



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学习题解析

胡增强 编

Hu Zengqiang



清华大学出版社



Springer



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学习题解析

胡增强 编

Hu Zengqiang



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以材料力学课程教学基本要求的内容为主,共分 14 章:轴向拉伸与压缩;剪切;扭转;截面的几何性质;弯曲内力;弯曲应力;弯曲变形;应力、应变分析;强度理论;组合变形;塑性极限分析;能量法;压杆稳定;动载荷与交变应力。每章均包括“内容提要”和“习题解析”两部分。其中:“内容提要”以提纲挈领的形式,列出该章的基本概念和基本公式,以及相关的物理意义和注意事项,可作为学习该章的小结;“习题解析”选取较为典型、概念性强、具有一定启发思考性和扩展性的习题 700 余道,每道习题均予以解答,在解答中着重解题思路和分析讨论,而适当简化数字运算过程。

本书可供高等院校工科各专业本科生,参加函授、远程教育和高等教育自学考试以及报考硕士研究生的学生选用;也可作为研究生、教师和科技工作者的参考书。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

材料力学习题解析/胡增强编. —北京:清华大学出版社, 2005.3

(高等院校力学学习辅导丛书)

ISBN 7-302-09449-7

I. 材… II. 胡… III. 材料力学—高等学校—解题 IV. TB301-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 091440 号

出 版 者: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

地 址: 北京清华大学学研大厦

邮 编: 100084

客户服务: 010-62776969

责任编辑: 杨 倩

印 刷 者: 北京世界知识印刷厂

装 订 者: 三河市金元装订厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 175×245 印张: 36 插页: 1 字数: 722 千字

版 次: 2005 年 3 月第 1 版 2005 年 3 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-09449-7/O · 403

印 数: 1~4000

定 价: 39.80 元

目 录

第 1 章 轴向拉伸与压缩 1

[内容提要] [习题解析]

- 1.1 轴向拉伸(压缩)杆的内力 (1).....(12)
- 1.2 轴向拉伸(压缩)杆的应力 (2).....(16)
- 1.3 材料在拉伸、压缩时的力学性能 (5).....(22)
- 1.4 轴向拉伸(压缩)杆的强度条件 (7).....(25)
- 1.5 轴向拉伸(压缩)杆的变形 (8).....(31)
- 1.6 轴向拉伸、压缩时的静不定问题 (10).....(45)

第 2 章 剪切 62

[内容提要] [习题解析]

- 2.1 剪切及其实用计算 (62).....(65)
- 2.2 挤压及其实用计算 (63).....(72)
- 2.3 纯剪切的观念 (64).....(77)

第 3 章 扭转 84

[内容提要] [习题解析]

- 3.1 圆杆扭转时的内力 (84).....(93)
- 3.2 圆杆扭转时的应力 强度条件 (85).....(95)
- 3.3 圆杆扭转时的变形 刚度条件 (87).....(106)

- 3.4 非圆截面杆的扭转 (89).....(120)
 3.5 圆柱形密封圈螺旋拉(压)弹簧 (91).....(125)

第4章 截面的几何性质..... 130

[内容提要] [习题解析]

- 4.1 静矩 形心 (130).....(135)
 4.2 惯性矩 惯性积 惯性半径 (131).....(138)
 4.3 平行移轴定理与转轴公式 (133).....(143)
 4.4 主惯性轴 主惯性矩 (134).....(148)

第5章 弯曲内力..... 155

[内容提要] [习题解析]

- 5.1 平面弯曲的概念 (155).....(159)
 5.2 梁横截面上的内力分量 (156).....(161)
 5.3 载荷集度与剪力、弯矩间的平衡微分关系
 及其应用 (157).....(177)

第6章 弯曲应力..... 186

[内容提要] [习题解析]

- 6.1 弯曲正应力 正应力强度条件 (186).....(193)
 6.2 弯曲切应力 切应力强度条件 (188).....(215)
 6.3 开口薄壁截面的弯曲中心 (191).....(226)

第7章 弯曲变形..... 234

[内容提要] [习题解析]

- 7.1 弯曲变形与位移 (234).....(239)
 7.2 通过积分求梁的位移 (236).....(242)
 7.3 应用叠加原理求梁的位移 (236).....(252)
 7.4 弯曲的静不定问题 (237).....(264)

第8章 应力、应变分析 281

[内容提要] [习题解析]

- 8.1 应力状态的概念 (281).....(290)

8.2 平面应力状态下的应力分析	(283).....(295)
8.3 空间应力状态的概念	(285).....(307)
8.4 平面应力状态下的应变分析	(287).....(312)
8.5 各向同性材料的应力—应变关系	(289).....(320)
第9章 强度理论	334
	[内容提要] [习题解析]
9.1 强度理论的概念	(334).....(336)
9.2 四个常用的强度理论	(334).....(337)
9.3 莫尔强度理论 强度理论的应用	(335).....(346)
第10章 组合变形	350
	[内容提要] [习题解析]
10.1 组合变形的概念	(350).....(355)
10.2 两相互垂直平面内平面弯曲的组合 ——斜弯曲	(351).....(358)
10.3 轴向拉、压与弯曲的组合	(353).....(369)
10.4 扭转与弯曲的组合	(354).....(383)
第11章 塑性极限分析	400
	[内容提要] [习题解析]
11.1 塑性变形 塑性极限分析	(400).....(404)
11.2 拉、压杆系的极限分析	(401).....(404)
11.3 受扭圆杆的极限分析	(402).....(412)
11.4 梁的极限分析 塑性铰	(402).....(416)
第12章 能量法	427
	[内容提要] [习题解析]
12.1 应变能 余能	(427).....(434)
12.2 卡氏定理	(429).....(439)
12.3 虚位移原理 单位力法	(430).....(449)
12.4 互等定理	(431).....(460)
12.5 用能量法解静不定系统	(432).....(463)

第 13 章 压杆稳定 481

[内容提要] [习题解析]

- 13.1 弹性平衡稳定性的概念 (481).....(486)
13.2 轴向受压等直杆的临界压力与临界应力 (482).....(490)
13.3 压杆的稳定性计算 (484).....(503)
13.4 纵横弯曲的概念 (485).....(512)

第 14 章 动载荷与交变应力 517

[内容提要] [习题解析]

- 14.1 动载荷与交变应力 (517).....(524)
14.2 动应力的计算 (518).....(527)
14.3 疲劳破坏与疲劳强度校核 (520).....(543)

附录 I 型钢规格表 (550)**附录 II 常用截面的几何性质 (558)****附录 III 简单载荷作用下梁的挠度和转角 (560)****附录 IV 材料力学基本内容的回顾..... (插页)****参考文献 (565)**

第 1 章

轴向拉伸与压缩

【内容提要】

1.1 轴向拉伸(压缩)杆的内力

1. 轴向拉伸(压缩)的力学模型

轴向拉伸(压缩)是杆件的基本变形之一,其力学模型如图 1-1 所示。

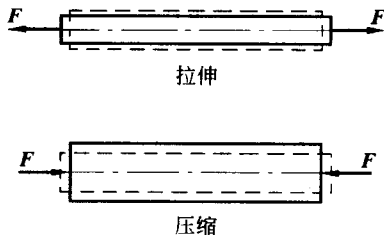


图 1-1

构件特征 构件为等截面的直杆。

受力特征 外力(或外力合力)的作用线与杆件的轴线相重合。

变形特征 受力后杆件沿其轴线方向伸长(缩短),即杆件任意两横截面沿杆件轴线方向产生相对的平行移动。

2. 内力 截面法

内力 由外力(或其他外界因素)所引起的、构件本身两部分之间的相互作用。

截面法 截面法是求内力的普遍方法,用截面法求内力的步骤为

- (1) 截开 在需求内力的截面处,假想地沿该截面将构件截分为二;
- (2) 替代 任取一部分,其弃去部分对留下部分的作用,以作用在截开面上相应的内力来代替;
- (3) 平衡 由于平衡物体的任一部分均应保持平衡,由平衡条件求出该截面上的未知内力值。

内力的特征

- (1) 内力定义在构件的某一假想截面上,等效于截面两侧部分间的相互作用。
- (2) 内力是指由外力(或外界因素)作用引起构件变形、而产生的某一截面上分布内力系的合成。

(3) 内力是矢量,内力沿坐标轴的分量是标量。内力分量的正、负号与构件的变形趋势相联系。

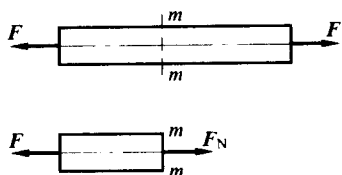


图 1-2

轴力 轴向拉(压)杆横截面上的内力,其作用线必定与杆件轴线相重合,称为轴力(图 1-2),记为 F_N 。

轴力的特征

- (1) 轴力实质上为内力分量(沿杆件轴线的分量),轴向拉(压)杆横截面上仅该内力分量不为零。

(2) 轴力 F_N 规定以拉力为正、压力为负,即引起杆件伸长的轴力为正。注意,列平衡方程时,力的正负,以其使物体产生的运动趋势规定;内力的正负,以其使物体产生的变形趋势规定。两者的物理意义不同。若未知内力的方向始终假定为其正向,则由平衡方程求得的内力正负号,就直接反映了内力的正负。

轴力图 表示沿杆件轴线各横截面上轴力变化规律的图线。注意,轴力图应与杆件轴线等长,且在图中标注各段轴力的正、负号和数值。

1.2 轴向拉伸(压缩)杆的应力

1. 应力

应力的定义 由外力(或外界因素)引起的,构件某一截面上某一点处的内力集度(图 1-3)。

全应力 截面 $m-m$ 上点 O 处的应力,记为 p 。

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-1)$$

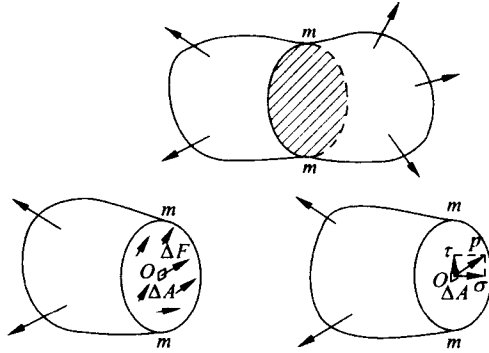


图 1-3

正应力 垂直于截面的应力分量,记为 σ 。

切应力 相切于截面的应力分量,记为 τ 。

应力的特征

(1) 应力定义在构件的某一假想截面或其边界上的某一点处。等效于材料质点间的相互作用。

(2) 应力的物理因次是单位面积上的力;应力的单位为帕(Pascal),其代号为 Pa ($1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$)。由于帕的单位较小,常用 MPa 表示(词冠 M 表示 10^6)。

(3) 应力为矢量,而应力分量为标量,并规定:

正应力 σ ——以离开截面的拉应力为正,指向截面的压应力为负;

切应力 τ ——以其对截面内一点产生顺时针转向的力矩时为正,反之为负。

2. 轴向拉(压)杆横截面上的应力

分布规律 轴向拉(压)杆横截面上仅有垂直于截面的正应力,且正应力在整个横截面上均匀分布(图 1-4)。

正应力公式

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (1-2)$$

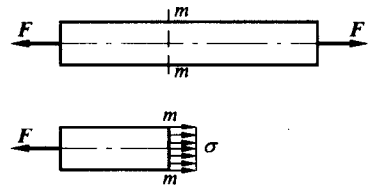


图 1-4

式中, F_N 为该横截面上的轴力; A 为横截面的面积。

正应力公式的讨论

(1) 在外力作用点附近,其应力分布与外力的作用方式有关;在杆件几何外形骤然改变(或局部不规则)处,将引起局部应力骤增的应力集中现象,都不能应用式(1-2),但其影响范围均不超过杆件的最大横向尺寸,即圣维南(St. Venant)原理。

(2) 对于阶梯形杆(图 1-5(a)),在各段中部各横截面上的正应力,可按式(1-2)计算;对于截面连续变化的锥形杆(图 1-5(b)),当杆件两侧棱边的夹角 $\alpha \leq 20^\circ$ 时,应

用式(1-2)所得的正应力,其误差不超过 3%(参见习题 1.2-7)。

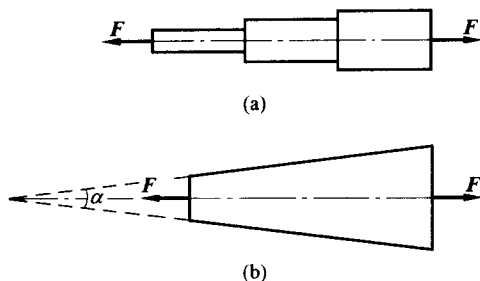


图 1-5

3. 轴向拉(压)杆斜截面上的应力

斜截面应力 任意斜截面 $m-m$ (图 1-6) 的截面积为 A_α , 斜截面上的应力均匀分布, 其全应力及应力分量分别为

$$\text{全应力} \quad p_\alpha = \frac{F}{A_\alpha} = \sigma_0 \cos \alpha \quad (1-3a)$$

$$\text{正应力} \quad \sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \quad (1-3b)$$

$$\text{切应力} \quad \tau_\alpha = p_\alpha \sin \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \quad (1-3c)$$

式中, σ_0 表示横截面上的正应力; α 为横截面外法线至斜截面外法线的转角, 以逆时针转动为正。

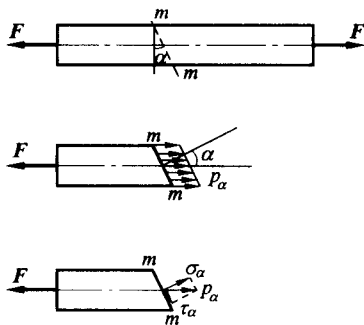


图 1-6

轴向拉(压)杆内的最大、最小应力

正应力的最大、最小值分别为

$$\sigma_{\alpha, \max} = \sigma_{\alpha=0^\circ} = \sigma_0$$

$$\sigma_{\alpha, \min} = \sigma_{\alpha=90^\circ} = 0$$

切应力的最大、最小值分别为

$$|\tau_a|_{\max} = \tau_a = \pm 45^\circ = \frac{\sigma_0}{2}$$

$$|\tau_a|_{\min} = \tau_a = 0^\circ, 90^\circ = 0$$

注意,切应力的正、负,仅表示其指向不同,而对于剪切强度来说是相同的。

1.3 材料在拉伸、压缩时的力学性能

1. 低碳钢的静拉伸试验

应力—应变曲线 以一定规格的试样,在规定的试验条件下^①,通过试验机施加力 F ,测量试样标距 l 的伸长 Δl 。然后,以应力 σ (力除以试样的原始横截面面积)为纵坐标;以应变 ϵ (伸长除以标距的原始长度)为横坐标,得表征材料力学性能的应力—应变曲线。低碳钢的应力—应变曲线如图 1-7 所示。

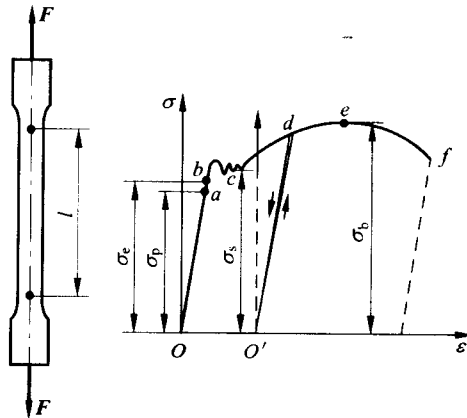


图 1-7

弹性变形与塑性变形

弹性变形 卸除外力后能完全消失的变形。

塑性变形 卸除外力后不能消失的永久变形。通常所说的塑性变形,是指由外力作用引起的、与时间无关的不可恢复的永久变形。

变形的四个阶段

弹性阶段 Ob 只产生弹性变形,不引起塑性变形。

屈服阶段 bc 应力在很小范围波动,应变显著增加,且主要为塑性变形。

^① 关于试样的具体要求和测试条件,可参阅国家标准 GB/T 228—2002《金属材料室温拉伸试验方法》。该标准中,有些名词术语和符号有所变动。本书为与国内教材取得一致,仍采用原标准。

强化阶段 ce 必须增大应力,才能增加应变。

缩颈阶段 ef 试样发生缩颈,变形集中在缩颈区。

三类力学性能指标:

强度指标 比例极限 σ_p ——应力与应变成正比的最高应力值。

弹性极限 σ_e ——只产生弹性变形的最高应力值^①。

屈服极限 σ_s ——应变显著增加,应力微小波动时的最低应力值^②。

强度极限 σ_b ——试样在断裂前所能达到的最高应力值。

弹性指标 弹性模量 $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ (1-4)

塑性指标 伸长率 $\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%$ (1-5)

断面收缩率 $\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$ (1-6)

式中, l_1 为试样拉断后的标距长度; A_1 为试样拉断后缩颈处的最小横截面面积。

卸载定律及冷作硬化

卸载定律 试样达到强化阶段(或强化阶段前),卸载时的应力与应变呈线性关系(如图 1-7 中 dO')。

冷作硬化 试样加载达到强化阶段后卸载,再次加载时,材料的比例极限(或弹性极限)提高,而塑性降低的现象(如图 1-7 中曲线 $O'def$)。

2. 铸铁的静拉伸试验

应力—应变曲线 应力与应变间无明显的直线段,在应变很小时就突然断裂,其应力—应变曲线如图 1-8 所示。

力学性能 试验中只能测得强度极限 σ_b ,无屈服阶段和缩颈现象。弹性模量通常以总应变为 0.1% 时的割线斜率来度量(如图 1-8 中的 Oa)。

3. 低碳钢的压缩试验

应力—应变曲线 屈服阶段前与拉伸时的应力—应变曲线基本相同,屈服阶段后,试样越压越扁,测不到强度极限,其应力—应变曲线如图 1-9 所示。

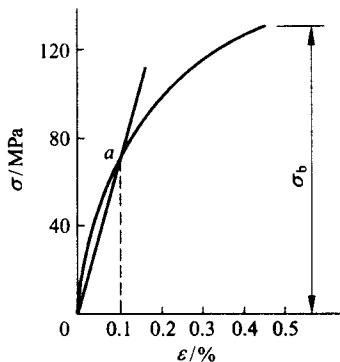


图 1-8

① 弹性极限与比例极限在实测中很难区分,工程中一般不加区分。

② GB/T 228—2002 对应力微小波动中首次下降前的最高应力称为“上屈服强度”;而对不计初始瞬时效应的最低应力称为“下屈服强度”。试验表明,加载速度等因素对上屈服强度有影响,而下屈服强度较为稳定。

力学性能 弹性模量 E 、比例极限 σ_p 、屈服极限 σ_s 分别与拉伸时的相同,无强度极限 σ_b 。

4. 铸铁的压缩试验

应力—应变曲线 应力与应变间无明显的直线阶段和屈服阶段,但有明显的塑性变形。其应力—应变曲线如图 1-10 所示。

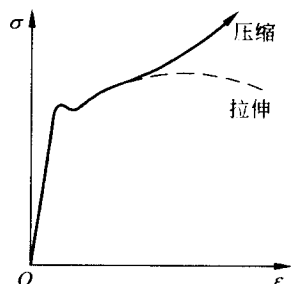


图 1-9

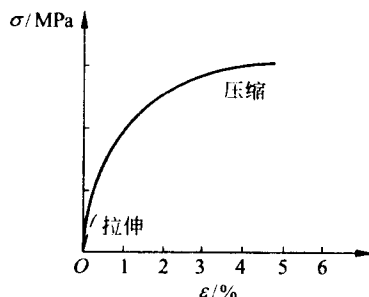


图 1-10

力学性能 压缩时的强度极限远大于拉伸时的强度极限, $\sigma_{b,c} \approx (4 \sim 5) \sigma_{b,t}$ 。弹性模量以某一应力值的割线斜率来度量,通常取拉伸和压缩的弹性模量相同。

1.4 轴向拉伸(压缩)杆的强度条件

1. 许用应力与安全因数

许用应力 在保证正常工作的条件下,材料容许承受的最高应力值。

$$\text{塑性材料} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s} \quad (1-7a)$$

$$\text{脆性材料} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b} \quad (1-7b)$$

若为许用切应力,则用 $[\tau]$ 表示。

安全因数 安全因数是考虑理论计算中的差异和构件强度储备的要求后,而规定的大于 1 的因数。理论计算的差异中包括材料材质、载荷值确定、构件几何尺寸及计算简图的误差等因数;强度储备的要求中包含构件使用中的意外、构件的重要性及构件损坏后的危害性等因数。

2. 轴向拉(压)杆的强度计算

强度条件 为保证使用安全,构件内的最大工作应力不得超过材料的许用应力。即

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{F_N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma] \quad (1-8)$$

强度计算的三类问题

强度校核

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{F_N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma]$$

截面设计

$$A \geq \frac{F_{N,\max}}{[\sigma]}$$

许可载荷计算

$$F_N \leq [\sigma]A \quad \text{由 } F_N \text{ 计算 } [F]$$

1.5 轴向拉伸(压缩)杆的变形

1. 位移、变形与应变

位移的定义

线位移 受力物体形状改变时,一点(或一截面)位置移动的直线距离。图 1-11(a)中点 A 的线位移为 u ; 点 B 的线位移为 $u + \Delta u$ 。

角位移 受力物体形状改变时,一线段(或一截面)方向转动的角度。图 1-11(b)中线段 $\overline{AB}$ 的角位移为 α ; 线段 $\overline{AC}$ 的角位移为 β 。

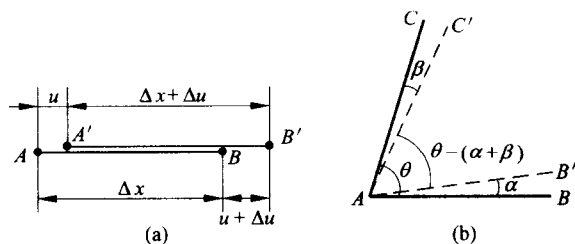


图 1-11

变形的定义

线变形 受力物体形状改变时,线段长度的改变量(或线段两端点间的相对线位移)。图 1-11(a)中线段 $\overline{AB}$ 的线变形为 Δu 。

角变形 受力物体形状改变时,两线段间夹角的改变量(或两线段间的相对角位移)。图 1-11(b)中线段 $\overline{AB}$ 与 $\overline{AC}$ 间的角变形为 $(\alpha + \beta)$ 。

应变的定义

线应变 受力物体形状改变时,一点处沿某一方向微小线段相对线变形的极值,即

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-9a)$$

切应变 受力物体形状改变时,一点处沿某个方向两相互垂直微小线段的直角改变量。若图 1-11(b)中 $\angle CAB$ 为直角,则其切应变为

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle C'AB' \right) \quad (1-9b)$$

位移、变形与应变的特征

(1) 线位移的单位为 m(或 mm)、角位移的单位为度(或弧度);线变形的单位为 m(或 mm)、角变形的单位为度(或弧度);线应变无单位(其量纲为 1),通常用%表示、切应变的单位为度(或弧度)。

(2) 位移为矢量,变形为标量,而应变本身是以其分量的形式来定义的。线位移沿 x, y, z 三个坐标轴的分量通常分别用 u, v, w 表示,角位移的分量为在三个坐标平面内的转角。其指向和转向通常用图示方式表示;在工程实际中通常仅计算线变形(简称为变形),而不计算其角变形。(线)变形以伸长为正、缩短为负;线应变分量以伸长应变为正,而切应变分量以第一象限的直角减小为正。

(3) 位移、变形与应变三者间既有联系,又有区别,是三个不同的概念。

2. 轴向拉(压)杆的变形与应变

杆件在轴向拉伸(压缩)时,在平行和垂直杆轴方向产生均匀的线变形,而没有角变形。拉伸时沿轴向伸长,横向缩短(如图 1-12),压缩时反之。

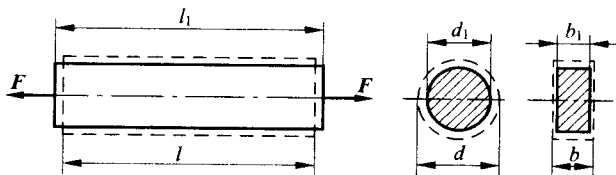


图 1-12

$$\text{轴向线变形} \quad \Delta l = l_1 - l \quad (1-10a)$$

$$\text{轴向线应变} \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1-10b)$$

$$\text{胡克(Hooke)定律} \quad \Delta l = \frac{F_N l}{EA} \quad \text{或} \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (1-11)$$

胡克定律的特征

(1) 胡克定律适用于应力不超过比例极限的线弹性范围。

(2) 在计算 Δl 的 l 长度内, F_N, E, A 均应为常数。

(3) EA 表征杆件抵抗拉伸(压缩)弹性变形的能力,称为杆件拉伸(压缩)刚度。

$$\text{横向线变形} \quad \Delta d = d_1 - d \quad \text{或} \quad \Delta b = b_1 - b \quad (1-12a)$$

$$\text{横向线应变} \quad \epsilon' = \frac{\Delta d}{d} \quad \text{或} \quad \epsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (1-12b)$$

$$\text{泊松(Poisson)比} \quad \nu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| \quad (1-13)$$

泊松比的特征

- (1) 泊松比适用于应力不超过比例极限的线弹性范围。
- (2) 各向同性材料泊松比的范围为 $0 < \nu < 0.5$ 。
- (3) 对于各向同性材料, 横向应变 ϵ' 与轴向应变 ϵ 恒为异号。

位移的计算

- (1) 由静力平衡条件, 求杆件横截面上的轴力(或应力);
- (2) 由力—变形间物理关系(胡克定律), 计算杆件的变形(或应变);
- (3) 由变形的几何相容条件(约束条件及连续条件), 求解位移值。

3. 轴向拉(压)杆内的应变能

应变能 杆件在外力作用下引起变形, 同时在杆内储存的能量, 称为应变能。若变形是弹性变形, 则称为弹性应变能, 通常简称为应变能。在静载荷作用下, 杆内应变能在数值上等于外力所作的功。即

$$V_\epsilon = W \quad (1-14)$$

轴向拉(压)杆内的应变能

$$V_\epsilon = \frac{1}{2} F_N \Delta l = \frac{F_N^2 l}{2EA} = \frac{EA \Delta l^2}{2l} \quad (1-15)$$

应变能的单位为焦耳(Joule), 其代号为 J ($1\text{J} = 1\text{N} \cdot \text{m}$)。

应变能密度 杆件单位体积内储存的应变能, 称为应变能密度。轴向拉(压)杆内的应变能密度为

$$v_\epsilon = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{E \epsilon^2}{2} \quad (1-16)$$

1.6 轴向拉伸、压缩时的静不定问题

1. 静不定的概念

静不定问题 未知的约束反力数(图 1-13(a))或未知的杆件内力数(图 1-13(b))多于独立的静力平衡方程数, 单凭静力平衡方程不可能确定全部未知数的问题, 统称为静不定问题(或超静定问题)。

静不定次数 未知力数(包括未知反力和未知内力)超过独立平衡方程数的数