



北京市高等教育精品教材立项项目

空气动力学

钱翼稷 编著

KONGQI
DONGLIXUE



北京航空航天大学出版社

V211.1
Q262



郑州大学 *04010218309S*



北京市高等教育精品教材立项项目

-13

空气动力学

钱翼稷^{ji} 编著



北京航空航天大学出版社

V211-1
Q262

Qat27/64

内 容 简 介

本书对空气动力学作了全面介绍。内容分为两大部分,共 12 章。

第一部分讲述流体力学与空气动力学的基础理论以及低速空气动力学,共有 6 章。前 4 章讲述空气动力学的基础理论。后两章讲述低速空气动力学,内容是低速翼型和低速机翼。

第二部分讲述气体动力学的基础理论以及高速空气动力学,共有 6 章。包括气体动力学的基础理论,亚、跨、超声速流中的翼型与机翼及其气动特性。最后介绍高超声速流和计算流体力学(CFD)。

本书的读者对象主要是高等航空院校的本科学生,也可以供涉及流体力学或空气动力学的有关专业学生或从事这方面工作的人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

空气动力学/钱翼稷编著. —北京:北京航空航天大学出版社,2004.9

ISBN 7-81077-509-X

I. 空… II. 钱… III. 空气动力学—高等学校—教材 IV. V211.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 068333 号

空气动力学

钱翼稷 编著

责任编辑 宋淑娟

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(100083) 发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

<http://www.buaapress.com.cn> E-mail: bhp@263.net

北京市松源印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×960 1/16 印张:27.75 字数:622 千字

2004 年 9 月第 1 版 2004 年 9 月第 1 次印刷 印数:2000 册

ISBN 7-81077-509-X 定价:37.00 元

前言

本教材是为航空院校飞机系本科生编写的,他们在毕业后所从事的工作性质都在不同程度上需要空气动力学的知识。但在本科阶段,飞机系现在是不分专业的,全系学生合在一起授课,需要一份公用教材,其性质偏重于基础方面,但又不完全局限于基础。因为除了空气动力学专业的学生以外,其他专业的学生没有条件再进修空气动力学了。所以,本书也写进了一点部件空气动力学的知识。

20 世纪 90 年代初期,曾出版过以陈再新、刘福长、鲍国华署名、三院校合编的、飞机设计专业用的“空气动力学”教材,其内容与我们的要求比较接近。但到目前为止,10 多年过去了,需要与时俱进地加以增删。所以,本教材就以陈、刘、鲍版本为基础,结合当前的要求与编者的教学实践作了改编。例如原书第 9 章,“超声速机翼的气动特性”,需要较强的气动基础知识;第 10 章“旋成体”及第 11 章“组合体”则需要更多的气动基础知识,而这是本课程所不具备的,且受到学时所限,不可能讲那么多。所以,改写了这方面的内容,只讲到机翼为止,干扰问题只是稍微提了一下。

由于改编的时间太紧,编者没有精力选取新的习题并作出答案,所以保留了原书中的绝大部分习题(都附有答案)。原书中的数值表,大部分也保留了下来。

国内的教材,从来不介绍科学界的学术大师,本教材打破了此例。在讲到边界层理论时,介绍了这个理论的创始人普朗特的学术思想及其惟一的中国女博士生陆士嘉的学术成就;在讲到卡门-钱学森公式时,分别介绍了卡门与钱学森的学术思想及经历。这样,可使年轻的中国大学生读者了解到,我国在空气动力学方面的成就,是与普朗特学派分不开的。

本教材中如有不当之处,诚恳欢迎读者批评指正。

编著者

2004 年 6 月

目 录

绪 论

- 0.1 空气动力学的研究对象、范围及其分类..... 1
- 0.2 空气动力学的研究方法 2

第 1 章 流体属性与流体静力学..... 3

- 1.1 连续介质的概念:介质内部一点处的密度..... 3
- 1.2 流体内部一点处的压强 5
- 1.3 完全气体的状态方程 6
- 1.4 气体的弹性和流动性 7
- 1.5 流体的粘性 7
- 1.6 作用在流体微团上的力——表面力和彻体力..... 10
- 1.7 流体的静平衡方程——欧拉静平衡方程..... 12
- 1.8 标准大气..... 17
- 习 题 22

第 2 章 流体运动学和动力学基础

- 2.1 流场及其描述方法..... 23
 - 2.1.1 欧拉法..... 23
 - 2.1.2 欧拉法的加速度表达式..... 24
 - 2.1.3 流线与流型..... 26
- 2.2 流体微团的运动分析..... 28
 - 2.2.1 平面流动的微团的运动分析..... 28
 - 2.2.2 三维流动的微团的运动分析..... 30
 - 2.2.3 散 度..... 31
 - 2.2.4 旋度和位函数..... 32
- 2.3 质量方程..... 34
 - 2.3.1 微分形式的质量方程(又名连续方程)..... 34
 - 2.3.2 积分形式的质量方程..... 36

2.4 欧拉运动方程及 N-S 方程	36
2.4.1 欧拉方程的推导	37
2.4.2 欧拉方程的积分	39
2.4.3 积分形式的动量方程	43
2.5 环量与涡	45
2.5.1 环量与涡的关系	45
2.5.2 涡线与涡管	48
2.5.3 关于涡的定理	50
习 题	50

第 3 章 低速平面位流

3.1 平面不可压位流的基本方程, 流函数	53
3.2 几种简单的二维位流	57
3.2.1 直匀流	57
3.2.2 点 源	57
3.2.3 偶极子	59
3.2.4 点 涡	61
3.3 一些简单的叠加举例	63
3.3.1 直匀流加点点源	63
3.3.2 直匀流加偶极子	65
3.3.3 直匀流加偶极子加点点涡	67
3.4 二维对称物体绕流的数值解	69
习 题	72

第 4 章 边界层流动

4.1 边界层概念的提出	74
4.2 平面不可压层流边界层微分方程	76
4.2.1 边界层流动图画	76
4.2.2 二维平板的边界层微分方程式	77
4.2.3 二维微弯曲面的边界层方程式	81
4.2.4 定常层流边界层问题解法概述	81
4.3 平板边界层的解	83
4.3.1 布拉休斯(Blasius)解	83
4.3.2 卡门动量积分关系解	88

4.4 可压流边界层	94
4.4.1 温度边界层及气动热	94
4.4.2 高速、高温对边界层的影响	97
4.4.3 可压层流边界层的两个特解	104
4.4.4 可压紊流边界层的两个特解	106
习 题	107
第5章 低速翼型	
5.1 翼型的几何参数	109
5.1.1 美国 NACA 四位数字翼族	110
5.1.2 NACA 五位数字翼族	111
5.1.3 层流翼型	112
5.2 翼型的低速绕流图画	113
5.3 翼型的气动特性	116
5.4 薄翼型理论	120
5.5 实用薄翼型的气动特性公式	123
5.6 翼型的失速:后缘分离与前缘分离	129
习 题	132
第6章 低速机翼及其气动特性	
6.1 引 言	135
6.2 有限翼展机翼的涡系	137
6.3 直机翼	137
6.3.1 尾涡与下洗	138
6.3.2 展向环量分布为椭圆规律	140
6.3.3 展向环量分布为一般情况下的计算方法	145
6.3.4 机翼的升力	148
6.3.5 涡所诱导的阻力	148
6.4 面元法	150
6.5 涡格法(VLM)	153
6.5.1 一个马蹄涡所诱导的速度	155
6.5.2 边界条件的应用	159
6.5.3 平面机翼的诸关系式	160
6.6 三角翼	169

6.7 前缘延伸(边条机翼)	175
6.8 机身在大迎角下的非对称载荷	178
习 题	179

第7章 高速可压流动基础

7.1 热力学基础知识	182
7.1.1 热力学的物系	182
7.1.2 热力学第一定律:内能和焓	182
7.1.3 热力学第二定律:熵	184
7.1.4 气体的状态方程,完全气体和真实气体	185
7.2 声速和马赫数	187
7.2.1 现 象	187
7.2.2 微弱扰动传播过程与传播速度——声速	188
7.2.3 声速公式	190
7.2.4 马赫数	192
7.3 高速一维定常流	193
7.3.1 一维定常绝热流的能量方程	193
7.3.2 一维定常绝热流参数间的基本关系式	194
7.4 微弱扰动的传播区,马赫锥	200
7.5 膨胀波	202
7.5.1 关于微弱扰动传播区的回顾	202
7.5.2 壁面外折 $d\delta$	203
7.5.3 外折 δ	204
7.5.4 诸参数的变化趋势	205
7.5.5 膨胀波的反射和相交	205
7.5.6 超声速流绕外钝角膨胀的计算	209
7.5.7 特征线法	215
7.5.8 平面无旋流的特征线法	221
7.6 激 波	226
7.6.1 正激波	226
7.6.2 斜激波	237
7.6.3 激波的反射与相交	247
7.6.4 圆锥激波	253
7.6.5 收敛-扩张喷管在非设计状态下的工作	257

7.7 可压流边界层	260
7.7.1 可压流中的平板摩阻系数	261
7.7.2 壁面热流密度 q_w 的计算	263
7.8 激波与边界层的相互干扰	264
7.8.1 边界层的影响	264
7.8.2 发动机喷管内的边界层分离与第五种工作情况	267
习 题	268
 第 8 章 亚、跨声速流中的翼型与机翼	
8.1 亚声速翼型与机翼的气动特性	271
8.1.1 基本方程	271
8.1.2 理想流体的可压流的解法概述	272
8.1.3 小扰动线化理论	273
8.1.4 亚声速流的小扰动解	276
8.2 跨声速翼型与机翼的气动特性	284
8.2.1 引 言	284
8.2.2 跨声速流动图画及基本方程	285
8.2.3 临界马赫数	291
8.2.4 小扰动平面位流基本方程及薄翼型的跨声速相仿律	295
8.3 跨声速气动设计问题——假想气体法	304
8.3.1 基本方程	305
8.3.2 引入函数 $g(Ma^2)$	306
8.3.3 改写基本方程	306
8.3.4 结 果	308
8.4 跨声速流中的当量律与面积律	310
习 题	311
 第 9 章 超声速翼型的气动特性	
9.1 引 言	314
9.2 线化理论	315
9.2.1 升 力	316
9.2.2 阻 力	317
9.2.3 俯仰力矩	319
9.3 布泽曼理论	321

9.4 激波-膨胀波法·····	324
习 题·····	328

第 10 章 超声速机翼的气动特性

10.1 引 言·····	330
10.2 超声速机翼的绕流图画·····	330
10.3 基本方程及边界条件·····	331
10.3.1 基本方程·····	331
10.3.2 边界条件·····	332
10.3.3 叠加原理·····	332
10.4 求解方法·····	333
10.4.1 锥型流法·····	334
10.4.2 奇点分布法·····	343
10.5 超声速飞机的一些设计问题·····	351
10.6 气动干扰·····	353
10.6.1 综 述·····	353
10.6.2 近似分析·····	355
10.7 超声速流中全机外形的气动分析简介·····	358
习 题·····	360

第 11 章 高超声速流

11.1 引 言·····	362
11.2 高超声速绕流流谱·····	363
11.3 牛顿理论·····	366
11.4 高超声速机翼的升阻力·····	369
11.4.1 升阻力的计算·····	369
11.4.2 精度问题·····	374
11.5 高超声速激波关系式·····	376
11.6 与 Ma 数无关原理·····	379
11.7 高超声速流与计算流体动力学·····	381
11.8 小 结·····	384
习 题·····	384

第 12 章 计算流体动力学(CFD)

12.1 概述:数值求解	386
12.2 运动方程的离散化.....	387
12.3 计算网格与计算平面.....	390
12.4 MacCormack 方法	392
12.4.1 预估步.....	393
12.4.2 修正步.....	394
12.5 时间相关法:超声速钝头体的应用	394
12.5.1 预估步.....	397
12.5.2 修正步.....	397
12.6 小 结.....	400

附 表

附表 1 常见流体的密度和重度	401
附表 2 空气和水的属性	401
附表 3 标准大气的属性	402
附表 4 亚声速流动($\gamma=1.4$)的流动参数与 Ma 数的关系	403
附表 5 超声速流动($\gamma=1.4$)的流动参数与 Ma 数的关系	407
附表 6 普朗特-迈耶尔膨胀流动($\gamma=1.4$)	418
附表 7 激波流动的参数($\gamma=1.4$)	422

参考文献

绪 论

0.1 空气动力学的研究对象、范围及其分类

空气动力学是研究物体和空气之间有相对运动时,即物体在空气中运动或物体不动而气流过物体时,空气的运动规律及作用力(空气内部的和空气对物体的)所服从的规律。这一学科是随着航空事业的发展而发展起来的。传统上所说的空气动力学,指的都是飞行器的空气动力学,尤其是指普通飞机的空气动力学。

飞机之所以能在大气中作持续的飞行,全靠空气给它的反作用力,空气的力托住它的重量,使之不坠;不过,空气还同时给予飞机一个阻力,阻碍它的前进。因此,要想使飞机飞得好,需要研究空气动力学,这是不需多说的。能载人的实用飞机自从 20 世纪初出现以来,它的发展是极迅速的。到 50 年代末期,有了人造地球卫星;60 年代末期已经实现了往返月球的宇宙飞行。尽管人造卫星和宇宙飞船的主要活动场所远远超出了大气层,可是,这些太空飞行器的起飞和返航仍要穿过紧挨着地面的稠密大气层,因而仍要和大气打交道。所以,研制所有这些飞行器,包括飞机和太空飞行器等在内,都需要研究空气动力学。

空气动力学导源于流体力学。流体力学是物理学的一个分支。它研究的是流体(包括液体和气体)中的作用力和流体的运动规律。流体力学可分为流体静力学和流体动力学;前者研究的是流体静止时,其中的作用力;后者研究的是流体运动时,其运动的规律和作用力的规律。空气动力学则是将流体动力学应用于研究飞行器运动上的进一步发展。

除了飞机空气动力学之外,现代工业有许多用到气流来工作或与气流打交道的场合,这些方面也要应用流体动力学的原理来对问题作深入的研究。这就逐渐形成了另一门空气动力学,名叫工业空气动力学。工业空气动力学要处理的问题范围包括得很广,涡轮机、轴流式压气机、离心式压气机等叶片机中的气动力问题,鼓风机和高炉中的气流问题,大建筑物中的暖气通风问题,高大建筑物的风压问题等等,都是它的研究范围。自然界的气象问题也有很大一部分是气流——风的问题。

飞行器的空气动力学又可按飞行的速度范围划分成几个部分:处理低速问题的称为低速空气动力学;处理高速问题的称为高速空气动力学。在高速范围内,有一个重要的划界速度,那就是声速。研究飞行速度低于声速的问题称为亚声速空气动力学,超过声速的称为超声速空气动力学,而研究飞行速度在声速左右的问题则称为跨声速空气动力学。有人把高速空气动力学,尤其是超声速部分称为气体动力学。有的实验性的飞机速度达到了声速的 7 倍以上,洲际导弹和宇宙飞船重返大气时,飞行速度甚至能达到声速的 30 倍以上,这类的飞行称为高

超声速飞行。一般规定,飞行速度小于五倍声速的飞行称为超声速飞行,而把飞行速度大于五倍声速的飞行叫做高超声速飞行。在高超声速条件下,会出现一般超声速飞行所没有的新问题。研究这方面问题的学科,称为高超声速空气动力学。宇宙飞船在外层大气中飞行,那里的空气是十分稀薄的,处理这方面问题的有稀薄气体力学。在外层大气里空气分子是离子化了的,成为一种可以导电的流体,这种流体又处于电磁场内,飞行器在这种流体里运动,就需考虑电磁力的作用,这就又有了一门称为电磁流体动力学的学科。

本书限于讲述常规飞行器即普通飞机的空气动力学,包括低速空气动力学、亚声速空气动力学和超声速空气动力学几个方面的基础知识。对于高超声速空气动力学,本书只介绍一点基础知识;而对于稀薄流和电磁流,则不作介绍。

0.2 空气动力学的研究方法

空气动力学的研究方法和物理学的各个分支的研究方法一样,有理论的和实验的两种。这两种方法不是互相排斥的,而是互相补充的。就一门学科来说,既要发展实验的研究,又要发展理论的研究。实验研究能给我们许多感性认识,能发现物理现象,能获得大量定性的和定量的资料供我们分析,并在分析得出规律性的结论之后,用实验重新验证所得出的规律是否成立,是否真实。

实际的现象往往是很复杂的,同时会有许多因素在起作用。研究的任务在于分清这些因素的作用,首先是把次要的因素略去,只研究主要因素的作用。这种摸清因素的主次,先抓住主要因素的作用,然后把次要因素的作用一条条地作为修正加上去的办法在科学研究上是常用的。空气动力学也是这样做的。

理论研究是运用基本概念、定律和数学工具对一个具体问题作定量的分析,以获得定量的结论。空气动力学的理论研究通常用一种严格的数学方法,在一组规定的具体边界条件或初始条件下,去求解气流所遵循的微分方程。数学在求解空气动力学问题时是一种必不可少的、强有力的工具。这就是说,需要有很好的数学解析的基础。近年来,随着大型高速电子计算机的出现,逐渐形成了一门计算空气动力学。一架具体的飞机,外形是很复杂的,要想求得解析的解是不可能的。现在,用电子计算机已经能够作数值计算,把流动情况都算出来,把作用在飞机上的各种气动力都算出来。这种数值计算,如何能算得准,如何能省事,大有文章可做。一旦有了好的算法之后,对同一类的飞行器(如常规的飞机)就可以编成通用的计算程序,存在磁盘里,随时可以使用。

实验研究的设备是各种类型和各种尺寸的风洞,还有各种测试仪器。现代化的测试仪器都是自动化的,配有专用电子计算机,实验一旦做完,数据就整理出来,曲线也画出来了。

除风洞实验之外,还有自由飞实验(遥测)和高速轨道车实验等。

理论的分析结果需要和实验结果作比较,以确定理论的可用性、精确度,并促使理论进一步发展;反过来,实验研究也需要理论的原则指导,否则会陷入盲目状态,失去方向。总之,研究方法应该是理论联系实际的方法。

第 1 章 流体属性与流体静力学

空气动力学的任务之一是为飞行器设计服务。设计时不但需要知道作用在飞行器外表面上的力,也需要知道由这些分布的力所合成的全机的力和力矩,如全机的升力、阻力、俯仰力矩等。后者是由那些分布的力合成的,而那些分布力是由气流流过飞行器时产生的。人们只要知道气流流过飞行器的具体情况,就能把那些分布的力算出来。流动的具体情况不仅仅决定于飞行器的具体形状,也决定于气流的具体属性。本章要讲的先是气体属性,然后是静力学,最后讲一讲标准大气的规定。

1.1 连续介质的概念:介质内部一点处的密度

流体力学和空气动力学中常用“介质”这个名词表示它所处理的流体。流体这个词包括液体与气体。在这门课里,介质主要的是指空气;而在实验室里有时为了特殊的目的不用空气而采用某种特殊气体,因此用介质这个词更概括些。

气体原是由大量的分子组成的,每个分子都在不断地作不规则的热运动,彼此不时碰撞。一个气体分子从一次碰撞到下一次再碰撞所走过的距离称为自由程。当然,一个气体分子各次碰撞之间的自由程并不是都相等的,不过在一定的状态下,有一个平均的自由程可言;这是该气体中所有分子的自由程的一个平均值。这个值越小,表明气体的密度越大。以海平面大气而言,在气压为 101.325 kPa、温度为 15 °C 时,每 1 cm³ 的空间内部有空气分子 2.7×10^{19} 个,其平均自由程为 $l = 10^{-8}$ mm。这个距离和飞行器的任何一个尺寸(一般以 m 计,至少以 cm 计)相比较都是微乎其微的,即

$$l/L \ll 1$$

L 代表飞行器的某一个尺寸。空气的运动既是由于飞行器的飞行所造成的,那么,空气发生显著变化的范围一般说来也是和飞行器的尺寸 L 属于同一数量级的。这样,空气受飞行器的扰动而运动时,就不会以分子为单位进行活动,必然是大量空气分子一起运动;空气所表现出来的性能特征就不会是每个分子的行为,而一定表现出总体的属性。

正是在这个前提下,空气动力学采取所谓的连续介质的概念。这个概念把介质看成是连绵一片的流体,假设介质所占据的空间里到处都密布了这种介质而不再有空隙。低速空气动力学、高速空气动力学、甚至高超声速空气动力学都是在连续介质这样一个假设前提下进行研究的。只有到了外层大气里, l/L 才会等于甚至大于 1,例如在 120 km 的高空, l 达到 200 mm, l/L 就会 ≥ 1 ,这时就得用稀薄空气动力学来研究飞行问题了。稀薄空气动力学的前提不

再是连续介质。

在连续介质的前提下,可以讨论介质内部某一几何点 P 处的密度。围绕 P 点划取一块微小空间(图 1-1),设这块空间的容积为 ΔV ,其中所包有的介质的质量为 Δm ,则该空间内介质的平均密度是

$$\bar{\rho} = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

令 $\Delta V \rightarrow 0$,这时 $\Delta m / \Delta V$ 的极限值定义为 P 点的介质密度,即

$$\rho_P = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1-1)$$

图 1-2 表示 $\Delta V \rightarrow 0$ 时真实的平均密度的变化情况。这张图画的是 P 点周围的介质密度较 P 点处为大的情况。当 ΔV 取得相当大时,平均密度是大于 P 点的值 ρ_P 的;随着 ΔV 向 P 缩小,平均密度逐渐向 ρ_P 趋近;一直到 ΔV 小到某个值 $(\Delta V)_0$ 时,平均密度有一个相当稳定的值,即 ρ_P 。所谓 ρ_P 相当稳定是指当 ΔV 略大于或略小于 $(\Delta V)_0$ 时,平均密度都保持不变。把 ΔV 再缩小下去,向零趋近时,它所包含的介质分子数就可能不是常数了;在某一瞬间来看,如恰好有几个分子飞出 ΔV 域,平均密度就会突然显著变小;反之,如果恰好有几个分子飞进 ΔV 域,平均密度又会突然显著变大。 ΔV 缩得越小,这种忽大忽小的情况越严重。我们在连续介质的前提下所说的某一点的密度指的就是 $(\Delta V)_0$ 时的平均密度,并不是 ΔV 真正无限缩小时的情况。而这个 $(\Delta V)_0$ 的尺寸肯定是和分子的平均自由程是同一数量级的,相对于飞机的尺寸来说,尽可以把它当作一个几何点看待。

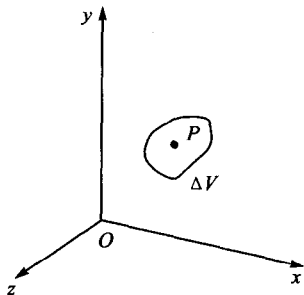


图 1-1 一点处密度的定义

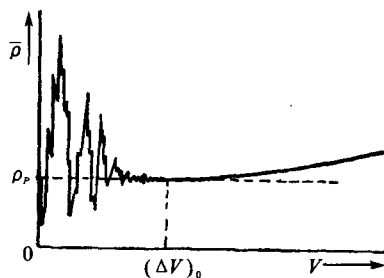


图 1-2 平均密度与 ΔV 的关系

空气动力学里所用的密度都是质量密度,即单位容积中介质的质量有多少。度量单位采用国际单位制,本书执行国标 GB3100—93,所以质量密度的单位是 kg/m^3 。常见流体的密度数值见附表 1。

在以后的分析里,往往要取一块尺寸极微小的体积内的介质来研究它的运动情况或分析它所受的力。既然已经采用了连续介质的概念,当然不能取一个分子,而必须取一小块介质,把这样的一块微量的介质取名为“微团”。流体微团的尺寸是很小的,相对于飞行器的尺寸而

言,可以设想它无限地微小。

1.2 流体内部一点处的压强

一个受力的固体构件,若在它的内部任意切出一个剖面来看,所作用的应力一般地既有法向的又有切向的。若在流动着的流体内部任意取一个剖面来看,剖面上一般地也有法向应力和切向应力两种。不过这切向力完全是由粘性产生的,而流体的粘性力又只有在流动时才会出现,静止时是没有的。换句话说,静止流体是不能承受切向力的。法向应力总是有的,不论流体是静止还是流动。流体中的法向应力称为压强,其正指向和法向应力相反,法向应力以张力为正,而压强则以压力为正。

压强是力/长度²,在国际单位制中,其单位是 Pa。

现在要证明在无粘液体内,不论流体是静止还是运动,尽管一般地说压强是随地点而变的,即压强是位置的函数 $p=p(x,y,z)$,但在同一点上,压强是不随受压面的方位不同而变化的^①。譬如,取一个坐标系 x,y,z ,如图 1-3 所示,这里要讨论的是 P 点的压强。在 P 点的四周取一个微小的四面体,把 P 点包在中间。这个四面体的三条棱线沿三个坐标轴取为 $OA=dx$, $OB=dy$, $OC=dz$ 。设作用在 BOC 面上的压强为 p_x , AOC 面上的为 p_y , AOB 面上的为 p_z ,而作用在斜面 ABC 上的压强为 p ,现在来建立 x,y,z 三个方向的力的平衡关系式。作用在任何一个面上的压力必是垂直于该平面的一个力,压力是法向力。就 x 方向来看,有两个压力是有作用的,一个是作用在 BOC 面上的压力,其值是 $p_x \left(\frac{1}{2} dydz \right)$,指向正 x ;另一个

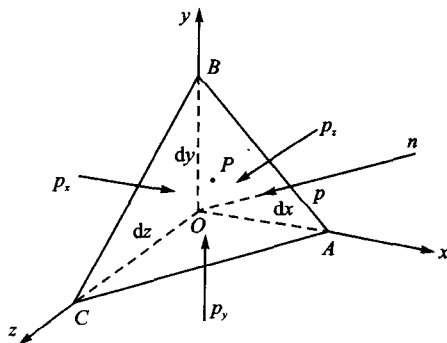


图 1-3 静止流体中的四面体受力示意图

是作用在 ABC 面上的压力,其值是 $p(dS)$, dS 代表 ABC 的面积,这个力在 x 方向的分力是 $p(dS)\cos(n,x)$,此分力指向负 x 方向。在运动的流体中,这一块微元流体是可能有加速度的,加速度乘质量等于惯性力,而质量等于该微元流体的体积 $\frac{1}{6} dx dy dz$ 乘密度,所以这个惯性力和那两个压力比较起来,是高一阶的微量。现在可以列出 x 向的力的平衡方程

$$\frac{1}{2} p_x dydz - p \cos(n,x) dS = \text{微量三次方的项}$$

令 $dx, dy, dz \rightarrow 0$, 等式右侧的高次微量可以略去,得

① 关于有粘的运动流体,严格说来压强指的是三个互相垂直方向的法向力的平均值,加负号。

$$\frac{1}{2} p_x dydz - p \cos(n, x) dS = 0$$

dS 在 x 方向的投影就是 $\frac{1}{2} dydz$, 结果由上式得

$$p_x = p$$

同理, 从 y 向和 z 向的压力平衡关系得

$$p_y = p$$

$$p_z = p$$

总之

$$p_x = p_y = p_z = p \quad (1-2)$$

图 1-3 中的坐标系方位本来是随意取定的, 所以式 (1-2) 这个结果说明: 无粘流体内部一点的压强, 其值与压力方向无关; 无论流体是静止的还是流动的, 这个结论都是成立的。

1.3 完全气体的状态方程

完全气体是气体分子运动论中所用的一种模型气体。其分子被假设为完全弹性的微小球形粒子, 内聚力十分微小, 可以忽略不计, 只在碰撞时才起作用。微粒的实际总体积, 和气体所占据的空间体积相比较, 是可以忽略不计的。远离液态的气体基本符合这些假设, 空气也如此。所以, 在处理问题时, 认为空气是完全气体。

气体流动时, 其内部各点的温度是可以不相同的。气体温度 T 都是用热力学温度 (K) 来表达的。从物理学知道, 任何状态之下的气体, 其压强、密度和温度三者之间存在着某个函数关系

$$p = p(\rho, T)$$

此关系称为气体的状态方程。完全气体的状态方程特别简单, 其表达式是

$$p = \frac{\bar{R}}{M_r} \rho T$$

式中的 $\bar{R}$ 称为通用气体常数, 数值是 $8.315 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$, M_r 是某种具体气体的相对分子质量。 p 的单位是 Pa。 ρ 的单位是 kg/m^3 , T 用热力学温度单位 K。这个方程又名克拉珀龙 (Clapeyron) 方程。如将 $\bar{R}/M_r$ 换用符号 R 来表示, 则此方程可写为

$$p = \rho R T \quad (1-3)$$

这就是完全气体的状态方程, 其中的 R 称为气体常数, 每种气体各有其 R 值。空气是一种混合气, 其相对分子质量 $M_r = 28.97$, 这个相对分子质量是按其各组成成分所占质量的百分比算出来的。由此得, 空气的气体常数 $R = (8.315/28.97) \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) = 0.2871 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{K} = 0.2871 \text{ J}/\text{K}$ 。如果组分改变了, 这个常数当然就不能用了, 例如神舟 5 号飞船返回大气层时其