



数学与科学史丛书

丛书主编 曲安京

数学的进化

——东西方数学史比较研究

◎ 李文林 \ 著



科学出版社

www.sciencep.com



数学与科学史丛书

数学的进化

——东西方数学史比较研究

李文林 著

国家自然科学基金

西北大学“211工程”



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是在著者 20 多年来发表的有关中外数学史研究的论文中,选择编辑而成。内容涉及中国传统数学的算法倾向与特征、牛顿与笛卡儿数学中的算法特征、历史上的各种数学学派,以及数学社会史和数学交流史等专题研究,对中国传统数学的算法特征的论述尤为深刻,是东西方数学比较的总结性著作。

本书可供数学教师、学生及数学工作者、科学史工作者参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

数学的进化——东西方数学史比较研究/李文林著. —北京:科学出版社,2005

(数学与科学史丛书/曲安京主编)

ISBN 7-03-014311-6

I. 数… II. 李… III. 数学史-对比研究-东方国家、西方国家 IV.O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 101209 号

责任编辑:孔国平 王剑虹 / 责任校对:钟洋

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:刘向东

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年4月第 一 版 开本:890×1240 1/32

2005年4月第一次印刷 印张:13

印数:1—3 000 字数:340 000

定价:30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

序

本书是作者从多年来发表的数学史著述中选择与东西比较有关的论说编辑而成,内容包括四个方面:①数学史上的算法倾向。这一部分反映了作者对数学发展的主要史观,这种史观乃是建立在对中国古代数学算法特征的研究和对作为近代数学诞生标志的微积分与解析几何创立的算法背景的揭示等基础之上。②数学学派与数学发展。这一部分论述了数学学派在数学进化过程中的特殊意义与作用,这种论述也以对具体的和典型的学派的系列案例研究为基础。③数学社会史与史学史。这一部分的重点是以李约瑟博士和吴文俊教授对中国数学史的卓越贡献为范例,阐明数学史研究的正确方向和方法。而前半部分关于社会史的论文则旨在分析数学史研究中社会史途径的必要性及其客观地位。④历史上的数学交流与传播。这一部分多为在国外杂志上发表或在国际会议上宣读过的论文,此次重新发表保持了原先使用的语言。

数学史是一个广袤的研究领域,为了获得更广阔的视角和有意义的结果,研究人员明确研究目的和掌握正确方向是十分重要的。依作者之见,数学史研究具有三重目的。一是历史的目的,即恢复历史的本来面目;二是数学的目的,即古为今用,为现实的数学研究与自主创新提供历史借鉴;三是教育的目的,即在数学教学中利用数学史,这在当前已成为一种国际现象。这些都是数学史的价值所在,作者在自己的研究工作中力图体现数学史

的价值。当然,作者对数学史与数学教育的关注还是近几年的事,主要是受了在北京大学、清华大学等高校开设数学史课程及参加教育部中学数学教材审定工作实践的推动,这方面的论述尚未编入本书。

从作者初涉数学史至今,不觉已近 30 年。回首 30 年风风雨雨,惨淡经营,难免会发出夫子之叹。与此同时,令作者感到欣慰的是,经过几十年的努力我国数学史事业已今非昔比,有了很大的发展,而在这一过程中,也有作者不懈的努力和虔诚的奉献。在作者看来,人生应该永远是积极的、进取的。正因为逝者如斯,更应该加紧耕耘。2004 年 4 月,作者南下参加全国秦九韶学术研讨会,会前顺道回家乡江苏常州探望老母,然后经苏州到浙江湖州赴会。在苏州曾登虎丘,观吴越,忆当年(1971 年)首次登临之情景,感慨万千,赋词一首,转录如下,作为本序之结束:

虎丘春望
——调寄念奴娇

虎丘山上,望江南四月,渺波依柳^①。云淡月残风送晓,平野绿柔黄绉。烟笼轻纱,湖扬明眸,百花点罗袖。何方神女,织成吴越锦绣?

故地胜景依旧,蓦然俯叹,风雨流年骤。十载地摇长街泣,漫漫征途重首。剑水^② 闲舟,易

① 寇准《江南春》句:“波渺渺,柳依依。”

② 剑水:剑河,穿流英国剑桥的名河。作者 1981~1983 由李约瑟博士介绍在剑桥大学访问研究两年。

河争渡^①, 红叶白山^② 秀。笑觅芙蓉, 数乡评说
昏昼。

最后, 作者要感谢西北大学对本书出版的大力赞助。序中的词作曾蒙老友韦梓楚研究员帮助润色并切磋平仄; 任辛喜、杨静、陈惠勇和武修文同志帮助校对了本书清样, 在此一并致谢。

李文林

2004 年 12 月 26 日于北京中关村

① 易河: 指易北河。1998 年 8 月, 作者作为中国数学会代表团成员出席了在易北河畔德国城市德累斯顿举行的国际数学联盟成员国代表大会, 在这次会议上中国北京以压倒多数当选为 2002 年国际数学家大会的举办城市。

② 白山: White Mountain, 美国新罕布什尔的风景区, 距波士顿不远, 秋天红叶漫山, 色彩斑斓。1999 作者访问波士顿, 任麻省理工学院 Dibern 研究所研究员, 是年秋曾游览白山。

目 录

序

I. 数学史上的算法倾向

算法、演绎倾向与数学史的分期	(1)
论古代与中世纪的中国算法	(13)
论汉历上元积年的计算	(21)
中国古代不定分析若干问题探讨	(33)
关于牛顿制定微积分若干史实的注记	(62)
笛卡儿《几何学》的机械化特征	(77)

II. 数学学派与数学发展

历史上的数学学派——理论初析	(97)
剑桥分析学派	(117)
纯粹数学的辩护士——哈代与后期剑桥分析 学派	(138)
莫斯科数学学派	(148)
哥廷根的数学传统	(170)
哥廷根数学的世界影响	(188)
牛顿的数学成就及其影响	(199)

III. 数学社会史与史学史

西方数学社会史研究述评	(245)
数学与产业革命	(257)
法国大革命与数学	(261)
中西数学科学范式的比较——李约瑟博士 对中国数学史的贡献	(269)

古为今用的典范——吴文俊教授的数学史研究	(277)
数学史——人类文明史的重要篇章	(288)
科学系统知识增长的数学描述	(297)
IV. 历史上的数学交流与传播	
Mathematical Exchanges Between China and Korea	(321)
Aperçu sur les Échanges Mathématiques entre la Chine et la France (1880 ~ 1949)	(338)
Göttingen's Influence on the Development of Mathematics in East Asia	(373)
Some Aspects of the Mathematical Exchanges Between China and the United States in Modern Times	(382)

I . 数学史上的 算法倾向

算法、演绎倾向与数学史的分期^①

数学史研究的目的之一,是要对数学的发展获得一个客观而准确的整体的观念。因此,把握描述数学发展的适当线索,是一件十分重要的事情。

众所周知,苏联学者曾引申恩格斯在《自然辩证法》中的论点,把常量数学与变量数学的矛盾作为理解数学进化的主要线索;而有些西方学者则喜欢谈论数学发展中几何与代数(包括算术)这样两个不同的传统。这些不同的线索从不同的角度去整理数学的历史,无疑都有它们的合理性,同时也必然存在着局限性。比如苏联学者关于常量与变量的观点,成功地说明了17世纪以解析几何与微积分为代表的新数学的兴起,但按照这种观点,全部数学史实质上只能被划分为两大时期,即常量数学时期与变量数学时期,而事实上假如把微积分以后的数学全都归入变量数学的范畴,恐怕未必合适。又比如所谓代数倾向与几何倾向,对于阐释中世纪以前的数学发展是很好的线索,但复杂的现代数学世界,显然很难只是简单地被描绘成代数与几何的二雄并峙。早在18世纪,拉格朗日等曾试图将分析看作为代数的延伸,这种努力实际上并未成功,分析作为一个在观念上和方法上都有鲜明独立性的数学新分支在18世纪即已取得了与代数、几何三足鼎立的地位,并在随后很长时期内其繁荣程度远远超过了代数与几何。

所以,就有必要从新的角度来补充新的线索,以获得关于数学发展的更全面的理解。近年来有些学者开始强调离散数学与连续

^① 原载《自然辩证法通讯》,第2期,1986,第46~50页。

数学的对立。本文则着重谈谈数学发展中所谓算法倾向与演绎倾向的矛盾统一。笔者认为这是真实地重构数学进化过程并对数学史做出合理分期的另一条重要线索。

对演绎倾向毋须多做解释。它是古希腊人所首创的一种科学范式,在现代数学中几乎占据了统治的地位。至于所谓算法倾向,则是指数学发展中具有下列特征的一种传统。

(1) 它着重算法的概括,而不讲究命题的形式推导。

(2) 这里所说的算法,不只是单纯的计算,它们是为了解决一整类实际或科学问题而概括出来的、带一般性的计算程序,并且通常力求规格化,就是说便于机械化的重复迭代。

我们暂且停留在对算法倾向的这种粗略的定义上,转而来纵观一下从古到今数学发展中这两种倾向的地位。我们将会发现,数学的发展确实并非始终是演绎倾向独占鳌头。在数学史上,算法倾向与演绎倾向总是交替地取得主导的地位。笼统说来,古代巴比伦和埃及式的原始算法时期,被希腊式的演绎几何所接替;而在中世纪,希腊数学衰落下去,算法倾向在中国、印度等地区繁荣起来;17~18世纪应该看成是寻求无穷小算法的英雄年代;而从19世纪特别是70年代直到现在,演绎倾向又重新在比希腊几何高得多的水准上占据了优势。因此,数学的发展呈现出算法倾向与演绎倾向交替繁荣的螺旋式上升过程。下面就是对这一辩证过程的稍微深入的分析。

一、原始算法积累时期

这时期形成的初等算法,包括整数与分数的算术运算规则,简单代数方程(包括一元二次方程)的解算,以及各种简单几何图形的面积、体积计算公式等。这一过程主要发生于古埃及、古巴比伦及古代印度与中国。这些地区保存下来的古代文献(包括埃及纸草书和巴比伦泥版文书),记载了大量正确但未加证明的算术、代

数及几何公式,并且这些公式与法则往往是用程序性很强的语言通过一步一步列出计算步骤来表示的。美国计算机专家 Knuth 曾撰文分析古巴比伦数学的算法特征,并指出关于古代中国和印度的算法内容更为丰富。

在这一时期,几何学作为独立的学问并不存在,而仅仅是一种应用算术而已。

二、希腊演绎几何时期

约从公元前 6 世纪开始,埃及与巴比伦地区积累的算法知识主要是几何规则被逐渐地改造为系统的演绎科学。这一过程主要是发生在古代希腊,前后大约延续了三个多世纪。早期游历埃及的希腊学者如泰勒斯等,接触并熟悉了那里的经验几何计算法则,并产生了证明这些法则的想法。后来的毕达哥拉斯学派的成员们不仅证明了不少的几何命题,而且还开始按一定的逻辑顺序把已知的命题排列起来。从公元前 320 年左右欧多谟斯所写的几何学史的残篇断简,我们可以了解到几何学命题在当时是怎样逐渐地增添起来的。一直到公元前 300 年左右,欧几里得才最终建立起系统的演绎几何体系。

数学是怎样具体地从原始算法向系统的演绎科学过渡的?特别是为什么希腊人不满足于经验的几何法则而坚持要给出演绎的证明?这是数学史上一个至今悬而未决的问题。西方学者对此提出过许多解释,其中较普遍的一种说法是强调希腊哲学的影响。早期希腊数学家都是哲学家,因而哲学对希腊数学的影响确实至关重要。柏拉图的著作就肯定了知识有加以演绎整理的必要,并已谈到不加证明而接受作为真理的原理,这正是欧几里得几何的出发点。亚里士多德的三段论法则出现在欧氏几何之先,无疑是后者证明方法的逻辑基础。欧几里得几何与爱利亚学派的辩证术似乎也有亲缘关系。爱利亚学派的门徒们在进行辩论时,争论的

双方必须从某个被双方共同承认的命题出发。他们给这命题一个专用的希腊名词意思是“争论的基础”,后来即转意为数学中的“公设”。有人还指出欧氏几何中的反证法亦来源于爱利亚学派。

希腊人能够最先创造出演绎式的数学,当然还可能与当时希腊高度发达的奴隶制度所提供的社会条件有关。不论怎样,在笔者看来,古代的经验算法知识积累到一定阶段,对它们加以系统的逻辑整理是一种必然的趋势。至于这种转化最后由哪个民族或国家来实现,则是一个社会学问题。

三、算法的繁荣

希腊数学之花在公元初即趋凋谢。亚历山大城的学术著作几经兵火,焚毁殆尽。欧几里得的《几何原本》原作亦失传,个别经他人修订过的转抄本被逃亡学者携至拜占庭帝国的首都才得以幸存,但长期被禁锢在宫廷和教会之内,到很晚才重新唤起欧洲人的重视。希腊几何的演绎精神,也随着整个希腊文明的衰微而隐没不彰。数学史上继希腊几何兴盛时期之后是一个漫长的算法繁荣的时期。按本质来讲,这个时期一直延续到 17~18 世纪,其间又分为两个在地域和程度上都不同的发展阶段。

1. 中世纪的东方算法

中世纪时,算法精神在中国和印度得到了高度发扬。此时中国和印度的算法时代比原始算法时期有质的提高。这时期所创造的算法,不都是简单的和平易的算法了,有许多算法即使按现代标准衡量也达到了很高的水平。这里仅以我们熟悉的中国数学史为例。从汉代以来,中国数学家创造了解多元一次方程组的“遍乘直除”算法,计算圆周率的割圆术算法及解三次方程正根的“开带从立方”算法;隋唐天算家创造了内插公式“招差术”算法;以及秦九韶创造了解一次同余组的“大衍求一术”和求高次方程数值解的

“正负开方术”算法等。这些算法所表达的数学真理有些(如大衍求一术、正负开方术等)在欧洲要到 18 世纪以后运用近代数学工具才能重新获得。至于这些算法的结构,其复杂程度也是惊人的。如对秦九韶“大衍求一术”和“正负开方术”的分析表明,这些算法的计算程序具有很高的机械化程度,并包含了现代计算机语言中构造非平易算法的基本要素(如循环语句、条件语句)与基本结构(如子程序)。这类复杂的算法,很难再仅仅被看作是简单的经验法则了,而是高度的概括思维能力的产物,这种能力与欧几里得几何的演绎思维风格截然不同,但却在数学的发展中起着完全可与之相媲美的作用。

2. 无穷小算法时期

算法精神在文艺复兴之前就通过阿拉伯人传播到欧洲,被欧洲学者所吸收,并结出了最丰硕的成果,这就是作为近代数学标志的微积分的诞生。将微积分看作是算法传统而不是演绎精神的胜利,这需要作特别的说明,因为在讨论近代数学为什么不能在欧洲以外的地域发生这个时髦的问题时,有一种颇有影响的观点,是把主要原因归结为这些地区缺乏演绎传统(少数西方学者甚至认为中国古代没有演绎方法,从而根本无科学可言),这个命题换一种等价的说法就是:欧洲近代数学的发生主要应归功于希腊式的演绎方法。这至少是片面的理解,如果不是误解的话。

从微积分的历史可以知道,微积分的产生是寻找解决一系列实际问题的普遍算法的结果。这些问题包括:决定物体的瞬时速度、求极大值与极小值、求曲线的切线、曲率、求物体的重心及相互引力、面积与体积计算、曲线求长等。从 16 世纪中开始 100 多年间,许多大数学家都致力于获得解决这些问题的特殊算法。牛顿与莱布尼茨的功绩是在于将这些特殊的算法统一成两类基本运算——微分与积分,并进一步指出了它们的互逆关系。无论是牛顿的先驱者还是牛顿本人,他们所使用的算法都是不严格的,都没

有认真的演绎推导。开普勒的积分学,实际上是作为测量酒桶容积的求积术。在这里,开普勒为了寻求体积算法,可以说是自觉地回到了非公理化的经验几何学。牛顿的流数术在逻辑上的瑕疵也是众所周知的。对当时的学者来说,首要的是找到行之有效的算法,而不是算法的证明。这种倾向一直延续到18世纪。18世纪的数学家也往往不管微积分基础方面的困难而大胆前进。如泰勒公式,欧拉、伯努利甚至19世纪初傅里叶所发现的三角展开等,都是在很长时期内缺乏严格的证明,但却作为有效的算法而广泛地被数学家们所采用,虽然中间充满了争论。正如冯·诺依曼指出的那样:没有一个数学家会把这一时期的发展看作是异端邪道;这个时期产生的数学成果被公认为是第一流的。并且反过来,要是当时的数学家一定要在有了严密的演绎证明之后才承认他们的新算法的合理性,那恐怕就不会有今天的微积分和整个分析大厦了。

牛顿发明微积分的个人背景也颇能说明问题。剑桥大学保存的牛顿档案内有牛顿大学时代的读书笔记。从这些笔记可以了解到,牛顿开始微积分问题的研究主要是受了笛卡儿的《几何学》、《哲学原理》,沃利斯的《无穷算术》以及开普勒、伽利略等人著作的影响。欧几里得《几何原本》虽亦包括在其阅读的书单里,但牛顿却在笔记本上写下了这样的批语,说《几何原本》是“trivial”(枯燥无聊的),以致当1664年他参加津贴生考试时(巴罗主考),欧氏几何成绩不佳,监考官屏论认为这是牛顿的欠缺之处。但恰恰在这同一个时期,牛顿在笛卡儿《几何学》的读书笔角中,用小“○”号表示变元 x 的无穷小且最终趋于消失的基元,开始了寻找求曲线切线、极值等无穷小算法的研究。显然,牛顿发明微积分并没有多少演绎几何的背景。他从1664年冬开始触及具体的无穷小算法问题,至1665年中迅速地达到了微积分的一般算法与基本定理,主要是依靠了归纳算法的能力。牛顿后来对于早年没有学好欧氏几何颇感后悔,并竭力设法弥补这一缺陷,其结果是巨著《自然哲学的数学原理》(简称《原理》)的问世。《原理》将整个力学建造为

严密的逻辑体系,但就数学而言,牛顿在《原理》中给所有微积分命题都披上了几何外衣,反倒成了微积分进一步发展的障碍,这在科学史上已经是公认的事实了。

现在再来看一看更早的解析几何的诞生。通常认为,笛卡儿发明解析几何的基本思想是用代数方法来解几何问题。这同欧氏演绎方法已经大相径庭了。而事实上如果我们去阅读笛卡儿的原著,就会发现贯穿于其中的彻底的算法精神。《几何学》开宗明义就写道:“全部几何问题可以容易地被归纳为这样一些术语,使得我们为了做出它们的图形,只需知道一定的直线段的长度就够了。正如全部算术仅由四五种运算(加、减、乘、除以及可以被看作为除法变种的开方)组成一样,在几何中,为了求出所需线段,我们也只要对一些线段进行加减就行。”笛卡儿接着进一步通过定义单位线段指出如何进行线段的乘、除及开方运算,并宣称:“我将毫不犹豫地几何学中引进算术的术语,以便使自己变得更加聪明”,笛卡儿要把几何学归结为算术运算,在欧氏几何中需要特殊技巧才能证明的难题,现在变成了一种可按确定的法则与程序进行的机械的算术过程,这也许才是笛卡儿解析几何的真正宗旨,它预示了定理的机械化证明的可能性。

笛卡儿的《几何学》是他的哲学著作《方法论》的附录。而笛卡儿在《方法论》中曾明确表现出他对经院哲学特别是亚里士多德三段论法则的怀疑与批判。

因此,综上所述,作为近代数学发生的标志的解析几何与微积分,从方法论角度看都不能说是演绎倾向而是算法倾向的产物。当然,17~18世纪的无穷小算法与中世纪算法相比绝不可同日而语,而是有了质的飞跃。

四、现代数学与演绎倾向

数学中重大真理的发现往往是探寻新算法的结果,微积分的