

张训生 主编

大学物理实验



浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/张训生主编. —杭州:浙江大学出版社,2004.8

ISBN 7-308-03747-9

I. 大... II. 张... III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 065984 号

责任编辑 徐素君 李晶
出版发行 浙江大学出版社
(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)
(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)
(网址: <http://www.zjupress.com>)
经 销 浙江省新华书店
排 版 杭州大漠照排印刷有限公司
印 刷 浙江大学印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 17.5
字 数 380 千
版 印 次 2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次
印 数 0001—6500
书 号 ISBN 7-308-03747-9/O·310
定 价 23.00 元

前 言

普通物理实验是为理、工、医、农等学科学生开设的一门必修的重要的实验课程。根据教育部颁发的《高等工科大学物理实验课程基本要求》，为适应 21 世纪高科技发展需求，培养高素质、能力型的多层次人才，我们在实验选材上既保留了物理学的基本内容，又适当增添了部分近代物理的内容。这样既保证了基本训练，又提高了普通物理实验综合性以及与现代高科技发展的衔接性，从而调动学生从事物理实验的积极性。同时，为了实现不同学科和专业的具体培养目标，使学生能自主地按其专业、个人兴趣和自由支配时间来选做实验，我们实行了全体学生网上自由选课制度。

本书由绪论、基础实验、综合实验和设计实验四个模块组成。书中对每个实验的原理都作了简要的论述，并介绍了一些背景材料，以利于学生对实验的设想来源有一个简单的了解。对实验方法和仪器作了简明必要的介绍。学生在进实验室前就可以在实验室网站上查到相关资料，在进实验室后也可从每台仪器附有的说明书上阅读相关信息资料。这样，不仅可减少本书的厚度，更重要的是，使学生学会阅读说明书来进行仪器操作，培养将来独立从事科研的能力。

本实验教材是作者根据多年来物理实验课程建设的实践经验编写而成，凝聚着许多教师和实验技术人员的心血。我们感谢几十年来在浙江大学物理系物理实验教学中作出过贡献的所有老师和实验技术人员。本书的成果属于浙江大学实验物理教学中心。

物理实验教学改革是一项长期而复杂的工作，我们虽然采用了网络、书籍、仪器说明书和全体学生自主选择实验等措施来扩展实验室的时空，但由于处于刚开始摸索阶段，还是有许多不足之处。书中的缺点和错误在所难免，敬请读者批评指正。

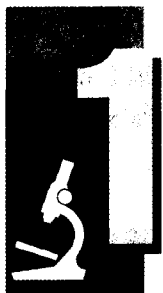
参加这次编写的有(以姓氏笔画为序)刘才明、陈星、陈洪山、陈红雨、张训生、杨慧、谢钦安、斯公寿、鲍德松、陈水桥、姚永才和殷立明。陈红雨在本书的编辑过程中做了大量的工作，浙江大学出版社徐素君编辑为出版做了很多细致的工作，在此一并表示感谢。本书受世界银行贷款“高等教育发展”项目资助。

编 者
2004 年 8 月

目 录

1 绪 论	(1)
2 基础实验	(13)
实 验 一 金属材料杨氏模量的测定	(13)
实 验 二 抛射体运动的照相法研究	(18)
实 验 三 牛顿第二定律的验证	(24)
实 验 四 利用三线摆测刚体的转动惯量	(27)
实 验 五 固定均匀弦振动的研究	(34)
实 验 六 环状法测量液体表面张力	(38)
实 验 七 空气密度和气体普适恒量的测定	(41)
实 验 八 液体黏滞系数的测定	(46)
实 验 九 测定气体导热系数	(51)
实 验 十 麦克斯韦速率分布函数的实验验证	(57)
实 验 十一 铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线	(61)
实 验 十二 用霍尔传感器测量磁场	(67)
实 验 十三 电子示波器的使用	(72)
实 验 十四 用电流场模拟静电场	(82)
实 验 十五 惠斯登电桥	(87)
实 验 十六 用双臂电桥测低电阻	(92)
实 验 十七 电表改装与表头等级测定	(96)
实 验 十八 电子荷质比的测试	(98)
实 验 十九 交流电路功率因素与三相交流电	(101)
实 验 二十 分光计的调整和使用	(106)
实 验 二十一 等厚干涉	(111)
实 验 二十二 光的偏振	(116)
实 验 二十三 双棱镜干涉	(122)
3 综合实验	(124)
实 验 二十四 材料杨氏模量的动态法测量	(124)
实 验 二十五 微弱振动位移量的双光栅测量	(128)
实 验 二十六 良导热体热导率的动态法测量	(134)

实验二十七	不良导体热导率的闪光法测定	(140)
实验二十八	声速的测定	(144)
实验二十九	密立根油滴实验	(149)
实验三十	普朗克常数的测定	(154)
实验三十一	弗兰克-赫兹实验	(158)
实验三十二	迈克尔逊干涉仪的应用	(161)
实验三十三	光速的两种测量方法	(166)
实验三十四	数字信号光纤传输技术	(172)
实验三十五	低温的获得与测量	(176)
4 设计实验		(181)
实验三十六	力传感器在冲量测量中的应用	(181)
实验三十七	不良导体的导热系数测定	(184)
实验三十八	线膨胀系数实验	(187)
实验三十九	碰撞实验	(189)
实验四十	简易万用表的设计	(192)
实验四十一	组装整流器	(194)
实验四十二	非平衡电桥	(195)
实验四十三	PN 结正向压降温度特性的研究与应用	(198)
实验四十四	非线性混沌电路实验装置	(203)
实验四十五	棱镜偏向角特性和色光折射率的测量	(209)
实验四十六	RLC 串联电路暂态过程的研究	(211)
5 高级实验		(212)
实验四十七	真空获得与测量	(212)
实验四十八	交流电桥	(218)
实验四十九	红外热像仪的研究和使用	(219)
实验五十	全息照相	(225)
实验五十一	电子衍射	(230)
实验五十二	高温超导材料特性测试	(235)
实验五十三	超导磁悬浮实验	(239)
实验五十四	原子力显微镜(AFM)	(241)
附录 1	水的饱和蒸汽压(mmHg)与温度(°C)的关系	(244)
附录 2	基本物理常数表	(246)
附录 3	国际单位制简介	(249)
附录 4	实验预备知识	(250)
参考文献		(273)



绪 论

1.1 物理实验及其教学目标

物理学是人类认识自然世界和人类自身的重要学科,在世界的文明进步中起着举足轻重的作用。它又是一门建立在实验基础上的自然科学。早在 400 年前的伽利略(Galileo Galilei)时代,人们就认识到“物理学首先是一门实验科学”。在物理学的发展过程中,物理实验一直起着直接推动或标尺作用。著名物理学家、诺贝尔物理学奖获得者海森堡(W. Heisenberg)说:显而易见,不论在哪里,实验方面的研究总是理论认识的必要前提,而且理论方面的主要进展,只是在实验结果的压力下而不是依靠思辨来取得的。另一方面,实验结果向前发展的方向,总是通过理论的途径来实现的。他道出了理论与实验之间相互依存的关系。不论是牛顿三定律、万有引力还是麦克斯韦电磁理论无一不是建立在大量实验研究的基础上的;杨氏双缝实验和光电效应实验等更是推动了光的波动性和量子性研究的进展。X 射线、放射性和电子等的发现为原子物理学、核物理学的发展奠定了基础;大角度 α 粒子散射实验和弗兰克-赫兹实验为原子模型的确立提供了依据。在 20 世纪前夕,当物理学家们正高兴地认为“在已经建成的科学大厦中,后辈物理学家只要做一些零碎的修补工作就行了”的时候,正是**热辐射实验**和**迈克尔逊-莫雷实验**的结果——“两朵乌云”,使物理学发生了巨大的革命,建立了现代物理学的两大基石——**量子论**和**相对论**。

现代高新科技的发展更是离不开物理学的理论和实验的原理和方法。它在工农业、国防军事及其他学科都有广泛的应用,例如对 DNA 结构的剖析、化学等学科中对物质材料的分析、上海的磁悬浮列车以及美国二次对伊战争的精确制导武器等。

物理实验是用实验测量的方法去研究物理学的规律。它与在一定简化条件下的理论研究不同的是:须在诸多因素影响下的实际环境中进行研究,从中得出符合实际的结果和规律性的内容。这就要求我们善于设计实验方案,正确选择仪器设备以及分析数据。

物理实验课不仅是对一些已知的物理定律进行实验探索,更重要的是培养学生分

析和设计新实验、掌握调整实验仪器装置、正确进行实验测量以及合理处理数据的技能。特别是要学会综合机、电、光等多方面的知识来构思和设计实验。物理实验课强调培养学生的动手技能,了解科学实验研究的基本过程与要求。

对实验课,要求做好以下三方面的工作:

(1) **写好预习报告。**了解每次实验的目的、原理(应画出有关的电路图或光路图)、操作步骤和注意事项(特别是人身安全和仪器安全),拟好数据表格。

(2) **认真独立地做好实验。**进入实验室后,首先要观察和了解仪器的使用要求、方法和注意事项,然后细心调整仪器并进行测量。

(3) **认真写好实验报告。**实验报告是对实验全面而完整的叙述和总结。因此,须文理通顺、图表正确、数据处理合理(包括误差分析、有效数字和不确定度),并最后明确给出实验结果的完整表达式。对有思考题的实验,也应作出回答。

1.2 物理实验和测量误差

1.2.1 测量

物理实验是以测量为基础的科学研究。测量是用已知的标准尺度对待测量的量度,例如用标准米尺测量某一长度。实际上,并非所需测量的量都能够或必须直接拿标准尺度去量。因此,测量分为直接测量和间接测量两种。

直接测量是不必对实际测量进行某种函数关系的计算而直接得到待测量值的测量。

间接测量是指利用某种已知的函数关系从直接测量获得待测量值的测量。

实验除方案设计外还有一个实际操作过程。在此过程中,误差是普遍存在的。这就要求我们正确分析误差,但是误差是相对于真值而言的。一般,真值是未知的;为了要对测量结果的可靠性予以标度,引进不确定度的概念。而不确定度的计算又借用了误差计算的理论。因此,了解误差的来源、分析误差的性质是十分必要的,只有这样,才能做到正确处理数据和估算不确定度。其目的是为了更好地优化实验,合理选择仪器,提高实验的精度和准确度,并给出正确的实验结果和误差存在的范围。

这里,举一个关于“穆斯堡尔效应”的例子。1955年,穆斯堡尔(R. L. Mössbauer)到海森堡的马克斯·普朗克研究所工作,当时人们对原子核的 γ 共振散射和共振吸收很有兴趣,并认为吸收体降温会使多普勒加宽减小,从而使共振吸收截面减小,透射增加。但是,穆斯堡尔的实验结果与此相反,透射反而减小万分之一。对于实验中的这个微小差值,有人可能会将其归结为仪器偏差,但穆斯堡尔却敏锐地感到这一现象的异常,不惜用一年左右的时间去分析、请教和消除可能的偏差来源。在分析大量实验数据的基础上,他发现效应虽小,但比计数标准偏差的三倍还大,这说明此现象是可信的。这就是原子核无反冲的

γ 射线共振吸收现象。由于这个实验的发现和正确的解释,穆斯堡尔获得了 1961 年诺贝尔物理学奖。可见,对实验偏差的分析不仅为实验的可靠性提供依据,也为新的精细实验现象的揭示提供可靠的保证。当然,相反的例子,即由于忽略正确的误差而导致错误结论的也不乏其例。

1.2.2 测量不确定度与误差 (uncertainty of a measurement and error)

在本节中,我们只对不确定度和误差的一些基本概念及其在本课程中的基本应用作一介绍,更为详尽的探讨可查阅有关资料^[1]。

(1) 误差理论简介。在实验测量中,由于仪器性能的局限及环境不稳定等因素,不可能测得真值,因此 **测量误差 = 测量值 - 真值**。

任何测量所得的结果都必定存在一定的测量误差。从实验方案开始,每一步测量都会有误差,因此尽管提高仪器的精度可缩小测量误差,但是误差永远存在。误差伴随着测量的全过程。我们讨论这一普遍现象的目的和要求,是了解误差的来源和性质,寻求减小测量误差的途径,科学地表达实验结果及其误差。

误差有绝对误差和相对误差两种表示方式;可分为系统误差和随机误差两类。

系统误差 系统误差指在同等条件下,对同一个待测量进行多次测量,测量值偏离真值总是相同或以规律的、可预知的方式变化的一类误差。引起本误差的原因有:实验方案和依据的理论公式的不完善,例如实验中依据的公式忽略了某些影响因素;仪器的精度不够,如测量用的刻度不准,灵敏电流计的游丝弹性偏大或偏小等;环境温度和湿度等条件发生变化;测量者的心理和习惯等人为因素等等。由此可见,对同等条件下的测量,系统误差是不变的,不会因测量次数的多少而改变。要减小测量误差,就必须发现和了解实验中的系统误差并设法减小它,这一点是很重要的。

但是,有时我们并不知道确切的系统误差值,只知道它处于某个范围,例如仪器的允差。以游标卡尺为例,有的给出允差为 $\pm 0.02\text{mm}$,有的却是 $\pm 0.05\text{mm}$ 等。

随机误差 随机误差又称为偶然误差,是在同样的实验条件和不考虑系统误差的情况下,对同一被测量进行多次测量,每次测量值相对于真值总有一个无规律的(大小、方向)涨落,这就是随机误差。这些涨落在足够多次测量后发现,它们是服从一定的统计规律的,如实验中常用的正态分布。从其服从的统计规律可以看到随机误差有如下两个特点:一是小误差出现的概率大于大误差出现的概率;二是误差围绕真值对称分布,多次测量所得的平均值有利于减小随机误差。这些统计规律在数理统计理论中有详尽的讨论,下面简要地叙述一下正态分布。

正态分布又称为 Gauss 分布,其分布曲线如图 1 所示。图中 x 代表某一测量值, $\rho(x)$ 为测量值的概率密度,则有

$$\rho(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < +\infty \quad (0-1)$$

其中 μ, σ 为常数, $\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 称为数学期望或

均值; $\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$ 称为正态分布的标准偏差, 它表征了测量值的分散程度(注意: 由于 μ 通常是未知的, 实验上使用的公式是(0-5)式)。 σ 越大, 正态曲线越平坦, 即曲线越平坦, 离散性就越大, 反映测量的精密程度越低。曲线与 x 轴之间所包围的面积等于 1。随机误差落在区域 $[-\sigma, \sigma]$ 之内的概率为

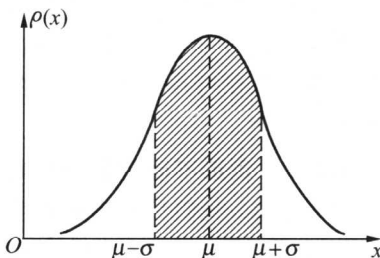


图 1 正态分布示意图

$$P = \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} \rho(x) dx = 68.3\%$$

这表示测量值落在 $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ 区间的概率是 68.3%。若把区间范围扩大到 $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$, 则测量值落到此区域的概率为 95.4%; 落到 $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ 区间的概率为 99.7%。测量值除了正态分布外, 还有其他概率分布, 例如矩形分布、三角分布、梯形分布等等, 这里就不讨论了。

(2) 不确定度的概念。在上述讨论中, 似乎已经可以用误差来表明测量值的准确性。以往表征测量结果时常常用误差, 即测量结果与被测量真值的差值来表示测量的可信程度。

不幸的是在一般情况下, 被测量真值是未知的, 误差也就是未知的确定量。由于真值不知道, 用误差这样的概念表示测量结果的准确度就不贴切。因此, 引进测量的不确定度来表示测量结果不能确定的程度, 即表征被测量值的分散程度, 它是与测量结果相关联的量。这个量常用标准偏差(或其倍数)或置信区间的半宽度来表示。因此, 一个测量结果:

$$N = \bar{N} \pm \Delta N$$

其中 ΔN 一般不是绝对误差, 而是表示误差可能存在的范围。它就是绝对不确定度。其大小可以按照一定方法计算或估算得到。同样, 相对误差和相对不确定度可表示为

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}}; \quad \text{相对不确定度} = \frac{\text{绝对不确定度}}{\text{测量值}} = \frac{\Delta N}{\bar{N}}$$

实际上, 早在 1927 年海森堡在讨论微观物理体系时, 就提出了测不准原理(uncertainty principle)来表达测量的不确定度。20 世纪 60 年代, 提出用不确定度来表示测量的准确度。1993 年国际标准化组织(ISO)制定了“测量不确定度表示导则”(Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement), 以下简称“导则”。1999 年我国也正式实施相应的国家计量技术规范(JJF1059—1999)。这个“导则”对于凡是涉

及给出和使用测量结果的事件以更为广泛适用的范围(工农业、商业、科学界以及工程领域等),这也为测量结果在国际间的比较与交流提供了基础。

不确定度的概念更为准确地反映了测量的情况,但是如何来计算它,是进一步要讨论的问题。

1.2.3 测量不确定度(uncertainty of a measurement)

测量的不确定度是由于多种原因造成的。例如测量方法不够理想、测量系统等引起的不确定度;在电学实验测量中,遇到接触点电阻、导线电阻等引起的压降;电表改装实验中作为标准电表是 0.5 级,其本身就有一定的不确定度。另外,测量环境的影响、测量过程中人为的偏差等等都会引起测量的不确定度。

测量不确定度一般由多个部分组成,大致可划分为两部分,分别称为 A 类不确定度和 B 类不确定度。

A 类不确定度(type A evaluation of uncertainty)是可用统计方法评定的不确定度部分。

B 类不确定度(type B evaluation of uncertainty)是要用其他方法(非统计方法)评定的不确定度部分。

这样的分类只是由评定方法不同来划分的,以便于对引起不确定度的因素的理解和讨论,并没有本质上的差别,其实它们都用标准偏差和方差等具体定量表示。

在具体使用中,测量不确定度又有三种不同的表述:

● **标准不确定度** u (standard uncertainty),用标准偏差表示测量结果的不确定度。

● **合成标准不确定度** u_c (combined standard uncertainty),一个测量结果的标准不确定度是由诸个量的标准不确定度组成的,这样的测量结果的标准不确定度就是合成标准不确定度。换言之,欲测量的量是经过换算间接得到的。

● **扩展不确定度** U (expanded uncertainty),即用包含因子 k (coverage factor)乘以合成标准不确定度,得到一个区间来表示的测量不确定度,记为

$$U = ku_c(x) \quad (\text{通常 } k = 2 \sim 3)$$

被测量 x 值置于区间 $X = x \pm U$ 内有很高的置信率。在本物理实验分析不确定度时,我们将不讨论扩展不确定度。

标准不确定度的评定 由 A 类评定和 B 类评定两部分组成。下面我们将分别讨论 A 类评定和 B 类评定的定义及合成为标准不确定度。

在讨论不确定度之前,先根据最小二乘法原理简述多次测量的标称值的确定。设在同样条件下,对被测量 x 进行多次独立重复测量,则每次测量值与这标称值(最佳估计值) \bar{x} 的差值平方和为:

$f(x) = \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$; 欲使这标称值 \bar{x} 为最佳估计值,则使

$f(x)$ 最小,令 $\frac{df(x)}{d\bar{x}} = -2 \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}) = 0$, 则有测量标称值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \quad (0-2)$$

\bar{x} 就是被测量 x 的 n 次平均值。

标准不确定度的 A 类评定 评定方法有多种,例如贝塞尔公式法、最大误差法、极差法和最大残差法等。但是,用得最多的是贝塞尔公式法,下面就介绍这种方法。

若知道被测量 x 的真值为 a ,经过无数次($n \rightarrow \infty$)测量得到的平均值记为 μ ,系统误差为 δ ,则有 $\delta = \mu - a$ 。那么,在没有系统误差时, μ 就是真值 a ,此时被测量 x 的方差

$$V(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - a)^2 \right] \quad (0-3)$$

若是有限次测量(注意这里 μ 是真值),则

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2$$

称为总体方差。其平方根称为总体标准偏差 v 。

$$v(x) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2} \quad (0-4)$$

由于被测量值 x 的期望值 μ 在大多数情况下是未知的,上述总体标准偏差难以求得,因此改用贝塞尔(Bessel)公式求实验观察值的实验方差的平方根,即

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \right]} \quad (0-5)$$

上式表征了任一测量值在 \bar{x} 附近的分散程度,称为**实验标准偏差**(experimental standard deviation)。通常以独立观察数据组的算术平均值作为测量结果,测量结果算术平均值的标准不确定度为

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \left[\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \right]} \quad (0-6)$$

显然测量次数应足够多,以保证 \bar{x} 成为 μ 的可靠估计值。

在本课程实验中,测量次数是很有限的,测量误差不完全服从正态分布规律,而是服从 t 分布(或称学生分布)规律。此时就要在(0-5)式前乘上如下一个因子:

$$\frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}}$$

此因子与测量次数 n 、置信率 P 有关,它可从专门的数据表中查得。为简化起见,在本实验课程中,只要有可能,就要求测量次数大于 5,可近似将此因子当作 ≈ 1 并使置信率 $P \approx 0.95$ 。对于只测量一次的实验结果,也应写成 $N \pm \Delta N$ 的形式,其中 ΔN 可取仪器的允差。

标准不确定度的 B 类评定 与 A 类评定不同的是 B 类评定不是用统计方法来评定,而是根据有关信息来评定的,例如用仪器说明书给出的不确定度或者过去的的数据等等。B 类与 A 类不确定度实质上都由概率分布确定,都是用方差的正平方根表示,只不过评定方法不同。应当注意不确定度不要重复计算,A 类算过的,B 类就不应再计入,反之亦然。得到了 A 类和 B 类的不确定度就可以求出合成不确定度 u_c 和扩展不确定度。作为实验用仪器,希望厂家提供不确定度。若无此类直接数据,可从仪器说明书或用更高级仪器校准的数据或其他信息来得到不确定度(属于 B 类不确定度),以便与实验得到的 A 类不确定度合成得出合成不确定度。

例 1 用 0~25mm 外径千分尺测量一圆柱体的外径,共测量了 10 次,其观察值如下(单位为 mm):

$$\begin{array}{cccccc} 20.090 & 19.972 & 20.017 & 19.988 & 20.072 & \\ 19.979 & 20.050 & 20.014 & 20.015 & 20.060 & \end{array}$$

设外径千分尺的最小分辨率为 0.004 mm,求 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度。

解 10 次算术平均值为 $\bar{D} = 20.026$ mm。根据(0-6)式,算术平均值的标准偏差 $s = 0.014$ mm。

在分别得到 A 类不确定度 u_A 和 B 类不确定度 u_B 后,直接测量的总不确定度 u 为

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = (0.014^2 + 0.004^2)^{1/2} = 0.015$$

$$D = 20.026 \pm 0.015 \text{ mm}$$

合成标准不确定度 在间接测量中,其测量结果的标准不确定度由多个直接测量的标准不确定度组成,测量结果的标准不确定度要综合这些不确定度为合成标准不确定度,用符号 u_c 表示。计算合成不确定度的方法主要是应用了不确定度的传递律,简述如下:

设间接被测量(measurand) Y 与诸直接测量 $X_i (i=1,2,\dots,n)$ 由函数关系 f 来确定:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

假定诸 X_i 之间不相关,则按泰勒级数展开,并忽略二阶以上项,同时用诸不确定度 $u(x_i)$ 替代微分 dx_i ,有

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)} \quad \text{适用于和差形式的函数} \quad (0-7)$$

$$\frac{u_c}{Y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \right]^2 [u(x_i)]^2} \quad \text{适用于积商形式的函数} \quad (0-8)$$

在一些简单的测量中也可采用下式,即

$$u_c = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} u(x_1) \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} u(x_2) \right| + \cdots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} u(x_n) \right| \quad (0-9)$$

在大学物理实验中,也常采用此方法来计算合成不确定度。但是此法得到的结果往往偏大,换言之,偏于保守。

例 2 设有一圆环,其外径为 $\phi_{\text{外}} = 9.800 \pm 0.005 \text{ mm}$,内径为 $\phi_{\text{内}} = 4.500 \pm 0.005 \text{ mm}$,高度 $h = 5.000 \pm 0.005 \text{ mm}$,求环的体积 V 和不确定度。

解 环的体积为

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi}{4} (\phi_{\text{外}}^2 - \phi_{\text{内}}^2) h \\ &= \frac{\pi}{4} (9.800^2 - 4.500^2) \times 5.000 \\ &= 2.976 \times 10^2 (\text{mm}^3) \end{aligned}$$

根据(0-8)公式,有

$$\frac{\partial \ln f}{\partial \phi_{\text{外}}} = \frac{2\phi_{\text{外}}}{\phi_{\text{外}}^2 - \phi_{\text{内}}^2} = \frac{2 \times 9.800}{9.800^2 - 4.500^2}$$

$$\frac{\partial \ln f}{\partial \phi_{\text{内}}} = \frac{2\phi_{\text{内}}}{\phi_{\text{外}}^2 - \phi_{\text{内}}^2} = \frac{2 \times 4.500}{9.800^2 - 4.500^2}$$

$$\frac{\partial \ln f}{\partial h} = \frac{1}{h} = \frac{1}{5.000}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{V} &= \sqrt{\left(\frac{2\phi_{\text{外}} \Delta\phi_{\text{外}}}{\phi_{\text{外}}^2 - \phi_{\text{内}}^2} \right)^2 + \left(\frac{2\phi_{\text{内}} \Delta\phi_{\text{内}}}{\phi_{\text{外}}^2 - \phi_{\text{内}}^2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2 \times 9.800 \times 0.005}{9.800^2 - 4.500^2} \right)^2 + \left(\frac{2 \times 4.500 \times 0.005}{9.800^2 - 4.500^2} \right)^2 + \left(\frac{0.005}{5.000} \right)^2} \\ &= 0.0017 = 0.17\% \end{aligned}$$

$$\Delta V = V \times \Delta V / V = 2.976 \times 10^2 \times 0.17\% \approx 0.5 (\text{mm}^3)$$

因此,环的体积为

$$V = (2.98 \pm 0.005) \times 10^2 \text{ mm}^3$$

在这里,要特别提醒的是:在实验报告中,最后必须写出完整的测量结果。以上例求环体积为例,等式左面为待测量的符号(V),右边分别是测量的量值(2.98×10^2)、测

量的不确定度($\pm 0.005 \times 10^2$)和测量值的单位(mm^3)。

1.3 有效数字表示法及运算规则

1.3.1 有效数字

任何一个测量值都包含误差,其位数的多少直接反映了测量的准确度,因此其数值就不应该想写多少位就写多少位。在记录数据、计算和最后表达测量结果时,必须根据不确定度来取舍有效数字的位数。在直接测量中,以仪器的精确度来取有效数字,例如游标卡尺、分光计等只读到游标最小分度的整数倍,不需估读;又例如数字仪表和十进位标度盘仪表(电阻箱、电桥等)也只需读取仪表所显示的数值;指针式仪表则估读到仪器最小分度的 $1/2 \sim 1/10$ 。

作为一个通用规定,测量值只能写到也应该写到开始有误差的那一位(或两位)。其后的数字按“四舍六进五凑双”法则(即后面的数字是4及以下就舍掉;是6及以上就进1;遇5若前面是奇数就进1,最后一位就变成是偶数;若前面已是偶数,则舍掉)取舍。因为有效数字的位数多少直接反映测量的准确度。有效位数越多,表明测量的准确度越高。

书写有效数值时应注意:有效数值的位数与小数点位置无关,也不因使用的单位不同而改变。例如重力加速度某人测量值为 980 cm/s^2 ,改写单位为 m/s^2 ,仍为三位有效数字,即 9.80 m/s^2 ($\neq 9.8 \text{ m/s}^2$,注意0不可随意添减)。

在运算过程中,有效数字的取舍一般遵循:加减运算的结果以参与运算的末位最高的数为准;乘除则以有效数字最少的数为准,有时可比其多取一位。

例如: $12.4 + 0.571 = 13.0$; $3600 \times 8 = 2.9 \times 10^4$ 。

1.3.2 数值书写的要求

(1) 有效数字的位数是由合成不确定度来确定的,测量值的最后一位应与不确定度的最后一位对齐。一般地,总不确定度只取一位或两位,不可多取。例如: $S = (2.35 \pm 0.03) \text{ cm}^2$ 。

(2) 为方便起见,对较大或较小的数值,常采用科学记数法,即使用 $\times 10^n$ 的形式。例如重力加速度可写成 $9.80 \times 10^{-3} \text{ km/s}^2$;阿伏伽德罗常数 $6.022\ 141\ 99 \times 10^{23} / \text{mol}$ 等等。

(3) 结果是由间接测量得到,其有效数字由算出结果的不确定度来确定。在没有给出各数值的不确定度时,数值的四则运算一般地由其中有效数字位数最少的决定。

例如 $234 + 0.123 - 4.12 = 230$;又例如 $\frac{45 \times 2.324}{(1.5)^2} = 46$ 。

(4) 一个完整的测量结果表达式应由几部分组成：

结果的代表符 = (数值 ± 不确定度) 单位

例如 $N = (3.456 \pm 0.002) \text{ cm}$ 。

1.4 数据处理

上面讲述的有效数字的计算等都是数据处理的必不可少的部分。下面介绍在采集了数据后,要得到欲知的结果,须对数据进行合理处理的另外一些方法。不同的实验有不同的处理方法,这里简单地介绍列表法、作图法等。

1.4.1 列表法

该方法的优点是可以较直观地看到诸物理量之间的对应关系,并利用列表法的优势找到合理的处理数据的方法。例如逐差法排除数据记录的失误。

举例 光杠杆杨氏模量数据的列表处理法

序号	作用力 $F_i = m_i g / \text{N}$	标尺读数 l_i / mm			$\Delta l_i = (l_{i+1} - l_i) / \text{mm}$	$\Delta l = \frac{\Delta l_i}{4} / \text{mm}$
		增砝码时	减砝码时	平均值		
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

随后要计算 Δl 的平均值及标准偏差,获得 Δl 的不确定度等。

1.4.2 作图法

作图法能够直观地表达物理量之间的函数关系,是一种重要的数据处理方法。作图法可以分为两种:一种是**图示法**,它是用图形曲线来表达物理量的变化。例如静电场模拟实验中就是采用这种方法(见图2)。另一种作图法是**图解法**,它是用作图的方法寻找两个(测量)物理量之间的解析关系式。作图有六点基本要求:

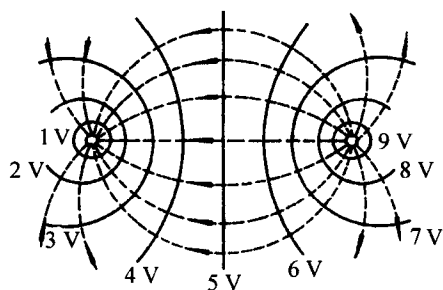


图2 静电场模拟

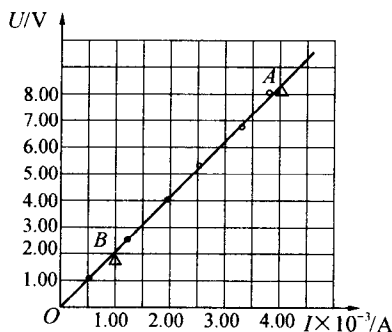


图3 电阻的伏安特性

(1) **表明坐标轴。**一般横坐标是自变量,即实验中测量的量,而纵坐标则是因变量。坐标轴应以粗实线在标准坐标纸上画出。图的纵横坐标应标明方向、分度、所代表的物理量及其单位(见图3)。作图前必须先用表格形式整理好数据,然后用标准坐标纸作图。图纸的大小应由数据的有效数字的位数来决定,例如图3最小分格内再估计一位对应于有效数字的末位。

(2) **选择合理的坐标分度值。**分度值的选取应与测量值的有效数字相一致。

(3) **要用符号标明实验数据点。**例如“×”、“+”、“I”、“⊕”等符号来表示。

(4) **用适当的曲线连接数据点。**一般不应要求通过每一个数据点,而应是一条光滑的曲线(仪表的校正曲线例外)。所有数据点应大致均匀地分布在曲线的两侧且距离曲线最近。

(5) **在图上空白处标明实验条件以及从图中得到的重要参数。**例如曲线为直线时的斜率、与坐标轴的截距等等。

(6) **应在图上写明此图的名称、实验日期、作图人的姓名等,以及必要的说明。**

在图解法中,最好寻找的是直线关系,这样易于作图准确;数据有一定的不确定度,可用最小二乘法拟合得到最佳结果。因此,只要许可,常常把纵横坐标的物理量的关系化成直线关系。

1.4.3 其他方法

除了上述方法外,还有其他方法,例如最小二乘法分析法等,这里不一一介绍。

习 题

1. 指出下列各量的有效数字的位数:

(1) $S = 0.0003 \text{ m}^2$

(2) $F = 1.70 \text{ N}$

(3) $a = 1.002 \text{ m/s}^2$

(4) $p = 5.03 \times 10^5 \text{ Pa}$

2. 写出下列各量的正确表达式:

(1) $l = 1.0300 \pm 0.04 \text{ m}$

(2) $U = 0.985 \text{ kV} \pm 10 \text{ V}$

(3) $R = 18624 \pm 300 \Omega$

(4) $E = 135 \text{ kJ} \pm 100 \text{ J}$

(5) $I = 3.632 \times 10^1 \pm 0.034 \times 10^3 \text{ mA}$

(6) $L = 3.56 \pm 0.03 \text{ cm}$ 分别改写成单位为 mm, m, km 的表达式

3. 据有效数字计算规则, 写出下列各式:

(1) $1.531 \times 2.54 =$

(2) $728.3 \div 5.6 =$

(3) $(48.2 + 2.567) \times 2.0 =$

(4) $3.2456 - 7.23 =$

4. 已知下列各量的数值和不确定度, 试写出按标准差计算的间接测量的不确定度公式:

(1) $V = \frac{\pi}{4} d^2 h$

(2) $M = a + b^2 - c$

(3) $N = 2S \times t^{-2}$

(张训生)