

重点疑难 破解指南  
演示规律 助您成功

最新教材 名师导学

# 导学 大全

初中

# 数学

第三册

上海远东出版社

# 初中数学导学大全

(第三册)

邹一心 李道洲 忻重义 主编

上海远东出版社

责任编辑 汪维范  
封面设计 汤智勇 赵小卫

**初中数学导学大全**  
(第三册)

邹一心 李道洲 忻重义 主编

上海远东出版社出版发行

(上海冠生园路 393 号 邮政编码 200233)

新华书店经销 海峰印务公司印刷

开本 787×1092 1/32 印张 14.75 千字 342

1997 年 8 月第 1 版 1997 年 8 月第 1 次印刷

印数 1-21000

ISBN 7-80613-640-1/G·518 定价:16.00 元

# 前 言

在学习数学知识时,如何深入领会教科书中的数学思想精髓?如何在解题练习中演算得法,事半功倍,从而在多类考试中具有竞争力?当前在由应试教学向素质教学的转轨中,如何着眼于能力培养?显然,同学们除了认真学习教科书之外,还必须要有合适的强化“三基”训练的辅导读物相伴随。

目前,全国正在深入进行中学课程改革与教材建设。我们按国家教委颁布的教学大纲,参考《九年义务教育四年制初级中学数学教科书》,《全日制普通高级中学数学教科书》和上海市及部分省市新教材,编写了与此相匹配的本套丛书(初中四册,高中三册),可供我国各地区学生使用。

本套丛书内容以基础知识、基本技能为主体,既照顾到知识点的整体覆盖,又做到重点内容突出,并加以具体指导,使之能为同学们提供最优化的学习方法,帮助同学们提高思维能力和综合解题能力,取得最佳的学习效果。同时,本丛书也是教师准备教案、布置学生作业、帮助学生复习迎考的实用参考书。

丛书各册编排以章、节、目为单位,与教材完全同步。设有“教纲要求”,“重点、难点及学习指导”,“范例精选”,“达纲五星级同步测试题”与“阶段测试”或期中、期末试卷,并附参考答案或提示。

每一册各节内容由以下部分组成:

**一、教纲要求** 明确教学大纲中每节内容的具体教学目标,

大多用了解、理解、掌握和灵活运用来阐述从低到高达纲的四个层次。其具体含义为：(1)了解：对知识的含义有感性的、初步的认识，能够说出这一知识是什么，能够(或会)在有关的问题中识别它。(2)理解：对概念和规律(定律、定理、公式、法则等)达到了理性认识，知道它是怎样得出来的，它与其他概念和规律之间的联系，有什么用途。(3)掌握：在理解的基础上，通过练习，形成技能，能够(或会)用它去解决一些问题。(4)灵活运用：指能够综合运用知识并达到熟练灵活的程度，从而形成了能力。

**二、重点、难点及学习指导** 除了指出本节重点与难点以外，还对重点与难点作了简明扼要的分析，启发同学们将知识进行梳理、归纳、巩固与应用。目的是帮助同学们进一步掌握这些重点或难点的内容。

**三、范例精选** 选用例题的标准是不求难、不求偏，着重于配合重点内容，在每一道范例之后，都有“分析”、“说明”等栏，既有就题论题的分析，也有据此例的结论、方法进一步引申而作的点评。

**四、达纲五星级同步测试题** 选用题目涉及的内容不仅有完整的覆盖面，而且数量充足。类型有判断题、选择题、填空题、解答题、证明题等，注重选题的基础性及典型性，绝大部分内容适合大多数同学的水平。其次，注重选题的难易层次性，在每道习题前标有不同的星级，以示其难易程度，星级越高，说明题目难度越大。四星级以上的习题供同学们开展课外活动研究或供学有余力的同学选用。同时，也注重了选题的应用性，有的内容涉及操作及识图、画图；有的内容涉及日常生活或生产实际应用。此外，还对解题所需的时间作了约略规定，供同学们参考。

**五、参考答案** 对于有一定难度或技巧的题目，除了给出答案外，还作了一些提示或给出完整的解答过程，供同学们解题时

参考。

本套丛书由一些长期在教学第一线的教师和研究人員精心编写而成。虽尽力追求完美，但在编写过程中有一些问题很难作定论，如教学顺序问题。由于各地存在着差异，即使同一个地区不同的学校也会有所不同。看来解决此问题的最好方法，就是同时拥有我们编写的每一册书。

参加本册编写的有：李道洲、杨正家、陈永德、齐敏、张沁文、邹一心、忻重义、戚怀志、俞嘉祺。

# 目 录

## 代 数

<b>第十二章</b>	<b>一元二次方程</b> .....	3
第一节	一元二次方程.....	3
第二节	一元二次方程的解法.....	7
第三节	一元二次方程的根的判别式 .....	17
第四节	一元二次方程的根与系数的关系 .....	23
第五节	二次三项式的因式分解(用公式法) .....	32
第六节	一元二次方程的应用 .....	40
第七节	分式方程 .....	50
第八节	无理方程 .....	65
第九节	由一个二元一次方程和一个二元二次方程 组成的方程组 .....	78
第十节	由一个二元二次方程和一个可以分解为 两个二元一次方程的方程组成的方程组 .....	94
<b>第十二章</b>	<b>阶段测试 A 卷、B 卷</b> .....	106
<b>第十三章</b>	<b>函数及其图象</b> .....	114
第一节	平面直角坐标系.....	114
第二节	函数.....	127
第三节	函数的图象.....	139
第四节	一次函数.....	151

第五节	一次函数的图象和性质	167
第六节	二次函数 $y=ax^2$ 的图象	183
第七节	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象	192
第八节	反比例函数及其图象	210
第十三章	阶段测试(一)A卷、B卷	223
第十三章	阶段测试(二)A卷、B卷	229

## 平面几何

<b>第三章</b>	<b>三角形(二)</b>	237
第一节	等腰三角形的性质	237
第二节	等腰三角形的判定	250
第三节	线段的垂直平分线	263
第四节	轴对称和轴对称图形	270
第五节	勾股定理	279
第六节	勾股定理的逆定理	286
第三章	阶段测试 A 卷、B 卷	292
<b>第四章</b>	<b>四边形</b>	296
第一节	四边形	296
第二节	多边形的内角和	302
第三节	平行四边形及其性质	308
第四节	平行四边形的判定	318
第五节	矩形、菱形	326
第六节	正方形	338
第七节	中心对称和中心对称图形	348
第八节	梯形	356

第九节	平行线等分线段定理	366
第十节	三角形、梯形的中位线	371
第十一节	不规则多边形的面积	380
第四章	阶段测试 A 卷、B 卷	385
<b>第五章</b>	<b>相似形</b>	<b>395</b>
第一节	比例线段	395
第二节	平行线分线段成比例定理	405
第三节	相似三角形	418
第四节	三角形相似的判定	425
第五节	相似三角形的性质	436
第六节	相似多边形	449
第五章	阶段测试 A 卷、B 卷	457

# 代 数



## 第十二章 一元二次方程

### 第一节 一元二次方程

#### 一、纲要求

1. 知道整式方程,掌握一元二次方程的含义.
2. 了解一元二次方程的一般形式,会把任意的一元二次方程化为一般式,并熟练地区别二次项、一次项、常数项.
3. 能正确熟练地确定一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项.

#### 二、重点、难点及学习指导

1. 重点:一元二次方程的概念,化任意的一元二次方程为一般形式.

2. 难点:对一元二次方程的一般形式的正确了解.

3. 学习指导:

(1) 任何一个一元二次方程都可以化成  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的形式,反之,凡能化成这种形式的方程大都是一元二次方程.从而把一元二次方程和可化为这种形式的方程统一起来,为学习一元二次方程和其他知识打好基础.

(2) 一元二次方程是在一元一次方程的基础上学习的,本节通过实例,引出一元二次方程的概念,这既可以使我们认识到一元二次方程来源于客观需要,又可以培养解决实际问题的能

力.

(3) 方程  $ax^2+bx+c=0$ , 只有当  $a \neq 0$  才是一元二次方程. 例如  $a=0, b \neq 0$  就是一元一次方程了. 因此如果明确提出  $ax^2+bx+c=0$  是一元二次方程就一定包括  $a \neq 0$  这个条件, 希望读者在以后的学习中要引起重视.

(4) 方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 即等式左边是一个二次三项式, 右边是零. 本节的例题是通过去括号、移项、合并同类项把方程化成一般形式后, 再写出方程的二次项系数、一次项系数和常数项. 在解题时, 应该先把方程化成一般形式. 我们平时讲二次项系数、一次项系数、常数项都是指方程为一般形式的情况下而言.

### 三、范例精选

**例 1** 把下列方程化成一般式, 并写出方程中的各项与各项的系数.

$$(1) 2x(x-2)=2-9x;$$

$$(2) \sqrt{3}(x^2+3)=2(x+1).$$

**分析** 把方程通过去括号、移项等, 使方程变成  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 形式. 问题就易解决了.

**解** (1)  $2x(x-2)=2-9x$

去括号, 得  $2x^2-4x=2-9x$ ,

移项、合并同类项, 得  $2x^2+5x-2=0$ .

$\therefore$  二次项是  $2x^2$ , 二次项系数是 2,

一次项是  $5x$ , 一次项系数是 5,

常数项是  $-2$ ;

$$(2) \sqrt{3}(x^2+3)=2(x+1)$$

去括号,得  $\sqrt{3}x^2+3\sqrt{3}=2x+2$ ,

移项、合并同类项,得  $\sqrt{3}x^2-2x+3\sqrt{3}-2=0$ .

$\therefore$  二次项是  $\sqrt{3}x^2$ ,二次项系数是  $\sqrt{3}$ ,

一次项是  $-2x$ ,一次项系数是  $-2$ ,

常数项是  $3\sqrt{3}-2$ .

**例 2** 当  $k$  满足什么条件,方程  $k(x^2+x)=\sqrt{3}x^2-(x+1)$  是一元二次方程? 当  $k$  取何值时,方程  $k(x^2+x)=\sqrt{3}x^2-(x+1)$  是一元一次方程? 求出这个方程的根.

**分析** 方程  $ax^2+bx+c=0$ ,当  $a \neq 0$  时,方程是一元二次方程;当  $a=0, b \neq 0$  时,  $bx+c=0$  就是一元一次方程.

**解**  $k(x^2+x)=\sqrt{3}x^2-(x+1)$

$$kx^2+kx-\sqrt{3}x^2+x+1=0,$$

$$(k-\sqrt{3})x^2+(k+1)x+1=0.$$

当  $k-\sqrt{3} \neq 0$ ,即  $k \neq \sqrt{3}$  时,原方程是一元二次方程;

当  $k-\sqrt{3}=0$ ,即  $k=\sqrt{3}$  时,方程  $(\sqrt{3}+1)x+1=0$  是一元一次方程.

$$(\sqrt{3}+1)x=-1.$$

$$x=-\frac{1}{\sqrt{3}+1},$$

$$\therefore x=-\frac{\sqrt{3}-1}{2}.$$

**说明** 方程  $ax^2+bx+c=0$  是一元二次方程,必须满足  $a \neq 0$ ,初学者对  $a \neq 0$  这一条件往往忘记.若  $a=0, b \neq 0$ ,原方程就成为一元一次方程;当  $a=0$  且  $b=0$  时,有可能成为  $c=0$  的特殊情形.

#### 四、达纲五星级同步测试题

★(2分钟)1. 判断下列各方程是否为一元二次方程:

(1)  $2x^2 - \sqrt{5}x = 0$ ; ( )

(2)  $(x+1)^2 = (x+2)(x-2)$ ; ( )

(3)  $9 - x(1-x) = 11 - x$ ; ( )

(4)  $\frac{x^2-3}{3x} = 0$ . ( )

★(2分钟)2. 填表:把下列一元二次方程化成一般形式,并填上各项系数和常数项:

方 程	一般形式	二次项系数	一次项系数	常数项
$4 + 2x - 3x^2 = 0$				
$2x(x+3) = 4$				
$(x-5)^2 = (2x+1)(3x-2)$				
$x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{3} = \sqrt{3}(1-x)$				

★★(4分钟)3. 填空题:

在一块长为  $x$  米, 宽为  $4x$  米的长方形空地中央, 造一个面积是 160 平方米的长方形花坛, 要使四周留出宽是 2 米的小路, 那么所列方程是 \_\_\_\_\_ . ( $x > 4$  米)

★★(4分钟)4. 当  $m$  满足什么条件时, 方程  $(m+1)x^2 - 4mx + 4m - 2 = 0$  是一元二次方程? 当  $x=0$  时, 求  $m$  的值?

★★(6分钟)5. 已知方程  $x^2 + mx + 16 = (x+n)^2$ . 求  $m \cdot n$  的值.

#### 五、参考答案

1. (1)  $\checkmark$  (2)  $\times$  (3)  $\checkmark$  (4)  $\times$

2.

$4+2x-3x^2=0$	$-3x^2+2x+4=0$	-3	2	4
$2x(x+3)=4$	$2x^2+6x-4=0$	2	6	-4
$(x-5)^2=(2x+1)(3x-2)$	$-5x^2-6x+27=0$	-5	-6	27
$x^2-\sqrt{2}x+\sqrt{3}=\sqrt{3}(1-x)$	$x^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})x=0$	1	$\sqrt{3}-\sqrt{2}$	0

$$5. (x-4)(1x-4)=160$$

$$4. m^2+1=0, m^2=-1;$$

当  $x=0$  时,

$$4m-2=0,$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}.$$

$$5. \text{由方程 } x^2+mx+16=x^2+2nx+n$$

$$\therefore n^2=16, \text{且 } m=2n.$$

$$n=4, m=8,$$

$$\therefore mn=32;$$

$$n=-4, m=-8,$$

$$\therefore mn=32.$$

## 第二节 一元二次方程的解法

### 一、教纲要求

1. 会用直接开平方法解形如  $(x-a)^2=b$  ( $b \geq 0$ ) 的方程.
2. 初步掌握配方法, 会用配方法解数字系数的一元二次方程.
3. 掌握一元二次方程的求根公式的推导, 会用求根公式法

解一元二次方程.

4. 会用因式分解法解某些一元二次方程.

## 二、重点、难点及学习指导

1. 重点: 会用直接开平方法、配方法、求根公式法、因式分解法解一元二次方程.

2. 难点: 会用配方法解一元二次方程.

3. 学习指导:

(1) 本节内容是初中代数的重点内容之一, 它既有承前启后的作用, 又有比较广泛的应用. 通过本节内容的学习, 一方面巩固加深以前所学知识的理解和掌握, 另一方面也能为学习后续内容和其他知识打下基础.

(2) 直接开平方法是解一元二次方程最基本的方法, 配方法、公式法都是以此为基础导出的. 这部分内容的教学要求是通过变形, 把它化成  $(x-a)^2=b$  ( $b \geq 0$ ) 的方程, 把  $x-a$  看作一个未知数, 右边  $b$  是非负数, 然后用直接开平方法来解. 要注意的是一个字母不但可以表示一个具体的数, 还可以表示一个代数式; 反过来, 一个代数式有时也可以看作一个字母, 这种变量代换思想, 或者说“换元法”的思想, 体现在下面的例题中.

(3) 配方法解一元二次方程主要区别二次项系数是 1 和不是 1 的两种情况. 先把原方程化成一般形式, 如果二次项系数是 1, 方程两边各加上一次项系数一半的平方, 这是关键步骤, 使方程左边是一个完全平方, 右边是个非负数; 如果二次项系数不是 1, 先把方程的二次项系数变成 1, 然后根据二次项系数是 1 的配方法解题步骤求解.

(4) 因为配方法解一元二次方程比较麻烦, 在实际解一元二次方程时, 一般不用配方法. 但是, 配方法是导出公式法——