

# 博弈论基础教程


► 李光久 编著



化学工业出版社  
教材出版中心

# 博弈论基础教程

李光久 编著

 化学工业出版社  
教材出版中心

· 北京 ·

(京)新登字 039 号

**图书在版编目 (CIP) 数据**

博弈论基础教程/李光久编著. —北京:化学工业出版社,2004.12  
ISBN 7-5025-6397-0

I. 博… II. 李… III. 对策论-教材 IV. 0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 127033 号

---

**博弈论基础教程**

李光久 编著

责任编辑:杨菁 陈丽

文字编辑:张娟

责任校对:顾淑云 宋玮

封面设计:于兵

\*

化学工业出版社  
教材出版中心 出版发行

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

发行电话:(010) 64982530

<http://www.cip.com.cn>

\*

新华书店北京发行所经销

北京永鑫印刷有限责任公司印刷

三河市东柳装订厂装订

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 13¼ 字数 318 千字

2005 年 2 月第 1 版 2005 年 2 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-6397-0/F·62

定 价: 23.00 元

---

**版权所有 违者必究**

该书如有缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责退换

# 前 言

——自问答

## 1. 本书编写动笔于何时？缘何目的编写本书？

本书编写动笔于2001年4月2日，至2004年春天定稿已有近三年时间。其间一边给博士、硕士研究生讲授博弈论课程，一边听取研究生的反映，不断修改、补充、完善书中的内容，才有本书的问世。虽然，2001年5月份我已正式退休，但40年的大学教学生涯，难解对知识传授的情结。余热也罢，习惯也罢，退休以后再写书少了一些功利、一些压力，多了一些自由支配的时间，慢功说不定可以出点细活。

说起编写本书的目的，一半是由于不断感受到研究生和青年教师对博弈论的兴趣与渴求的同时流露出的无助和畏难。他们说，囚徒困境、纳什均衡、库诺特模型很有趣，也能理解，但到了混合战略就有点头脑发胀，再到不动点原理和纳什均衡存在性定理的论证就如坠入云雾山中，觉得博弈论太难。另一半是针对经济管理专业的学生（包括本科生、研究生），以及经济管理（包括企业管理、工商财贸、人力资源等）部门的在职人员，给他们提供一本内容较为完整，适合他们的数学基础，便于自学阅读的入门书籍。本书命名为《博弈论基础教程》，其中，“基础”和“教程”就体现了编写本书的动因。

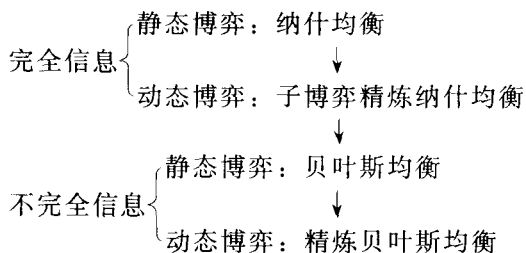
## 2. 本书有何特色？编写时又是如何体现这些特色的？

回答这个问题难免有点王婆卖瓜的吆喝之嫌。最有资格回答这个问题的应该是广大读者。知识分子最讲究实事求是，套用央视的一个名牌栏目“实话实说”的名字，本书的特色就是怎么想的怎么说吧。

第一，保持博弈论知识的基础性、完整性和系统性。

作为博弈论的基础教程，起点定位是博弈论的入门读本。基础性体现在学习这本书，你能掌握和理解博弈论涉及的基本理论、基本概念和基本方法，在完成各章后面的习题的基础上，在你的学习和研究工作中也可以尝试建立简单的博弈模型。如果你想深入了解更多、更深的博弈论知识，有了这些基础，就等于拥有了一架云梯，更便于攀登。比如，有了完全信息静态博弈的纳什均衡知识，你可以进一步去学习可理性和相关均衡等内容；有了完全信息动态博弈的多阶段可观察行动博弈的知识，你可以进一步去学习开环和闭环均衡等内容。本书最后所列的参考文献[3]和[4]，就有更多、更深的博弈论知识等待你去探寻。

本书作为博弈论的基础教程，也就要保持博弈论整体知识架构的完整性和系统性。本书基本内容涵盖了博弈论的4种类型的博弈及相应的4种均衡。



上述结构中，横向体现本书内容的完整性，纵向体现均衡概念的系统性。在不完全信息动态博弈中，为了体现在扩展式博弈的非均衡路径上的推断（后验概率）生成的新思路、新发展，本书也简要介绍了克雷普斯和威尔逊（Kreps and Wilson）的序贯均衡和泽尔腾（Selten）的颤抖手均衡。

需要说明的是，本书保持博弈论知识的完整性是相对基础性而言的。作为一种博弈论入门读本，完整性只能是削枝强干后的完整。

## 第二，关注可读性。

不断听到经济管理专业的学生和青年教师诉说现有博弈论书籍难读。细究其中缘由，从读者层面看，可能是必备的数学基础和逻辑推理能力的欠缺；从作者层面看，可能是引入的数学论证过多、过深，推理过程的跳跃太大，读者难以适应。因此，在编写本书时，时时不敢忘记读者对象。他们初步具备或已经具备经济学、管理学以及金融财贸方面的专业知识，但只具有一般微积分和概率论的基础知识。读者对象明确了，章节安排、内容取舍就有了把握的尺度。可读性体现在下面两个方面。

内容的可读性。内容的编排注意深浅有致。比如纳什均衡存在性，按理说这是一个重要的、基本的理论，但是介绍纳什均衡存在性定理又一定会牵涉到数学上的较为艰深的不动点原理，这是一只拦路虎。面对经济管理专业领域的读者群，必须化解这个问题。本书的处理方式还待读者评判。还有博弈论中理论的阐述和方法的引进，也需要有足够的实例和例证加以说明和消化。比如，博弈参与者的行动（actions or moves）和战略（strategies）的概念，混合战略（mixed strategies）和行为战略（behavior strategies）的概念，这些概念可以说在有些场合中是没有区别的等同的概念，在有些场合下又是截然不同的两个概念。本书均给予例证，而且时时处处加以提醒。又如，信号博弈贝叶斯均衡的求解，本书给出了较为详细的分析求解过程的实例。对于序贯均衡的序贯理性条件和一致性条件，也构造实例予以验证。

文字的可读性。近些年国内专家翻译出版了不少国外博弈论学者的专著，各具特色和风采。为了体现原作的整体结构、知识体系以及思维模式，译者也做出了努力，但对初步涉及博弈论的读者来说，读起来、理解起来总感到有困难。本书在博弈论的基本理论和基本概念 的阐述上力求完整、严密，而在文字组织、语法修辞上尽量做到语句短小一些，语言规范一点，陈述简明一点，表达通俗一点。

## 第三，侧重应用性。

本书针对的是经济管理类专业的学生、教师以及相关部门的在职人员。读者学习博弈论一方面是为了扩大知识面、完善知识结构，另一方面也是为了掌握博弈论决策的研究方法，为自身的研究工作建立模型，进行决策分析。正因为如此，本书在内容组织上，在各个章节中，在阐述博弈论基本理论、基本概念、基本方法的同时，更侧重应用性。四种类型的博弈在各章中都专门设置应用举例一节。按全书的篇幅统计，应用性示例（不包括基本方法的解题示例）所占篇幅约为全书的 37%。

## 第四，致力循序渐进性。

博弈理论中，随着博弈类型的不断复杂以及相应的均衡概念不断深化，很多理论、方法也渐渐复杂、深奥起来。作为一本博弈论的基础入门书籍就应该注意到由浅入深、由易到

难、由简单到复杂的渐进过程。本书在复习、回顾原有概念的基础上引入新概念，在新、旧不同概念的联系，尤其是差异性的对比上不惜笔墨。比如，囚徒困境博弈作为一个经典的例子，从纳什均衡、重复博弈的子博弈精炼纳什均衡一直到不完全信息动态博弈合作效应，贯穿全书的始终。又比如，子博弈精炼纳什均衡和精炼贝叶斯均衡两个概念通过信号博弈的实例作了五处对比，从中可以看到概念是如何深化的，深化之中又有哪些类同之处。本书致力于循序渐进过程，也就是遵循中国传统文化中治学的“学而时习之”和“温故而知新”的古训。

### 3. 对读者有何进言？

读者学习博弈论需要具有的预备知识并不多。一是微积分知识，用得最多的是一元或多元函数求极大值的方法，以及求定积分的方法、解微分方程的方法。二是概率论知识，包括一维或多维离散随机变量的分布律、一维连续随机变量的分布函数、期望和方差概念。尤其值得指出的是贝叶斯法则（公式）求后验概率的理论与方法，在贝叶斯均衡的分析中特别重要。三是基础的微观和宏观经济学知识。

接下来谈一谈读者学习博弈论的方法。博弈论是研究相互依存、相互影响的参与者之间的决策理论，其中涉及许多基本概念和基本方法。其中基本概念（多数以定义形式出现）的阐述，语言上非常简练，内涵上却十分丰富，必须结合实例反复揣摩，不断推敲。把概念理解透，有利于对基本方法的掌握。比如，对纳什均衡、信息集、行为战略、无限次重复的囚徒困境博弈的触发战略、序贯理性条件等概念的理解绝不可浅尝辄止，一定要反复琢磨，弄懂、弄透。还有，在重复博弈、信号博弈的一些实例中，往往论述过程十分冗长，看到后面常常又记不清前面说了些什么。提醒读者一句话：一定要有耐心。博弈论中研究决策论过程形成了很多数学方法，说到数学方法总离不开动手做习题。做习题是对概念是否理解和方法是否掌握的最实际的检验。本书在各章之后精选了部分习题，习题的类型都是紧扣本章的基本方法，有些与书中的例题十分相似。奉劝读者一定要做习题，如果一章的习题你能完成80%，那么这一章的学习成果就可以打80分了。

学习博弈论也要经过读书的三个境界，这就是立下志向，探寻真知——勤奋刻苦，百折不回——豁然开朗，进入佳境。旧时读书人将知识比喻为心中的恋人和挚友，汇集了诗词名句描写读书的三个境界是非常生动、贴切的，这里抄录下来奉献给今天年轻的读者。“独上高楼，望尽天涯路。”（晏殊《蝶恋花》）；“衣带渐宽终不悔，为伊消得人憔悴。”（柳永《凤栖梧》）；“众里寻他千百度，蓦然回首，那人却在，灯火阑珊处。”（辛弃疾《青玉案·元夕》）。

在本书编写、出版过程中，我要感谢李海琴、李民、戴云松、戴玲因四位同志，是他们把我的手写稿一字一句打成文稿，一笔一画绘成图形，一遍一遍地修改，形成了本书的雏形（电子版）。我还要感谢杜建国博士，他认真仔细阅读了本书的初定稿，提出了不少宝贵的意见和建议。江苏大学工商管理学院院长博士生导师梅强教授、研究生处副处长解幸幸、机械工程学院戈晓岚教授一直关心本书的编写。在这里我向他们表示深深的谢意。

最后，我还要感谢我的老伴钟瑜荪副教授，20世纪50年代，我们是南京大学数学天文系的同窗，40多年相濡以沫。她是这本书的第一个读者，也出了不少主意，提出很多建议。因为我们是空巢家庭，是她承担了主要的家务劳动，使我得以有更多时间和精力投入书稿的

撰写工作之中。

本书几经修改定稿，但难免会存在疏漏与问题，为了听取读者的意见和质询，下面给出我的通讯地址：

Tel: 086-511-8780066

E-mail: lgj304@hotmail.com

李光久

于镇江江苏大学玉带河畔

## 内 容 提 要

本书共分 5 章。第 1 章介绍了博弈论的基本概念和几个典型的例子。第 2 章和第 3 章分别介绍了完全信息下的静态博弈和动态博弈；第 4 章和第 5 章则介绍了不完全信息下的静态博弈和动态博弈。

本书深入浅出、通俗易懂，用简明的语言阐述深奥的经济学原理，并结合大量的案例，便于读者理解和掌握。从第 2 章开始，在每章后都附有习题，针对性强，以便读者巩固所学知识并检测学习效果。本书全面系统、条理清晰、侧重应用，是经济和管理类专业大学生、研究生博弈论及相关课程的理想教材和参考书，也可作为经济理论工作者、经济管理人士的参考用书，对实际工作有一定的指导意义。同时，对于那些对博弈论感兴趣的读者来说，本书也是一本值得推荐的博弈论入门图书。



# 目 录

<b>第 1 章 博弈论概述</b> .....	1
1.1 博弈论几个典型的例子 .....	1
1.2 博弈论的基本概念 .....	4
1.3 博弈论与经济学 .....	8
<b>第 2 章 完全信息静态博弈</b> .....	10
2.1 博弈的标准式表述与纳什均衡 .....	10
2.1.1 博弈的标准式表述 .....	10
2.1.2 严格占优战略均衡 .....	10
2.1.3 逐步剔除严格劣战略均衡 .....	11
2.1.4 纳什 (Nash) 均衡 .....	13
2.2 纳什均衡应用举例 .....	16
2.2.1 库诺特 (Cournot) 双寡头垄断竞争模型 .....	16
2.2.2 伯川德 (Bertrand) 双寡头垄断竞争模型 .....	20
2.2.3 最后要价仲裁模型 .....	20
2.2.4 公共地的悲剧 .....	22
2.3 混合战略纳什均衡 .....	24
2.3.1 混合战略的概念 .....	24
2.3.2 混合战略纳什均衡 .....	25
2.4 纳什均衡的存在性 .....	31
2.4.1 纳什均衡的存在性 .....	31
2.4.2 纳什均衡的多重性 .....	35
思考题 .....	37
<b>第 3 章 完全信息动态博弈</b> .....	40
3.1 博弈的扩展式表述 .....	40
3.1.1 博弈的扩展式表述 .....	40
3.1.2 博弈树 .....	41
3.1.3 信息集 .....	42
3.2 扩展式表述的博弈的纳什均衡 .....	45
3.2.1 动态博弈的标准式表述 .....	46
3.2.2 扩展式表述博弈的纳什均衡 .....	47
3.2.3 完全且完美信息动态博弈 .....	54
3.3 子博弈精炼纳什均衡 .....	58
3.3.1 子博弈精炼纳什均衡 .....	58
3.3.2 用逆向归纳法求解子博弈精炼纳什均衡 .....	60

3.3.3 对逆向归纳法和子博弈精炼纳什均衡的评论·····	62
3.4 完全信息动态博弈应用举例·····	65
3.4.1 斯坦克尔伯格 (Stackelberg) 双寡头竞争模型·····	65
3.4.2 工会与企业之间博弈——里昂惕夫 (Leontief) 工会与 企业的工资和就业模型·····	67
3.4.3 罗宾斯坦 (Robinstein) 轮流报价的讨价还价模型·····	69
3.5 两阶段可观察动态博弈及应用举例·····	74
3.5.1 多阶段可观察动态博弈的一般概念·····	75
3.5.2 两阶段可观察动态博弈的子博弈精炼纳什均衡·····	75
3.5.3 两阶段可观察动态博弈应用举例·····	76
3.6 重复博弈·····	82
3.6.1 有限次重复博弈·····	83
3.6.2 无限次重复博弈·····	88
思考题·····	104
<b>第4章 不完全信息静态博弈</b> ·····	107
4.1 不完全信息静态博弈和贝叶斯纳什均衡·····	107
4.1.1 不完全信息下的库诺特模型·····	107
4.1.2 不完全信息静态博弈的标准式表述·····	109
4.1.3 海萨尼 (Harsanyi) 转换·····	110
4.1.4 贝叶斯纳什均衡·····	112
4.2 贝叶斯纳什均衡应用举例·····	114
4.2.1 不完全信息库诺特模型·····	114
4.2.2 不完全信息下的公共产品的提供·····	117
4.2.3 一级密封价格拍卖·····	119
4.2.4 双方叫价拍卖·····	123
4.3 贝叶斯博弈与混合策略均衡·····	126
4.4 机制设计与显示原理·····	130
4.4.1 机制设计的两个例子·····	130
4.4.2 机制设计的显示原理·····	137
思考题·····	141
<b>第5章 不完全信息动态博弈</b> ·····	143
5.1 精炼贝叶斯均衡·····	143
5.1.1 均衡概念的深化: 精炼·····	143
5.1.2 精炼贝叶斯均衡·····	145
5.1.3 不完美信息博弈的精炼贝叶斯均衡·····	147
5.2 信号博弈及其精炼贝叶斯均衡·····	150
5.2.1 信号博弈的概念·····	150
5.2.2 信号博弈的精炼贝叶斯均衡·····	152
5.2.3 求解信号博弈的精炼贝叶斯均衡示例·····	154

5.3 信号博弈应用举例 .....	159
5.3.1 股权融资 .....	159
5.3.2 斯宾塞 (Spence) 劳务市场模型 .....	162
5.3.3 负债率与企业质量 .....	166
5.4 精炼贝叶斯均衡的再精炼及其他均衡概念 .....	168
5.4.1 用剔除严格劣战略方法再精炼 .....	168
5.4.2 直观标准 .....	172
5.4.3 克雷普斯-威尔逊 (Kreps-Wilson) 的序贯均衡 .....	174
5.4.4 泽尔腾 (Selten) 的颤抖手均衡 .....	181
5.5 不完全信息有限次重复博弈与声誉效应 .....	185
5.5.1 不完全信息囚徒困境有限次重复博弈中的合作行为——KMRW 声誉模型 .....	185
5.5.2 KMRW 声誉模型——有限次重复的不完全信息连锁店博弈 .....	191
5.5.3 博弈论均衡概念的简要总结 .....	194
思考题 .....	195
<b>参考文献</b> .....	199

# 第 1 章 博弈论概述

本章内容：博弈论的几个通俗、经典的例子——博弈论的一些基本概念——博弈论与经济学

## 1.1 博弈论几个典型的例子

博弈论 (Game Theory) 是研究两人或多人谋略和决策问题的理论。博弈论分析的目的是预测博弈的结果。不言而喻，每一个参与者（一个人、一个企业等）要选择的战略（在什么时候选择什么行动）必须是针对其他参与者所选择战略的最优反应，每一个参与者都希望能尽可能提高自己的利益所得。由于参加博弈的人是在相互依存、相互制约的状态下展开竞争，因此，每一个参与者必须眼观六路、耳听八方，捕捉各种信息，审时度势，在适当的时候选择一个最佳的行动。这就要求每一个参与者既要想到自己该怎么做，又要想到别人会怎么做。常常需要将自己置身于其他参与者的位置去思考问题，从而猜度其他参与者可能会选择的行动。在这个基础上每一个参与者拿定主意，决定自己的最理想的行动。小孩玩的“石头、剪刀、布”的游戏（游戏的英文就是 Game），以及大人在棋盘上的对弈都不难印证这些道理。

博弈论原本是数学的一个分支，只是在最近一二十年博弈论才融入主流经济学之中。经济学作为博弈论的应用领域，博弈理论不仅仅找到了自身的用武之地，同时也极大推动了博弈论的理论的发展。源于数学的博弈理论，总少不了抽象的概念、深奥的理论、严密的推理。由于“感性——理性——感性”是认识事物的一般规律，所以本教程打算让读者先熟悉几个博弈论的通俗、经典的实例。说它们通俗，是因为这些例子直观、浅显，而且饶有趣味；说它们经典，是因为这些例子可以说是博弈论的“品牌”。它们是想学习博弈论的读者的导游，这些例子将引导你由浅入深地去理解博弈论的各种概念、理论、方法，更重要的是通过这些例子去认识博弈论在经济学以及社会、政治、军事等众多领域的应用，尤其是初步体验博弈论与经济学密不可分的关系。

### 例一 囚徒困境

两个共同作案的犯罪嫌疑人被捕，并受到指控。除非至少一个人招认犯罪，否则警方无充分证据将他们按罪判刑。警方把他们关入不同的牢室，并对他们说明不同行动带来的后果。如果两人都采取沉默的抗拒态度，因警方证据不足，两人将均被判为轻度犯罪入狱 1 个月；如果双方都坦白，根据案情两人将被判入狱 6 个月；如果一个招认而另一个拒不坦白，招认者因有主动认罪立功表现将立即释放，而另一人将被判入狱 9 个月（所犯罪行判 6 个月，干扰司法加判 3 个月）。

囚徒困境问题可以用图 1-1 所示的双变量矩阵的形式来描述。

在此博弈中，每个囚徒有两种战略可供选择：坦

		囚徒 2	
		坦白	沉默
囚徒 1	坦白	-6 , -6	0 , -9
	沉默	-9 , 0	-1 , -1

图 1-1 囚徒困境

白（或招认）、不坦白（或沉默）。图 1-1 的矩阵中每一个单元的两个数字表示一组特定的战略组合下两个囚徒的收益（或支付、效用，这里已开始引用经济学的术语了），其中第一个数字是囚徒 1（习惯上是位于矩阵横行上的参与者）的收益，第二个数字是囚徒 2（位于矩阵竖列上的参与者）的收益。如果囚徒 1 选择沉默，而囚徒 2 选择坦白，那么囚徒 1 的收益是 -9（表示判刑 9 个月），囚徒 2 的收益为 0（表示马上释放）。

博弈论为囚徒困境问题提供的解是战略组合（坦白，坦白）。严格的定义与详细的阐述，留到第 2 章讨论。这个战略组合是一个占优战略组合，因为不论对方如何选择，自己的最优选择都是坦白。如果囚徒 2 不坦白，囚徒 1 坦白的话他就会马上获释，不坦白的话还得坐 1 个月的牢，所以坦白比不坦白好；如果囚徒 2 坦白，囚徒 1 坦白的话要判 6 个月，不坦白的话则要判 9 个月，这样对囚徒 1 来说，还是坦白比不坦白好。因此坦白是囚徒 1 的占优战略。同样的分析表明，坦白也是囚徒 2 的占优战略。权衡的结果是每个囚徒都选择坦白，各判刑 6 个月。

初次接触博弈论的人，难免会提出这样的问题：战略组合（沉默，沉默），即如果两个人都不坦白，各人只判刑 1 个月，不是比战略组合（坦白，坦白）带来的各判刑 6 个月要好吗？如果引用经济学中的“有效”的术语，（沉默，沉默）是一个有效结局。有效结局并不是囚徒困境问题的博弈解，与此相关的理论问题在第 2 章里可以找到答案。

与囚徒困境类似的博弈问题在经济、社会诸多领域有许许多多的版本，这里举几个例子。

A、B 两个公司以高、低两种价格向市场竞相销售同一种产品。双方协定以高价格垄断市场，可以使彼此获得满意的利润收益，至少要远远好于双方都以低价格出售产品的情形。但是如果某一方坚持高价，而另一方为了独占市场却将产品以低价格推销（协定不被遵守且不受处罚），那么后者将会获高盈利而前者则损失惨重。市场上商品的价格战，常常出现的结局一般是以低价格销售商品，消费者从中得到好处，这种结果正是博弈论预测的合理结局，读者不妨自己设计一个类似于图 1-1 的 A、B 公司的收益矩阵。

公共产品的供给也是一个类似囚徒困境的问题。每个人可供选择的战略是：出钱、不出钱。如果大家都出钱兴办公用事业，所有人的福利都会增加。问题是，如果我出钱你不出钱，我得不偿失；如果我不出钱你出钱，我就可以占你的便宜。结果是每个人的最优选择都是不出钱。

再有一个例子是军备竞赛问题。美苏冷战时期，两个超级大国构成博弈的两方，可供选择的战略是：扩军（增加军费预算）、裁军（减少军费预算）。如果双方都热衷于扩军，两国都要为此付出高额军费（从社会福利角度看这是一笔庞大的负收益）；如果双方都选择裁军，则可省下这笔钱；如果一方裁军而另一方进行扩军，扩军的一方到一定时候，就会以武力相威胁甚至发动战争，这时，战争胜败双方的收益与支付将出现难以估量的差异。我们可以给出一个假想的双变量收益矩阵，如图 1-2 所示。

		前苏联	
		扩军	裁军
美国	扩军	3000 , 3000	10000 , -∞
	裁军	-∞ , 10000	2000 , 2000

图 1-2 军备竞赛（单位：亿美元）

博弈论给出军备竞赛问题的解是战略组合（扩军，扩军），博弈理论预测双方都扩军可以达到对抗中的相对稳定，这是一个符合现实的合理结局。

## 例二 海滩占位

甲、乙两个冷饮摊贩，他们在一个

直线状的海滩上，以同样的价格、相同的质量向均匀散布在海滩上的众多游客（他们来此享受海水和阳光，进行日光浴或游泳活动）销售冷饮。既然是做生意，目的总是希望尽可能多赚点钱，甲、乙两人又是在同一地点做同样的生意，竞争就是不可避免的事情了。这两个冷饮摊贩应当如何合理地安置自己的摊位，才能相安无事地做各自的生意呢？

假定游客总是到距离自己最近的摊位购买冷饮，这也是合乎常情的。为了叙述方便，不妨将海滩长度标准化为 1。按通常的想法，如果海滩左端定为 0，甲在  $1/4$  处设摊，乙在  $3/4$  处设摊（见图 1-3），这样既方便了顾客，又照顾到甲、乙两人各占约一半

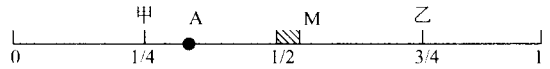


图 1-3 海滩占位

顾客的生意，可谓公平合理。问题不是简单地解决了吗？

事情并不像想像的那么简单。甲、乙两人做同样的生意，两人之间就存在竞争，这就构成了一个博弈问题。站在甲的角度考虑，只要手段合法，多揽一点顾客就可以多赚一点钱。基于这样的理性想法，甲就会将自己的摊位向右挪动到 A 点（见图 1-3）。这时，从 0 到 M（这里 M 是 A 至  $3/4$  处的中点）范围内的顾客都会去买甲的冷饮，甲就从乙的手里挖走一部分顾客，即图 1-3 中阴影所示的  $1/2$  到 M 的那一部分。乙也是一个理性的生意人，他会估计到甲可能做出的动作，因此，他也会将自己的摊位向左边移动。照此下去，最后的结果是甲、乙二人都挤在一起，紧挨着，在海滩的中点（ $1/2$  处）做冷饮生意。

博弈论对海滩占位问题的解是甲、乙二人均选择在海滩中点（ $1/2$  处）设摊，而不是原先想像的甲、乙分别在  $1/4$  和  $3/4$  处占位，即使集中在一起营业会给海滩两端的顾客带来不便。

社会经济领域内，就有不少与海滩占位博弈类似的现象。比如，在城市商业网点的布局上，常常会出现相同行业的多家商店都挤在一起，形成“电子一条街”、“装饰城”、“饮食广场”等。只要把这个城市想像成东西或南北方向的一个“海滩”，从博弈论中就不难找到答案。

又如，同一城市的不同航空公司经营的飞往同一目的地的航班，常常出现起飞时刻几乎相同的现象。

就是在文化娱乐方面，也能运用海滩占位的博弈结论予以解释。如果把电视中高雅艺术节目与较低档的节目比作海滩两端，那么众多的电视观众就可以看作是散布在海滩上的游客。电视台常常将黄金时段的电视节目定位在中等档次，以提高收视率。

### 例三 智猪争食

猪圈里喂养两头猪，一头大猪，一头小猪。猪圈的一边有一个猪食槽，对面的一边装有控制开关。只要猪用鼻子去拱控制开关，就会一次有 6 个单位的饲料流进猪食槽。如果大猪和小猪都不去拱开关，那么它们都吃不到饲料。如果小猪去拱开关，那么等它跑到另一边的猪食槽时，大猪已将流出的饲料全部都吃光了。如果大猪去拱开关，那么等它跑到猪食槽旁边，小猪差不多已吃掉了 5 个单位的饲料，结果大猪只能吃到 1 个单位的饲料。如果大猪、小猪一起去拱开关，再一起跑去吃食，那么大猪可抢到 4 个单位的饲料，小猪也能吃到 2 个单位的饲料。假定每拱一次开关需要消耗 0.5 个单位饲料的能量。大猪和小猪长期在一起进食，上面所说的情况（信息、知识）已为它们所掌握。仿照例一囚徒困境的情形，就可以画

		小猪	
		拱	不拱
大猪	拱	3.5 , 1.5	0.5 , 5
	不拱	6 , -0.5	0 , 0

图 1-4 智猪争食

出如图 1-4 所示的双变量矩阵。

在这个博弈中，大猪与小猪都有两种战略选择：拱、不拱。在这个例子中可以发现，不论大猪选择拱还是不拱，小猪的最优选择总是不拱。这是因为，如果大猪去拱开关，小猪不拱（等在猪食槽旁边）比拱后再跑回去争食要划算（ $5 > 1.5$ ）；如果大猪不去拱开

关，小猪不拱顶多都不得食，而去拱就要白白消耗能量，不划算（ $0 > -0.5$ ）。所以，不拱是小猪的占优战略。给定小猪总是选择不拱，大猪的最优选择只能是拱。这样，智猪争食问题的博弈论解是战略组合（拱，不拱）。

智猪争食模型在社会经济领域也可以找到许多实例。

比如股份公司中就有大股东和小股东之分。股东都有监督经理的职能，他们从监督中得到的收益并不一样。在监督成本相同的情况下，大股东从监督中得到的好处显然多于小股东。通常在股份公司里，总是由大股东担当监督任务，而小股东则搭大股东的便车。

股票市场上也有类似现象。一般大户总是重视搜集信息，积极进行行情分析。对小户而言，跟大户是常见现象。

在进行产品研究、开发以及新产品广告宣传时，对大企业而言，其资金实力及可望的收益都会使大企业有投资的积极性，而小企业往往会得不偿失。小企业通常采取与大企业建立协作生产或移植部分技术的做法。

介绍上面三个博弈论的例子，首先，是让读者对博弈论有一个初步的感性认识。虽然在阐述中也涉及了专业术语，诸如理性、有效、战略、占优战略、博弈解等，但是这些术语的含义是读者可以接受的。其次，通过这些例子想给读者留下一个深刻印象：博弈论与社会经济等诸多领域的联系是如此广泛、如此密切。下面章节对囚徒困境博弈在不同的理论的高度还要进行研究和分析，这个例子还会在不同地方被引用。

## 1.2 博弈论的基本概念

本章的目的在于在基础的层次上对博弈论作一总体的、概括性的描述。本节就博弈论的一般概念和相关理论作初步的阐述。结合 1.1 节的例子，读者就不难理解这些概念和理论。同时也为后面各章不同类型的博弈的严格定义、深入的理论讲述，奠定一个基础。

什么是博弈论？简而言之，博弈论是研究多人谋略和决策问题的理论。要较深入地理解这句话，还需要关注以下一些问题。首先，一个博弈问题必须至少有两个参与博弈的主体（可能是个人，也可能是团体，如企业、国家），他们在博弈过程中都有各自的切身利益。由于利益的驱动，他们在作出自己的决策时，总想使出最好的招数（最优战略）。其次，博弈中的各个主体之间总不可避免地存在着竞争。竞争自然贯穿博弈的全过程，竞争又将博弈的主体紧紧地联系在一起，相互依存，相互较量（说得通俗一些就是“勾心斗角”）。再者，既然主体之间要进行较量，每一个博弈主体就不会闭目塞听，靠灵机一动想出高招去赢得对手，而是需要“眼观六路，耳听八方”。尽量掌握博弈中对手的特点和已经采取或可能采取的行动的知识和信息。最后，就是博弈主体最为关心的博弈结果了。博弈结果随主体之间使出招数（战略）的不同而不同。博弈结果通俗地说就是输赢大小，博弈论用收益（或效用）来描述博弈结果。博弈论就是从理论上进行研究和分析，为博弈预测出一个理想的结局。预

测结局的正确性体现在博弈主体各方都能自愿选择理论给他推导出的战略，并且没有博弈主体愿意独自偏离他依照博弈理论所选定的战略。可想而知，每个博弈主体所选战略一定是针对其他主体所选战略的最优反应。

以上只是对博弈论粗线条的描述，为了后面对博弈理论进行深入的讨论，下面对博弈论的几个重要的基本概念给出明确的定义。

(1) 参与者。参与者指的是一个博弈中的决策主体，通常又称为参与人或局中人。参与者参加博弈的目的是通过合理选择自己的行动，以期取得最大化自己的收益（或效用）水平。参与者可以是自然人，也可以是企业、团队、国家，甚至是国家组成的集团（如欧盟、OPEC等）。对参与者而言，在博弈过程中，他必须有不同的行动可作应对选择。在博弈的结局中，他能知道或计算出各参与者不同的行动组合产生的效益（或效用）。1.1节中三个例子的参与者是不言自明的。

在博弈论中，为了分析研究问题的需要，还有一个虚拟参与者——“自然”。这里，“自然”是指不以博弈参与者的意志为转移的外生事件。“自然”选择的是外生事件的各种可能现象，并且用概率分布来描述“自然”的选择机理。下面的实例就很能说明虚拟参与者“自然”的必要性与重要性。

#### 例四 房地产开发博弈

现有开发商 A（按博弈论说法是参与者 1）正在考虑是否要投资开发一座商住楼。他面临的行动选择是开发或不开发。如果要开发，就必须投入 1 亿元资金；如果不去开发，投资就是 0。房地产开发市场总是存在风险的。首先，风险来自市场需求的不确定性，需求可能大，也可能小。其次，风险来源是竞争对手——房地产开发商 B（参与者 2）。开发商 B 也面临与开发商 A 相同的决策问题。

假定市场上有两座楼出售，需求大时，每座售价可达 1.4 亿元；需求小时，售价为 7 千万元。如果市场上只有一座楼出售，需求大时，售价高达 1.8 亿元；需求小时，也能卖出 1.1 亿元。可以用图 1-5 所示的双变量矩阵描述这个博弈问题。

		开发商 B			
		开发		不开发	
开发商 A	开发	0.4, 0.4	0.8, 0	-0.3, -0.3	0.1, 0
	不开发	0, 0.8	0, 0	0, 0.1	0, 0
		市场需求大		市场需求小	

图 1-5 房地产开发博弈

在这个例子中，市场需求就是作为虚拟参与者“自然”出现在博弈问题之中。“自然”（市场需求）是以一定的概率表现出不同的状态（需求大还是小）。不言而喻，“自然”直接关系到博弈的决策结果。这个例子几乎涉及到博弈论讨论的重要问题的方方面面。相关的研究分析将在后面有关章节阐述。

在博弈论的论述中，一般都是用  $i=1, 2, \dots, n$  代表参与者，用 N 代表“自然”。

(2) 信息。信息指的是参与者在博弈过程中能了解到和观察到的知识。这些知识包括“自然”的选择，其他参与者的特征和行动等。信息对参与者是至关重要的，因为每一个参与者在每一次进行决策之前，必须根据观察到的其他参与者的行动和了解到的有关情况作出自己的最佳选择。



由于信息内涵的不同，派生出各种有关信息的概念将博弈论划分成不同的类型，因此寻求博弈解的方法也不同。本着由浅入深认识事物的规律，这里不打算把这些概念一股脑儿和盘托出，而是分散到以后的章节中，逐步予以介绍。这里只就信息有关的两个基本的、重要的概念进行讨论。

首先，关于“共同知识”的概念。一个博弈问题所涉及的“自然”的不同选择、参与者的行动以及相应产生的效用（效果、收益）都是一种知识（信息）。比如，房地产开发商博弈问题，市场需求的大小，开发商 A、B 是开发还是不开发，不同情况下的利润和亏损，都是知识。开发商 A、B 知道这些知识也是一种信息，开发商 A 知道开发商 B 知道这些知识也是一种信息，如此等等。博弈论所谓的共同知识指的是“所有参与者知道，所有参与者知道所有参与者知道，所有参与者知道所有参与者知道……”的知识。可以联想到市场需求大小是一种知识。可能开发商 A、B 都知道市场需求有大与小两种状态，但是开发商 A 并不知道开发商 B 知道市场需求，这时市场需求就不构成共同知识，而只能说是 A 与 B “共同”享有的知识。

其次，关于“完全信息”的概念。完全信息是博弈论非常重要的基本概念，有了上述的共同知识的概念，这里就可以给出完全信息的严格的定义。完全信息指的是所有参与者各自选择的行动的不同组合所决定的各参与者的收益对所有参与者来说是共同知识。简单通俗地说，完全信息是指每一个参与者对自己以及其他参与者的行动，以及各参与者选择的行动组合产生的收益等知识有完全的了解。

(3) 战略。战略是参与者如何对其他参与者的行动作出反应的行动规则，它规定参与者在什么时候该选择什么行动。或者说，战略是参与者“相机行动方案”。

博弈论中，通常用小写  $s_i$  表示参与者  $i$  的一个特定战略，用大写  $S_i = \{s_i\}$  表示参与者  $i$  的所有可选择的战略集合（又称为参与者  $i$  的战略空间）。如果  $n$  个参与者每人选择一个战略，那么  $n$  维向量  $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$  称为一个战略组合，其中  $s_i$  是参与者  $i$  选择的战略。

如果博弈过程中所有参与者同时行动，没有任何人能获得他人行动的信息，那么战略选择就变成简单的行动选择。这时，战略与行动是相同的，也就不需要区分。在房地产开发问题中，如果市场需求大，开发商 A、B 同时行动，这时每人就只有两种战略，也就是两种可能的行动。战略空间也就是行动空间，即  $S_A = S_B = \{\text{开发}, \text{不开发}\}$ 。

如果开发商 A、B 行动有先后次序，那么各人的战略以及战略组合就不一样了。比如，A 行动在先，A 有两个战略，即  $S_A = \{\text{开发}, \text{不开发}\}$ 。B 在得知 A 的行动后再选择自己的行动，B 就有四个战略，即  $S_B = \{(\text{开发}, \text{开发}), (\text{开发}, \text{不开发}), (\text{不开发}, \text{开发}), (\text{不开发}, \text{不开发})\}$ 。B 的四个战略中的第一个行动是针对 A 的“开发”的行动作出的选择，而第二个行动是针对 A 的“不开发”的行动作出的选择。如果把 A 的两个战略和 B 的四个战略组合起来，就能形成八种战略组合。比如，战略组合  $s = (\text{开发}, (\text{不开发}, \text{开发}))$  就表示 A 的战略是“开发”，B 的战略是“A 开发，我不开发；A 不开发，我开发”。

战略是一个与过程有关的概念，行动是与时序无关的动作。打个比方，行动好比拳术中的一招一式，战略就是一招一式构成的套路。

(4) 收益。在博弈论中，收益指的是在一个特定的战略组合下参与者得到的确定的效用或期望效用。效用通常表现为博弈结果中的赢输、得失、盈亏。效用必须能用数值刻画其大小。收益是博弈参与者真正关心的问题。

博弈论的一个基本特征是一个参与者的收益不仅取决于自己的战略选择，而且取决于所