子作一维运动,根据牛顿第二定律有

$$F = -kx = m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \tag{15.1.2}$$

令 $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$,得弹簧振子振动的动力学方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \tag{15.1.3}$$

(15.1.3)式为常见的二阶常系数齐次微分方程,解这个方程可求得振子的位移 x 与时间 t 的函数关系为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{15.1.4}$$

其中 A、φ 为积分常数,可由初始条件确定,A 是振幅,φ 是初相位,其意义将在后面叙述. 显然,弹簧振子的运动就是简谐振动,(15.1.4)式就是简谐振动的表达式. 由此可见,**当物体只在线性回复力(或力矩)作用下的运动必是简谐振动**,这就是简谐振动的动力学特征.

15.1.2 简谐振动的运动学特征

根据(15.1.4)式,不难得到弹簧振子的速度、加速度与时间的函数关系为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \tag{15.1.5}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x \tag{15.1.6}$$

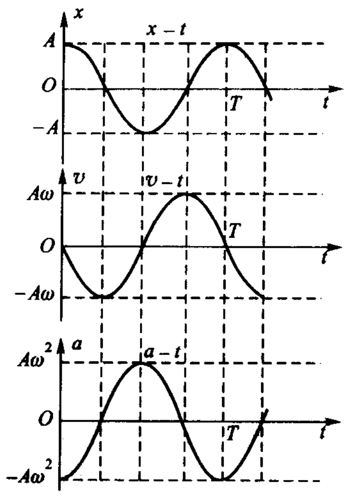


图 15.2 简谐振动的位移、速度和加速度

因此速度、加速度随时间的变化也是简谐振动,$v_0 = \omega A$ 是速度振幅,$a_m = \omega^2 A$ 是加速度振幅. 由式(15.1.6)可知,简谐振动的加速度与位移成正比且反向,这就是简谐振动的运动学特征. 简谐振动的位移、速度、加速度随时间的变化如图 15.2 所示(图中取 $\varphi = 0$)(参看光盘中本章演示动画 3).

15.1.3 简谐振动的特征量

1. 振幅

振幅(amplitude)是简谐振子离开平衡位置的最大位移的绝对值,即(15.1.4)式中的常数 A.

2. 频率和周期

简谐振动具有时间周期性,用周期和频率表示. 振动物体完成一次完全振动所需的时间称为简谐振动的周期(period),用 T 表示. 故经过时间 T 后振动状态完全重复,即有

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos[\omega(t + T) + \varphi]$$

由此式得到 $\omega T = 2\pi$,或 $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

单位时间内物体所作的完全振动的次数称为简谐振动的频率(frequency),用 ν 表示. 因为频率等于周期的倒数,即 $\nu = \frac{1}{T}$,所以 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$. 由此可见,$\omega$ 是在 2π 个单位时间内物体所作的完全振动次数. ω 称为振动的角频率或圆频率(angular frequency). 简谐振动的周期和频率仅与振动系统本身的物理性质

有关.

根据以上关系,简谐振动的余弦表达式(15.1.4)式又可写成如下形式:

$$x = A\cos\ (2\pi\nu t + \varphi) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \tag{15.1.7}$$

描述简谐振动的振幅、周期如图15.3所示(参看光盘中本章演示动画4).

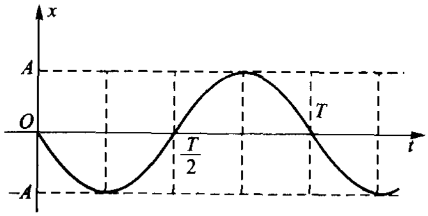


图15.3 简谐振动的振幅和周期

3. 相位和初相位

在振幅和角频率确定的情况下,简谐振子的运动状态由位移和速度这两个量完全决定,在一次完全振动过程中,作简谐振动物体的运动状态在任何时刻都不相同,即(x,v)各不相同,由(15.1.4)式和(15.1.5)式可知,每一个状态分别与$(\omega t+\varphi)$在$0\sim2\pi$范围内的一个值对应.例如下表:

t	x	v	$\omega t+\varphi$
0	A	0	0
$T/4$	0	$-\omega A$	$\pi/2$
$T/2$	$-A$	0	π
T	A	0	2π

因此,将简谐振动表达式(15.1.4)式中的$(\omega t+\varphi)$称为简谐振动的相位(phase),相位是决定简谐振子运动状态的重要物理量.

初始时刻$t=0$时的相位称为初相位(initial phase),它决定了开始时刻振子的运动状态,初相位用φ表示.考虑两个同频率的简谐振动x_2和x_1,它们的相位差

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \tag{15.1.8}$$

就是它们的初相位之差,它不随时间变化.若$\Delta\varphi=2k\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$,则两个简谐振动**同相**;若$\Delta\varphi=(2k+1)\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$,则两个简谐振动**反相**.若$\Delta\varphi>0$,则到达同一运动状态,$x_2$比$x_1$需要的时间少,称振动2的相位比振动1的相位**超前**$\Delta\varphi$;若$\Delta\varphi<0$,称振动2的相位比振动1的相位**落后**$\Delta\varphi$.

显然,由

$$v = -\omega A\sin(\omega t+\varphi) = \omega A\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$$

及

$$a = -\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi) = \omega^2 A\cos(\omega t+\varphi+\pi)$$

可知,速度 v 的相位超前位移 x 的相位 $\pi/2$,加速度 a 的相位超前速度 v 的相位 $\pi/2$. 因此,a 与 x 的相位相差 π,即 a 与 x 反相.

4. A、φ 的确定

对给定的振动系统,振幅 A 和初相位 φ 由振动的初始条件确定. 设 $t=0$ 时,振子的初始位移为 x_0,初始速度为 v_0,将此初始条件分别代入弹簧振子的速度、加速度的表示式(15.1.5)式和(15.1.6)式,得

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi \\ v_0 = -\omega A\sin\varphi \end{cases}$$

由此解得

$$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2+\dfrac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \varphi = \arctan\left(-\dfrac{v_0}{\omega x_0}\right) \end{cases} \tag{15.1.9}$$

另外,应用后面叙述的简谐振动旋转矢量表示法,确定 A、φ 将更为方便.

例题 15.1 一个轻弹簧竖直悬挂,下端挂一质量 $m=0.1$ kg 的物体,平衡时可使弹簧伸长 $l=9.8\times10^{-2}$ m,如题图所示. 今使物体在平衡位置获得大小 $v_0=1.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$、方向向下的初速度,则物体将在竖直方向运动. (1) 试证物体作简谐运动,并写出振动表达式;(2) 求速度和加速度及其最大值;(3) 求最大回复力.

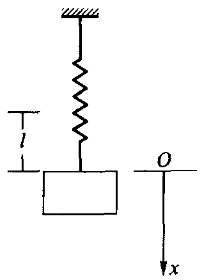
解 (1) 取物体平衡时的位置为坐标原点 O,竖直向下为 x 轴正方向,如题图所示. 物体在平衡位置时所受合力为零,即

$$mg - kl = 0 \tag{1°}$$

在任一位置 x 处,物体所受合力为

$$F = mg - k(l+x) \tag{2°}$$

其中 mg 为重力,$-k(l+x)$ 为弹性力,劲度系数 $k=mg/l$. 联立两式求解得



例题 15.1 图

$$F = -kx$$

即物体所受外力与位移成正比，而方向相反，所以该物体作简谐运动. 由牛顿第二定律得

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$$

或

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0 \qquad (3°)$$

式中 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$，因 $k=mg/l$，故得

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}=\sqrt{\frac{9.8}{9.8\times10^{-2}}}\ \mathrm{s}^{-1}=10\ \mathrm{s}^{-1}$$

设方程(3°)的解为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \qquad (4°)$$

依题意，$t=0$ 时，有

$$x_0=A\cos\varphi=0$$

$$v_0=-A\omega\sin\varphi=1.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

由此可得

$$A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}=\frac{v_0}{\omega}=\frac{1.0}{10}\ \mathrm{m}=0.1\ \mathrm{m}$$

由 $\cos\varphi=0$，得 $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$，但因 $\sin\varphi<0$，所以只能取 $\varphi=-\frac{\pi}{2}$. 将 ω、A、φ 代入式(4°)式即得简谐振动表达式为

$$x=0.1\cos\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)\quad(\mathrm{m})$$

(2) 物体的速度和加速度为

$$v=\frac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)=-\sin\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)\quad(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

$$a=\frac{dv}{dt}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)=-10\cos\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)\quad(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

速度和加速度的最大值为

$$v_{max}=\omega A=1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a_{max}=\omega^2A=10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

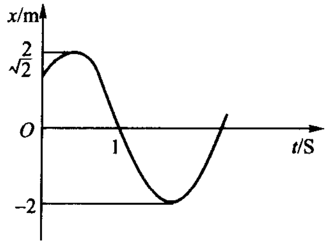
(3) 最大回复力与最大位移相对应，即有

$$F_{max}=|kx_{max}|=m\omega^2A=0.1\times10\ \mathrm{N}=1\ \mathrm{N}$$

由本例可知，凡是运动系统除本身的回复力之外还有恒力作用时，该系统仍

作简谐运动，只要以振子所受合力为零的位置作为坐标原点，则可按常规立刻写出简谐运动方程. 从数学上看，只是一个轴平移的坐标变换.

例题 15.2 已知某质点作简谐运动，振动曲线如题图所示，试根据图中数据写出振动表达式.



例题 15.2 图

解 设振动表达式为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

由题图可见，$A = 2$ m，当 $t = 0$ 时，有

$$x_0 = 2\cos\varphi = \sqrt{2}\ \text{m}$$

这样得到 $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{4}$. 由振动曲线可以看到，在 $t = 0$时刻曲线的斜率大于零，故 $t = 0$ 时刻的速度大于零，由振动表达式可得

$$v_0 = -2\omega\sin\varphi > 0$$

即 $\sin\varphi < 0$，由此得到初相位 $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$.

类似地，从振动曲线可以看到，当 $t = 1$ s 时有

$$x_1 = 2\cos\left(\omega - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$v_1 = -2\omega\sin\left(\omega - \frac{\pi}{4}\right) < 0$$

联立以上两式解得 $\omega - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}$，则 $\omega = \dfrac{3}{4}\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$，因此得到振动表达式为

$$x = 2\cos\left(\frac{3}{4}\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\quad(\text{m})$$

15.1.4 简谐振动的旋转矢量表示法

如图 15.4 所示(参看光盘中本章演示动画 5、6 和 7)，一个矢量 $\boldsymbol{A}$ 绕其一端点 O 以角速度 ω 逆时针匀角速转动，其矢端 M 作匀速圆周运动，该圆称为参考圆，M 点称为参考点，矢量 $\boldsymbol{A}$ 称为**旋转矢量**(rotating vector). 设 $t = 0$ 时刻，$\boldsymbol{A}$ 与 x 轴夹角为 φ，t 时刻，$\boldsymbol{A}$ 转过 ωt 角，则参考点 M 在 x 轴上投影点坐标为 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. 显然投影点将作简谐振动，简谐振动的振幅、角频率、初相位与旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 的大小、旋转角速度、初始时刻 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴夹角一一对应. $\boldsymbol{A}$ 旋转一周，其投影点作一次完全振动，所需时间 $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ 为简谐振动周期，单位时间内 $\boldsymbol{A}$ 转过的周数为简谐振动频率. 简谐振动的这种表示法称为**旋转矢量法**或**振幅矢量法**.

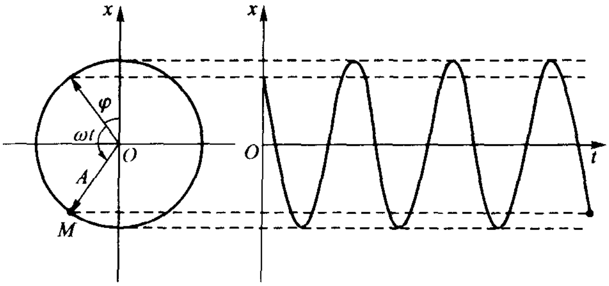


图 15.4 简谐振动的旋转矢量表示法

用旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 来表示简谐振动形象直观，一目了然，用它来确定 A、φ 十分方便，在后面分析两个以上简谐振动的合成时更为有用（请参阅光盘中本章"思维、能力与方法训练—1"）.

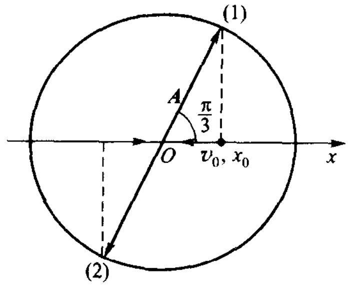
例题 15.3 一水平弹簧振子，振幅 $A=2.0\times10^{-2}$ m，周期 $T=0.5$ s. 当 $t=0$ 时，(1) 质点过 $x=1.0\times10^{-2}$ m 处，向负方向运动；(2) 质点过 $x=-1.0\times10^{-2}$ m 处，向正方向运动. 分别写出两种情况下简谐振动的运动方程.

解 (1) 根据题意，$t=0$ 时，$x_0=A/2$，且 $v_0<0$，可得旋转矢量的初始位置（如题图）. 由题图可得谐振动的初相位：

$$\varphi=\frac{\pi}{3}$$

由此及 $\omega=2\pi/T=4\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$，$A=2.0\times10^{-2}$ m，可得谐振动运动方程为

$$x=2.0\times10^{-2}\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{3}\right)\quad(\mathrm{m})$$



例题 15.3 图

(2) 根据题意，$x_0=-A/2$，且 $v_0>0$，可得放置矢量的初始位置如题图所示. 由题图可得振动初相位：

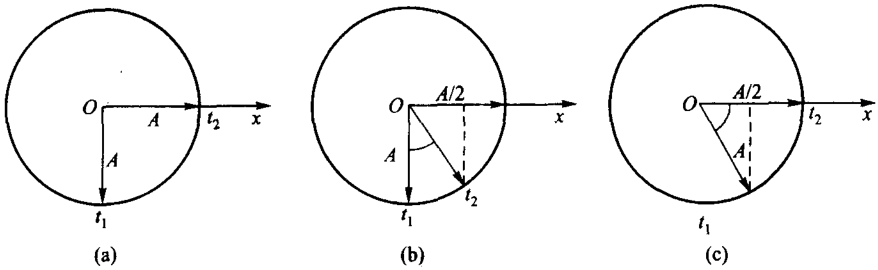
$$\varphi=\frac{4}{3}\pi\quad 或\quad \varphi=-\frac{2\pi}{3}$$

由此可得谐振动运动方程为

$$x=2.0\times10^{-2}\cos\left(4\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)\quad(\mathrm{m})$$

例题 15.4 一质点作简谐振动，周期为 T，求：(1) 质点自平衡位置沿正向运动至最大位移处的时间；(2) 质点自平衡位置沿正向运动至最大位移 1/2 处的时间；(3) 质点自最大位移 1/2 处运动至最大位移处的时间.

解 (1) 根据题意，质点处于平衡位置和最大位移处旋转矢量位置如题图



例题 15.4 图

(a)所示. 由图可得所求时间为

$$t_2 - t_1 = \frac{\pi/2}{\omega} = \frac{T}{4}$$

(2) 根据题意,质点处于平衡位置和最大位移 1/2 处的旋转矢量如题图(b)所示. 由图可得所求时间为

$$t_2 - t_1 = \frac{\pi/6}{\omega} = \frac{T}{12}$$

(3) 根据题意,质点处于最大位移 1/2 处和最大位移处旋转矢量如题图(c)所示. 由图可得所求时间为

$$t_2 - t_1 = \frac{\pi/3}{\omega} = \frac{T}{6}$$

15.1.5 简谐振动的能量

下面仍以在水平面上作简谐振动的弹簧振子为例,分析简谐振动的能量变化. 由于振子只受到弹性力这一个保守力作用,故系统的能量守恒. 设在任一时刻 t,振子位移为 x,速度为 v,则其弹性势能 E_p、动能 E_k 分别为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi) \qquad (15.1.10)$$

其中利用了关系 $k = m\omega^2$. (15.1.10) 式表明:动能最大时,势能最小;势能最大时,动能最小. 动能与势能在不停地相互转换. 系统的总机械能

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = C \qquad (15.1.11)$$

不随时间变化,E 为一常量. 总机械能 E 与振幅的平方成正比,这表明简谐振动