根据教育部最新教材调整范围编写

全程学习系列丛书

高考突破

数学

主编 高 明 张卫星

瞄准考试范围

突破重点难点

揭示试题规律

高考应试必备

中国人民大学出版社

全程学习系列丛书

高考突破

数　　学

主　编　高　明　张卫星

撰稿人　郝恩波　王洪田　王　忠　孙学验
王宗水　王泽阳　李　冰　崔秀淑
李学玲　孙兆俊　宋子谦

中国人民大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

高考突破：数学/高明，张卫星主编
北京：中国人民大学出版社，1998

ISBN 7-300-02768-7/G·490
Ⅰ．高…
Ⅱ．①高…②张…
Ⅲ．数学课-高中-升学参考资料
Ⅳ．G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 16935 号

全程学习系列丛书
高考突破
数学
主编　高　明　张卫星

出版发行：中国人民大学出版社
（北京海淀路 157 号　邮编 100080）
经　　销：新华书店
印　　刷：北京市丰台区丰华印刷厂

开本：850×1168 毫米 1/32　印张：16
1998 年 7 月第 1 版　1998 年 7 月第 1 次印刷
字数：569 000

定价：15.80 元
（图书出现印装问题，本社负责调换）

全程学习系列丛书

“高考突破”编委会

目　录

第一阶段　基础知识过关

第一章　幂函数、指数函数和对数函数

考试内容

集合、子集、交集、并集、补集．

映射、函数，一元二次函数．一元二次不等式．幂、指数式．幂函数．函数的单调性．函数的奇偶性．函数的图像．反函数．互为反函数图像之间的关系．对数、对数式．对数函数．换底公式．简单的指数方程和对数方程．

考试要求

1．理解集合、子集、真子集、交集、并集、补集的概念．了解空集和全集的意义，了解属于、包含、相等的关系的意义．会求给定集合的子集、交集、并集和补集．正确地掌握并运用有关的术语和符号表示一些较简单的集合．

2．掌握一元二次不等式的解法，理解一元二次函数和一元二次方程(不等式)的内在联系．

3．了解映射的概念，在此基础上理解函数及其有关概念．掌握互为反函数的图像间的关系．能熟练地求有关函数的定义域、值域及反函数．

4．理解函数的奇偶性和单调性的概念．能判断一些简单函数的奇偶性和单调性，能利用函数的奇偶性和对称性的关系描绘函数图像．

5．理解幂、指数和对数的概念，并能正确地进行有关运算．掌握幂函数、指数函数和对数函数的概念及其图像和性质．会解简单的指数方程和对数方程．

§1.1　集合的概念

目的：1．集合概念及集合元素的三个特性．

2．理解元素、空集、全集、子集、真子集、相等等概念及它们之间的隶属关系与包含关系．

典型例题

【例 1】已知集合 $M=\{a,a+d,a+2d\}$，$N=\{a,ar,ar^2\}$，如果 $M=N$，求 r 的值．

【解】由集合元素的无序性知，可有两种情况：

$\begin{cases}a+d=ar\\a+2d=ar^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a+d=ar^2\\a+2d=ar\end{cases}$

若 $\begin{cases}a+d=ar & ①\\a+2d=ar^2 & ②\end{cases}$

则②－①得 $ar^2-2ar+a=0$

$a=0$ 时，N 中三个元素均为零，与元素互异性矛盾．

$\because a\neq0$，$\therefore r^2-2r+1=0$，即 $r=1$，但 $r=1$，B 中的三个元素又相等，$\therefore$ 只能

$\begin{cases}a+d=ar^2 & ③\\a+2d=ar & ④\end{cases}$

④－③得 $d=ar(1-r)$，代入③得 $2ar^2-ar-a=0$. $\because a\neq0$，$\therefore 2r^2-r-1=0$，

解得 $r=-\frac{1}{2}$（舍去），即所求 r 的值为 $r=-\frac{1}{2}$

评注：1°解本题关键是要搞清集合中元素的互异性、无序性．2°解决集合相等的问题易产生与互异性相矛盾的增解，需注意检验．

【例 2】已知集合 $A=\{x|x^2-x-2>0\}$，$B=\{x|x^2+4x+p<0\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 p 的取值范围．

【解】$A=\{x|x^2-x-2>0\}=\{x|x<-1$ 或 $x>2\}$

若 $B=\varnothing$，显然 $B\subseteq A$，此时 $4^2-4p<0$ 即 $p>4$

若 $B\neq\varnothing$，则 $p\leqslant4$，而集合 $B=\{x|-2-\sqrt{4-p}<x<-2+\sqrt{4-p}\}$

$\because B\subseteq A$，$\therefore -2+\sqrt{4-p}\leqslant-1$ 或 $-2+\sqrt{4-P}\geqslant2$

解得 $3\leqslant p\leqslant4$

综上所述 $p\geqslant3$

评注：1°要善于把符号语言向文字语言转化，把符号转化为所能理解、应用的知识．

2°$B=\varnothing$ 中的情形要特别注意．

高考真题选析

【例 1】(1993 年全国高考试题)集合 $M=\{x|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in Z\}$,$N=\{x|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in Z\}$,则(　　).

A. $M=N$　　B. $M\supset N$　　C. $M\subset N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

【分析】分别令 $k=\cdots,-1,0,1,2,3,\cdots$,得

$M=\{\cdots,-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4},\cdots\}$

$N=\{\cdots,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4},\pi,\frac{5\pi}{4},\cdots\}$

不难看出,$M\subset N$,因此选择 C.

评注:事实上,M 中的元素是由首项为$\frac{\pi}{4}$,公差分别为$\frac{\pi}{2}$与$-\frac{\pi}{2}$的两串等差数列所组成,而 N 中的元素是由首项为$\frac{\pi}{4}$,公差分别为$\frac{\pi}{4}$与$-\frac{\pi}{4}$的两串等差数列所组成. 由此也能得出 $M\subset N$.

【例 2】(1988 年全国高考试题)集合$\{1,2,3\}$的子集共有(　　).

A. 7 个　　B. 8 个

C. 6 个　　D. 5 个

【分析】集合$\{1,2,3\}$的子集包含:

$\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}$

共计 8 个,因此选择 B.

评注:事实上,上面的做法就是

$C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3=8$

如果依照乘法原理,集合$\{1,2,3\}$的子集都是对 1,2,3 这三个元素的"取"与"不取",因此共有 2^3 种.

跟踪强化训练

1. 下列诸关系中:(1)$Z\subset\{x|x\leqslant 10\}$　　(2)$\{2\}\subset\{x|x\leqslant 10\}$

(3)$\{0\}\subset\{x|x\leqslant 10\}$　　(4)$\{\varnothing\}\subset\{x|x\leqslant 10\}$正确的有(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 设集合 E 满足$\{0,1\}\subseteq E\subseteq\{0,1,2,3,4\}$,试写出所有的集合 E.

3. 若 $A=\{x|x=a^2+2a+4, a\in k\}$，$B=\{y|y=b^2-4b+3, b\in k\}$，试确定集合 A 与 B 的关系．

4. 已知集合 $A=\{x|x^2+ax+1=0, x\in R\}$，若 $A\cap R^+=\varnothing$，求实数 a 的集合．

5. 设 s 为满足下列两个条件的实数所构成的集合：

(Ⅰ)s 内不含 1，(Ⅱ)若 $a\in s$，则 $\frac{1}{1-a}\in s$，解答下列问题：

(1)若 $2\in s$，则 s 必有其他两个数，求出这两个数．

(2)求证：若 $a\in s$，则 $1-\frac{1}{a}\in s$.

(3)在集合 s 中元素的个数能否只有一个？为什么？

6. $A=\{x||x-\frac{1}{2}(a+1)^2|\leqslant\frac{1}{2}(a-1)^2, x\in k\}$，

$B=\{x|x^2-3(a+1)x+2(3a+1)\leqslant 0\}a\in k$，

求使 $A\subseteq B$ 的 a 的取值范围．

§1.2 集合的运算

目的：1. 熟练掌握集合的子集、交集、并集、补集的概念及交、并、补集的运算．

2. 重视数形结合，分类讨论在解决实际问题中的运用．

典型例题

【例 1】已知全集 $I=\{x|x^2-3x+2\geqslant 0\}$，$A=\{x||x-2|>1\}$，$B=\{x|\frac{x-1}{x-2}\geqslant 0\}$，求 $\overline{A}$，$\overline{B}$，$A\cap B$，$A\cup B$，$A\cap\overline{B}$ 和 $\overline{A}\cup B$.

【解】$I=\{x|x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 2\}$，$A=\{x|x<1$ 或 $x>3\}$，$B=\{x|x\leqslant 1$ 或 $x>2\}$，借助数轴得 $\overline{A}=\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}\cup\{1\}$，$\overline{B}=\{2\}$，$A\cap B=\{x|x<1$ 或 $x>3\}=A$，$A\cup B=\{x|x\leqslant 1$ 或 $x>2\}=B$，$A\cap\overline{B}=\varnothing$，$\overline{A}\cup B=I$.

评注：根据交、并、补集的概念，借助数轴解题时，要特别注意边界值的取舍问题.

【例 2】已知 $x\in R$，集合 $A=\{-3,x^2,x+1\}$，$B=\{x-3,2x-1,x^2+1\}$，如果 $A\cap B=\{-3\}$，求 $A\cup B$.

【解】$\because A\cap B=\{-3\}$，$\therefore -3\in B$，又 $x^2+1\neq -3$，$\therefore x-3=-3$ 或 $2x-1=-3$，若 $x-3=-3$，即 $x=0$，则 $A=\{-3,0,1\}$，$B=\{-3,-1,1\}$

此时 $A\cap B=\{-3,1\}$，与已知不符.

$\therefore 2x-1=-3$，即 $x=-1$

则 $A=\{-3,1,0\}$，$B=\{-4,-3,-1\}$，满足 $A\cap B=\{-3\}$，$\therefore A\cup B=\{-4,-3,0,1,2\}$

评注：本题关键是由 $A\cap B=\{-3\}$ 来确定参数 x，特别要注意防止误认为第一种情形也成立.

高考真题选析

【例 1】(1994 年全国高考试题)设全集 $I=\{0,1,2,3,4\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{2,3,4\}$，则 $\overline{A}\cup\overline{B}$ 等于(　　).

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{0,1,4\}$　　D. $\{0,1,2,3,4\}$

【解】$\because A\cap B=\{2,3\}$，$\therefore \overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}=\{0,1,4\}$，故选 C(利用 $\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$ 简化运算).

【例 2】(1990 年全国高考试题)设全集 $I=\{(x,y)|x,y\in R\}$，集合 $M=\{(x,y)|\frac{y-3}{x-2}=1\}$，$N=\{(x,y)|y\neq x+1\}$，那么 $\overline{M\cup N}$ 等于(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{(2,3)\}$　　D. $\{(x,y)|y=x+1\}$

【解】易知集合 M 中的元素是直线 $y=x+1$ 除去 $(2,3)$ 点，集合 N 中的元素是直线 $y=x+1$ 外的一切点，$\therefore M\cup N$ 是整个平面除去 $(2,3)$ 点，从而 $\overline{M\cup N}=\{2,$

3}，故选 B.

评注：这里要注意两点：1° 不能将$\frac{y-3}{x-2}=1$等同于 $y=x+1$；2° 点(2,3)是集合中的一个元素，不能误选 C.

从以上两年高考试题可以看出对于课本知识要理解深透，如：$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$、$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$ 在解决问题中起到了简化运算的作用，同一知识既使考过也应在复习中重视.

跟踪强化训练

一、选择题

1. 设 x、y 是两个非空集合，则 $a\in(x\cup y)$是 $a\in(x\cap y)$的(　　).

A. 充分但不必要条件　　B. 必要但不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{1,3,6\}$，那么集合$\{2,7,8\}$是(　　).

A. $A\cup B$　　B. $A\cap B$　　C. $\overline{A}\cup\overline{B}$　　D. $\overline{A}\cap\overline{B}$

二、填空题

3. 集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=16\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=m\}$，若 $A\cap B=\phi$，则实数m的范围是________.

4. 有学生 100 人，其中音乐爱好者 53 人，体育爱好者 72 人，设两项都爱好的人数为 N，则 N 的最大、最小值分别是________.

三、解答题

5. 已知集合 $A=\{x\mid\frac{x+1}{2-x}<0\}$，$B=\{x\mid 4x+p<0\}$且 $B\subseteq A$，求实数 p 的取值范围.

6. $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid\log_2(x^2-5x+8)=1\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$且 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求实数 a 的值.

§1.3 映射、函数、反函数

目的:1. 掌握映射、函数(包括复合函数)、反函数的基本概念．

2. 理解函数的三要素,会求已知函数的反函数．

典型例题

【例 1】判断下列各组函数是否表示同一个函数:

(1)$y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$与 $y=x+1$

(2)$y=\lg x$ 与 $y=\dfrac{1}{2}\lg x^2$

(3)$y=\sqrt{x^2}-1$ 与 $y=x-1$

(4)$y=x$ 与 $y=\log_a a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$

【分析】判断两个函数是否相同,先观察定义域是否一致,若定义域一致,再看对应法则是否一致,由此即可判断．

【解】(1)$\because y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$的定义域是$\{x|x\neq 1,x\in R\}$,而 $y=x+1$ 的定义域是 R,两函数定义域不同,$\therefore$不是同一函数．

(2)$\because y=\lg x$ 的定义域为$(0,+\infty)$,而 $y=\dfrac{1}{2}\lg x^2$ 的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,$\therefore$两函数不是同一函数．

(3)$\because y=\sqrt{x^2}-1=\begin{cases}x-1 & (x\geqslant 0)\\ -x-1 & (x<y)\end{cases}$与 $y=x-1$ 的对应法则不相同,$\therefore$两函数不是同一函数．

(4)$\because y=\log_a a^x=x(a>0$ 且 $a\neq 1)$的定义域与对应法则与 $y=x$ 都相同,$\therefore$两函数表示同一函数．

评注:定义域、值域、对应法则是函数的三要素．但由定义域和对应法则可唯一地确定值域,因此,此类题只要考虑定义域和对应法则即可进行判断．

【例 2】已知 $f(x)=2x+a$,$g(x)=\dfrac{1}{4}(x^2+3)$,若 $g[f(x)]=x^2+x+1$,求 a 的值．

【解】$\because g[f(x)]=\dfrac{1}{4}\{[f(x)]^2+3\}=\dfrac{1}{4}[(2x+a)^2+3]$

$$=\frac{1}{4}(4x^2+4ax+a^2+3)=x^2+ax+\frac{a^2+3}{4}$$

又$\because g[f(x)]=x^2+x+1$

$\therefore x^2+ax+\dfrac{a^2+3}{4}=x^2+x+1$　　成立

$\therefore \begin{cases} a=1 \\ \dfrac{a^2+3}{4}=1 \end{cases}$　　解得 $a=1$

评注:如果 y 是 u 的函数,而 u 又是 x 的函数,即 $y=f(u)$,$u=g(x)$,$x\in(a,b)$,$u\in(m,n)$,那么 y 关于 x 的函数 $y=f[g(x)]$,$x\in(a,b)$叫做 f 和 g 的复合函数,u 叫做中间变量,它的取值范围是 $g(x)$的值域.

【例 3】求函数 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}(x<0)$的反函数.

【解】由 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$可得 $2y=e^x+e^{-x}+1=0$,当 $y\geqslant 1$ 或 $y\leqslant -1$ 时,有

$$e^x=\frac{2y\pm\sqrt{4y^2-4}}{2}$$

$$e^x=y\pm\sqrt{y^2-1}$$

$\because x<0$,$\therefore 0<e^x<1$

$\therefore e^x=y-\sqrt{y^2-1}$　且 $y>1$,$\therefore x=\tan(y-\sqrt{y^2-1})$

$\therefore$函数 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}(x<0)$的反函数为 $y=\tan(x-\sqrt{x^2-1})(x>1)$

评注:1°求反函数的步骤:一是把原函数看做关于自变量 x 的方程,解出 x;二是互换 x、y.

2°注意在原函数的定义域下,原函数值域是反函数的定义域,要确定原函数的值域.

高考真题选析

【例 1】(1989 年全国高考试题)函数 $y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$的反函数的定义域是________.

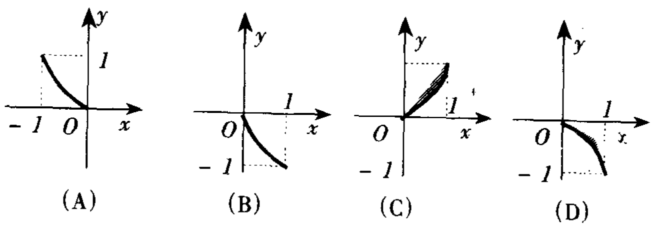
【解】$\because y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}=1-\dfrac{2}{e^x+1}$　$\because e^x>0$　$\therefore 0<\dfrac{2}{e^x+1}<2$

$\therefore -2<-\dfrac{2}{e^x+1}<0$　$\therefore -1<y<1$

$\because y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$的反函数就是原函数的值域

$\therefore y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$的反函数的定义域是$(-1,1)$

【例 2】设函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}(-1\leqslant x\leqslant 0)$,则函数 $y=f^{-1}(x)$的图像是(　　).



【解】方法 1　由 $y=1-\sqrt{1-x^2}$，得 $1-x^2=(1-y)^2$

即 $x^2=1-(y-1)^2$　　　　(＊)

$\because -1\leqslant x\leqslant 0$

$\therefore f(x)$ 的值域是 $[0,1]$

因此，由(＊)可知，

$f^{-1}(x)=-\sqrt{1-(x-1)^2}\,(0\leqslant x\leqslant 1)$

设 $y=-\sqrt{1-(x-1)^2}\,(0\leqslant x\leqslant 1)$，则

$(x-1)^2+y^2=1\,(0\leqslant x\leqslant 1, y\leqslant 0)$

它的图像是以(1,0)为圆心、以 1 为半径的圆的一部分，即 B 中的图像，因此选 B.

方法 2　由 $y=1-\sqrt{1-x^2}$　得 $(1-y)^2=1-x^2$

即 $x^2+(y-1)^2=1$

$\because -1\leqslant x\leqslant 0, \therefore 0\leqslant y\leqslant 1$

因此 $y=f(x)$ 的图像是以(0,1)为圆心、以 1 为半径的圆在 $-1\leqslant x\leqslant 0, 0\leqslant y\leqslant 1$ 的部分，即 A 中的图像.

由于反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像与 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，因此 $y=f^{-1}(x)$ 的图像应是 B.

评注：从上面两例可以看出“反函数”的问题是高考中的重点，几乎年年考，主要从两方面进行考查. 1° 求反函数；2° 利用“互为反函数的图像关于直线 $y=x$ 对称”解决有关问题.

跟踪强化训练

一、选择题

1. 下列各组中的函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 图像相同的是(　　).

A. $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$　　　B. $f(x)=\ln|x|, g(x)=\frac{1}{2}\ln x^2$

C. $f(x)=1, g(x)=x^0$　　　　D. $f(x)=|x|, g(x)=\begin{cases} x & x>0 \\ -x & x<0 \end{cases}$

2. $y=2x-1\quad(x\in N)$的反函数是(　　).

A. $y=\frac{x+1}{2}(x\in N)$　　　　B. $y=\frac{x+1}{2}(x\in Z)$

C. $y=\frac{x+1}{2}x\in\{正奇数\}$　　　　D. $y=\frac{x-1}{2}x\in\{正奇数\}$

二、填空题

3. 若点(1,2)既在函数 $y=\sqrt{ax+b}$的图像上,又在它的反函数的图像上,则 a ________, b ________.

4. 已知两个函数的图像关于直线 $y=x$ 对称,如果其中一个函数是 $y=-\sqrt{x-1}\quad(x\geqslant1)$,那么另一个函数是________.

三、解答题

5. 已知实函数 $f(x)$满足下列两个条件,对于任意实数 a、b,有(1)$f(a+b)=f(a)\cdot f(b)$;(2)$f(4)=16$,求 $f(0)$, $f(1)$.

6. 作出函数 $y=|x-1|+2|x-2|$的图像.

§1.4　函数的解析式

目的:深化对函数概念的理解.理解对应法则的含义.熟练掌握函数解析式求法.

典型例题

【例 1】(1)$f(x)$是定义在 R 上的函数, $f(2x-3)=x^2+x+1$,求 $f(x)$的表达式.

(2)已知 $f(x)$是一次函数,且 $f[f(x)]=4x-1$,求 $f(x)$的表达式.

(3)已知 $f(1+\frac{1}{x})=\frac{x}{1-x^2}$,求 $f(x)$的解析式．

【解】(1)令 $2x-3=t$,则 $x=\frac{t+3}{2}$

$$f(t)=(\frac{t+3}{2})^2+\frac{t+3}{2}+1=\frac{1}{4}t^2+2t+\frac{19}{4}$$

$$\therefore f(x)=\frac{1}{4}x^2+2x+\frac{4}{19}$$

(2)设 $f(x)=kx+b$,则 $k(kx+b)+b=4x-1$

即有 $\begin{cases}k^2=4\\(k+1)b=-1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=2\\b=-\frac{1}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k=-2\\b=1\end{cases}$

$\therefore f(x)=2x-\frac{1}{3}$ 或 $f(x)=-2x+1$

(3)令 $1+\frac{1}{x}=t$ $\because t\neq 1$ $\therefore$可得 $x=\frac{1}{t-1}$

于是 $f(t)=\frac{x}{1-x^2}=\frac{\frac{1}{t-1}}{1-(\frac{1}{t-1})^2}=\frac{t-1}{t^2-2t}$

即得 $f(x)$的解析式为 $f(x)=\frac{x-1}{x^2-2x}$ $(x\neq 0$ 且 $x\neq 2)$

评注:已知 $f[g(x)]$的表达式,要求 $f(x)$的表达式时,有两种思路:①换元法:令 $g(x)=t$,解出 x,将 $f[g(x)]$表示成 t 的函数,即得 $f(x)$的表达式;②配方法(即凑合法):此法要对函数本身的结构特征有清楚的认识,没有换元法常用,若已知 $f(x)$的结构(如一次函数的条件),求 $f(x)$时可用待定系数法．

【例 2】若 $f(x)$满足关系式 $f(x)+2f(\frac{1}{x})=3x$,求 $f(x)$的解析式．

【分析】已知等式中含有 $f(x)$和 $f(\frac{1}{x})$,要求出 $f(x)$,需要再给出一个含 $f(x)$和 $f(\frac{1}{x})$的等式,联立解出 $f(x)$,注意到以 $\frac{1}{x}$ 代替 x 时,$f(x)$和 $f(\frac{1}{x})$互换,因此可在已知等式中令 $x=\frac{1}{x}$.

【解】以 $\frac{1}{x}$ 代替原式中的 x,得 $f(\frac{1}{x})+2f(x)=\frac{3}{x}$ 与原等式联立,消去 $f(\frac{1}{x})$,得 $f(x)=\frac{2}{x}-x$ $(x\neq 0)$

评注:在已知的关系式中可把 $f(x)$、$f(\frac{1}{x})$看做两个未知量,称为“二元一次函数方程”,只需利用 $f(x)$与 $f(\frac{1}{x})$的关系再构造一个方程即可．

高考真题选析

【例 1】(1985 年广东高考试题)已知圆的方程为 $x^2+(y-2)^2=9$,用平行于 x 轴的直线把圆分成上、下两半圆,则以上半圆(包括端点)的图像的函数表达式为 $\underline{y=2+\sqrt{9-x^2}}$.

【例 2】(1995 年上海高考试题)1992 年底世界人口达到 54.8 亿,若人口的年平均增长率为 $x\%$,2000 年底世界人口数为 y(亿),那么 y 与 x 的关系式是 $\underline{y=54.8(1+x\%)^8}$.

跟踪强化训练

一、选择题

1. 已知一次函数 $y=f(x)$ 的反函数是它自身,则 $f(x)$ 表达式一定是(　　).

A. $f(x)=x$　　B. $f(x)=-x+b$,(b 为常数)

C. $f(x)=x$ 或 $f(x)=-x+b$(b 为常数)　　D. $f(x)=\frac{1}{x}$ 或 $f(x)=x$

2. 已知 $f(x)=x+1$,$f(x+1)$ 的图像关于直线 $x=2$ 的对称图像的对应的函数是 $g(x)$,则 $g(x)$ 等于(　　).

A. $x-6$　　B. $6-x$　　C. $x-2$　　D. $-2-x$

二、填空题

3. 已知 $f(x)=ax^2+bx+c\quad(a\neq0)$,则 $f(-\frac{b}{2a})=$________.

4. 若 $f(x^2-3)=\lg\frac{x^2}{x^2-6}$,则 $f(x)=$________.

三、解答题

5. 已知 $x\in R$ 且 $f(o)=1$,$f(m-n)=f(m)-n(2m-n+1)$ 对于 m、n 为任意实数均成立,求 $f(x)$.

6. 线段 $|BC|=4$,BC 的中点为 M,点 A 与 B、C 两点距离之和为 6,设 $|AM|=y$,$|AB|=x$,求 $y=f(x)$ 的函数表达式及这函数的定义域.