

普通高等教育教材

工程力学

主编 张功学 副主编 侯东生
编委 陈继生 杨立军

GONGCHENG LIXUE

国防工业出版社

<http://www.ndip.cn>

—— 普通高等教育教材 ——

工 程 力 学

主编 张功学 副主编 侯东生
编委 陈继生 杨立军

图书在版编目(CIP)数据

工程力学 / 张功学主编. —北京: 国防工业出版社,
2004.11

普通高等教育教材

ISBN 7-118-03676-5

I. 工... II. 张... III. 工程力学-高等学校-教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 110393 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

新艺印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 20¼ 467 千字

2004 年 11 月第 1 版 2004 年 11 月北京第 1 次印刷

印数: 1—4000 册 定价: 27.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: 68428422

发行邮购: 68414474

发行传真: 68411535

发行业务: 68472764

前 言

本书是以我国现行的高等工业学校“本科工艺类专业工程力学课程教学基本要求”为依据,结合当前各院校工程力学课程的教学实际,满足课堂教学和知识扩展的要求而编写的。

本书共分为三篇,其中第一篇静力学(第一章~第四章)和第二篇材料力学(第五章~第十四章)为基本教学内容;第三篇非金属材料的力学性能(第十五章~第十七章)为扩展内容。在教学过程中,可根据各专业特点和教学安排进行相应的取舍。

工程力学是高等工业学校工科工艺类专业的一门技术基础课。考虑到本课程在人才培养和教学计划中的地位与作用,本书在文字论述上力求准确、简练与严谨,专业覆盖面宽,保证一定的信息量,同时重视工程应用、创新意识及能力的培养。本书在各部分内容结合、知识传授、素质教育、理论知识应用于工程能力的训练等方面进行了有益的尝试。

本书结合轻化工艺类专业的特点,在内容取舍、章节安排以及应用举例等方面都进行了一定的探索与改革,力求做到既要保证基础理论的系统性与严密性,又要密切联系工程实际,对读者了解相关专业知识有所裨益,学以致用。

本书在各章末对本章内容进行了简单的概括和总结,便于读者系统地掌握基本内容。同时各章末均附有思考题和习题,习题参考答案附在书末。

本书采用国际单位制,图中尺寸单位未注明时均为毫米。

本书由张功学(主编)编写绪论、第一章~第三章、第十一章、第十五章~第十七章;侯东生(副主编)编写材料力学引言、第五章、第六章及附录部分;陈继生编写第十章、第十二章~第十四章;杨立军编写第四章、第七章~第九章。李建军、刘朋、王永琴三位老师在本书电子稿编辑、图形绘制、习题答案校核等方面做了大量的工作。

西北工业大学韩小平教授(博导)、西安石油大学李军强副教授百忙中仔细地审阅了本书的全部内容,提出了许多中肯而宝贵的意见,对本书内容、编写质量的提高起到了建设性作用。在本书的编写过程中还得到其他许多同志的支持与帮助,在此一并表示感谢。

由于编者水平所限,错误、疏漏及不足之处在所难免,欢迎广大读者批评指正。

编 者

2004年4月

目 录

绪论	1
第一篇 静力学	3
第一章 静力学公理与物体受力分析	3
1.1 力的概念与分类	3
1.2 静力学公理	4
1.3 约束与约束反力	6
1.4 物体的受力分析与受力图	10
小结	13
思考题	14
习题	15
第二章 平面基本力系	17
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	17
2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法	19
2.3 平面力对点之矩	23
2.4 平面力偶理论	25
小结	28
思考题	30
习题	30
第三章 平面任意力系	34
3.1 力的平移定理	34
3.2 平面任意力系的简化	35
3.3 平面任意力系的平衡条件与平衡方程	38
3.4 静定与静不定·物体系统的平衡	42
3.5 滑动摩擦及其平衡问题	47
小结	51
思考题	52
习题	53
第四章 空间力系	59
4.1 力沿空间直角坐标轴的分解与投影	59
4.2 力对轴之矩及合力矩定理	60
4.3 空间力系的平衡	61

4.4 重心	66
小结	67
思考题	68
习题	68
第二篇 材料力学	72
引言	72
第五章 轴向拉伸与压缩	75
5.1 引言	75
5.2 拉压杆的内力与应力	76
5.3 材料拉伸·压缩时的力学性能	82
5.4 拉压杆的强度计算	90
5.5 拉压杆的变形计算	94
5.6 拉压静不定问题简介	96
5.7 连接件的实用强度计算	99
小结	103
思考题	104
习题	105
第六章 扭转	110
6.1 引言	110
6.2 外力偶矩·扭矩与扭矩图	110
6.3 圆轴扭转的应力与变形	113
6.4 圆轴扭转强度条件与刚度条件	117
6.5 非圆截面轴的扭转简介	121
小结	123
思考题	124
习题	125
第七章 弯曲内力	128
7.1 引言	128
7.2 梁的计算简图	128
7.3 弯曲内力	130
7.4 剪力·弯矩方程与剪力·弯矩图	132
7.5 剪力·弯矩与载荷集度间的微分关系	136
7.6 刚架的内力图	139
小结	140
思考题	141
习题	141
第八章 弯曲应力	146
8.1 弯曲正应力	146

8.2 弯曲切应力简介	152
8.3 弯曲强度条件及其应用	154
8.4 提高梁强度的主要措施	160
小结	163
思考题	164
习题	165
第九章 弯曲变形	170
9.1 引言	170
9.2 梁变形基本方程	171
9.3 确定梁位移的叠加法	175
9.4 梁的刚度校核	178
9.5 简单静不定梁	180
小结	181
思考题	182
习题	182
第十章 应力状态与强度理论	186
10.1 引言	186
10.2 平面应力状态分析·主应力	187
10.3 复杂应力状态下的应力与应变关系	190
10.4 强度理论简介	194
小结	198
思考题	199
习题	200
第十一章 组合变形	203
11.1 引言	203
11.2 拉(压)弯组合变形	203
11.3 弯曲与扭转的组合	209
小结	213
思考题	214
习题	214
第十二章 压杆稳定	218
12.1 引言	218
12.2 细长压杆的临界载荷	219
12.3 不同支承下细长压杆的临界载荷	220
12.4 中小柔度杆的临界应力	222
12.5 压杆稳定条件与合理设计	225
小结	228
思考题	229
习题	229

第十三章 构件的疲劳强度概述	232
13.1 引言	232
13.2 交变应力的描述及几个物理量	233
13.3 $S-N$ 曲线及材料的疲劳极限	234
13.4 影响构件疲劳极限的主要因素及构件的疲劳强度设计	235
13.5 提高构件疲劳强度的途径	241
小结	242
思考题	243
习题	243
第十四章 能量法简介	245
14.1 外力的功和变形能的计算	245
14.2 单位力法	248
14.3 冲击问题	252
小结	256
思考题	257
习题	257
第三篇 非金属材料的力学性能简介	260
第十五章 复合材料的力学性能	260
15.1 引言	260
15.2 复合材料的纵向力学性能	261
15.3 复合材料的横向力学性能与面内切变模量	266
15.4 短纤维复合材料的力学性能	268
思考题	274
第十六章 聚合物的力学性能简介	275
16.1 聚合物的分类	275
16.2 聚合物的力学状态与转变	276
16.3 聚合物的力学性能	277
思考题	281
第十七章 陶瓷材料的力学性能简介	282
17.1 陶瓷材料的弹性性能	282
17.2 陶瓷材料的强度及其影响因素	283
17.3 陶瓷材料的疲劳与抗热震性	284
思考题	285
附录 A 平面图形的常用几何性质	287
附录 B 型钢表	297
习题答案	306

绪 论

1. 工程力学的主要内容

工程力学是研究物体机械运动及其承载能力的一门学科。作为学科,工程力学所涵盖的内容十分广泛,本书内容仅包含该学科中最基础的理论和方法,这些内容是工程设计中的基本知识。

在企业生产与工程实践中,存在着大量称之为构件的物体,如结构的元件、设备与机器的零件。它们有的处于静止状态,有的在作机械运动。所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间而改变,静止是机械运动的特例。

构件在外力作用下丧失正常工作能力的现象称为失效或破坏。为了保证构件的正常工作,即保证其具有必要的承载能力,首先需要对构件所受的外力进行分析。物体受力分析是分析某个物体共受几个力作用,每个力作用的位置与方向,同时还要研究物体保持“平衡”(静止是平衡的一种)时,所受各力之间应满足的关系,这些知识是研究物体机械运动及其承载能力的基础。

为了保证构件的正常工作,仅仅研究其外部受力及其关系是不够的,还要进一步研究构件的内部受力、变形及其失效规律,从而建立保证构件正常工作的准则或条件。

综上所述,工程力学是工程设计的基础,其内容包括以下三篇:

第一篇:静力学 主要分析物体的受力及其平衡问题;

第二篇:材料力学 主要研究承载构件的内力、变形与失效的规律;

第三篇:非金属材料力学的性能简介 简单地介绍复合材料、聚合物、陶瓷等常见非金属材料的一些力学性能。

2. 工程力学的研究方法

科学研究的过程,就是认识客观世界的过程,任何正确的科学研究方法,一定要符合辩证唯物主义的认识论。工程力学也必须遵循这个正确的认识规律。

首先,通过观察生活和生产实践中的各种现象,进行多次科学实验,经过分析、综合与归纳,总结出力学最基本的规律。纵观力学发展的历史,如“二力平衡”、“杠杆原理”以及“万有引力定律”等力学基本定律的发现,无不证明了这一认识规律。

其次,在对客观现象进行观察与实验的基础上,找出哪些是影响事物的主要因素,哪些是次要因素。抓住主要因素,将研究对象抽象为力学模型。例如,在研究静平衡问题时,物体的变形是次要因素,忽略这一次要因素就可用刚体这一模型来代替真实物体。在研究物体内力、变形及失效规律时,物体变形是主要因素,故刚体这一力学模型已不能反映问题的本质,于是用变形固体来代替真实物体。

对不同的问题,采用不同的力学模型,是工程力学研究问题的重要方法。

将实践中所得的结果,经过抽象化建立力学模型,形成概念,在基本定律的基础上,经过逻辑推理和数学运算,就可以得到工程上所需要的定理与公式。当然,这些定理和公式的正确与否,还需要在实践中验证、发展。

3. 工程力学在工艺类专业中的地位与作用

工程力学是高等工科学校工艺类专业的**技术基础课**。对于工艺类专业,工程力学在基础课与专业课之间起着桥梁与纽带作用。一方面,工程力学可以解决工艺过程中的一些实际问题;另一方面,通过工程力学的学习,为专业设备与机械、工厂设计等后续课程,提供重要的理论与工程分析基础。

第一篇 静力学

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的一门科学。

静力学中所指的物体都是**刚体**。所谓刚体是指物体在力的作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变,这是一种理想化的力学模型。

“**平衡**”是指物体相对于惯性参考系(如地面)保持静止或作匀速直线运动的状态,是物体运动的一种特殊形式。

静力学主要研究以下三个问题:

(1) **物体的受力分析** 分析物体共受几个力作用,每个力的作用位置及其方向。

(2) **力系的简化** 所谓力系是指作用在物体上的一群力。如果作用在物体上两个力系的作用效果是相同的,则这两个力系互称为**等效力系**。用一个简单力系等效地替换一个复杂力系的过程称为**力系的简化**。力系简化的目的是简化物体受力,以便于进一步分析和研究。

(3) **建立各种力系的平衡条件** 刚体处于平衡状态时,作用于刚体上的力系应该满足的条件,称为**力系的平衡条件**。满足平衡条件的力系称为**平衡力系**。力系平衡条件在工程中有着非常重要的意义,是设计结构、构件和零件的静力学基础。

第一章 静力学公理与物体受力分析

1.1 力的概念与分类

力是人们从长期生产实践中经抽象而得到的一个科学概念。例如,当人们用手推、举、抓、掷物体时,由于肌肉伸缩逐渐产生了对力的感性认识。随着生产的发展,人们逐渐认识到,物体运动状态及形状的改变,都是由于其他物体对其施加作用的结果。这样,由感性到理性建立了力的概念:**力是物体间相互的机械作用,其作用结果是使物体运动状态或形状发生改变。**

实践表明,力的效应有两种,一种是使物体运动状态发生改变,称为力对物体的**外效应**;另一种是使物体形状发生改变,称为力对物体的**内效应**。在静力学部分将物体视为刚体,只考虑力的外效应;而在材料力学部分则将物体视为变形体,必须考虑力的内效应。

力是物体之间的相互作用,力不能脱离物体而独立存在。在分析物体受力时,必须注意物体间的相互作用关系,分清施力体与受力体,否则,就不能正确地分析物体的受力情况。

由经验可知,力对物体的作用效果取决于三个要素:大小、方向、作用点。此即称为力的三要素。在国际单位制(SI)中以牛顿(N)作为力的计量单位,有时也用千牛顿(kN)作为力的计量单位,1kN = 1000N。

力的三要素可用一个矢量来表示,如图 1.1 所示。矢量长度按照一定比例表示力的大小;矢量方向为力的作用方向;矢量起始端或末端为力的作用点,如图 1.1 中的 A、B 两点。本书用字母 \vec{F} 表示力矢量,而用字母 F 表示力的大小。

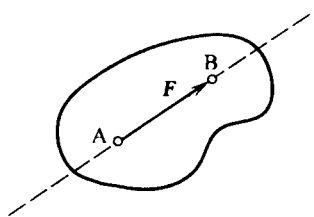


图 1.1

依据力系中各力作用线的相互位置,力系可分为空间力系和平面力系。依据力系中各力作用线间的相互关系,又可将力系分为汇交力系、平行力系与任意力系。汇交力系、平行力系是任意力系的两种特殊情形。

依据力的作用范围可将力分为集中力和分布力:

集中力(集中载荷):当力的作用面面积相对于结构或构件尺寸很小时,可视为作用于结构或构件上的某一点,称其为集中力。

分布力(分布载荷):分布于物体上某一范围内的力称为分布力。分布力用载荷集度 q 来表示。体分布力单位为牛/米³(N/m³),面分布力单位为牛/米²(N/m²)。工程设计中,常将体、面分布力简化为连续分布在某一段长度上的力,称为线分布力,单位为牛/米(N/m)。

1.2 静力学公理

在生产实践中,人们对物体的受力进行了长期观察和试验,对力的性质进行了概括和总结,得出了一些经过实践检验是正确的、大家都承认的、无须证明的正确理论,这就是静力学公理。

公理 1(二力平衡原理) 作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的充分必要条件是:两力大小相等,方向相反,作用在同一直线上。或者说二力等值、反向、共线。

此公理阐明了由两个力组成的最简单力系的平衡条件,是一切力系平衡的基础。此公理只适用于刚体,对于变形体来说,它只给出了必要条件,而非充分条件。

工程中经常遇到不计自重,且只在两点处各受一个集中力作用而处于平衡状态的刚体。这种只在两个力作用下处于平衡状态的刚体,称为二力构件(二力杆)。二力构件的形状可以是直线形的,也可以是其他任何形状的。作用于二力构件上的两个力必然等值、反向、共线。在结构中找出二力构件,对整个结构系统的受力分析是至关重要的。

公理 2(加减平衡力系原理) 在已知力系上,加上或减去任意平衡力系,不改变原力系对刚体的作用效果。

也就是说,如果两个力系只相差一个或几个平衡力系,它们对刚体的作用效果相同。

此公理是力系简化的基础。

推论 1(力的可传性定理) 作用于刚体某点上的力,其作用点可以沿其作用线移动到刚体内任意一点,不改变原力对刚体的作用效果。

证明: 设一力 F 作用于刚体上的 A 点,如图 1.2(a)所示。根据加减平衡力系原理,可在力的作用线上任取一点 B,加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 ,使 $F = F_1 = F_2$,如图 1.2(b)。由于 F 和 F_1 构成一个新的平衡力系,故可减去,这样只剩下一个力 F_2 ,如图 1.2(c)。于是原来的力 F 与力系 (F, F_1, F_2) 以及力 F_2 互为等效力系。这样, F_2 可看成是原力 F 的作用点沿其作用线由 A 移到了 B。

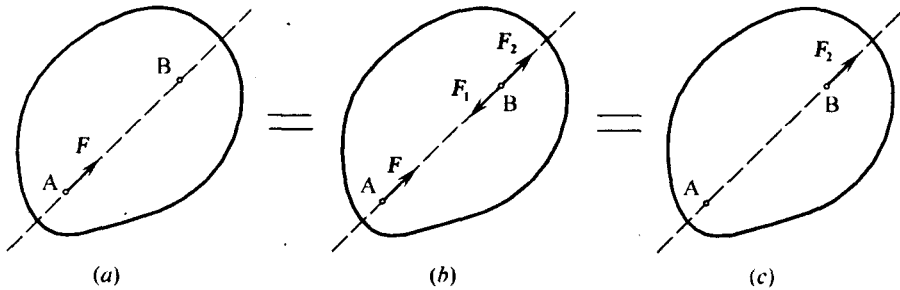


图 1.2

由此可见,对于刚体来说,力的作用点已不是决定力作用效果的要素,它已为作用线所替代。因此,作用于刚体上力的三要素是:大小、方向、作用线。

公理 2 及其推论只适用于刚体,而不适用于变形体。对于变形体来说,作用力将产生内效应,当力沿其作用线移动时,内效应将发生改变。

公理 3(力的平行四边形法则) 作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力作用点也在该点,合力的大小和方向由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线所决定。如图 1.3(a)所示。或者说,合力矢等于两个分力矢的矢量和,即

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1.1)$$

应用此公理求两个汇交力的合力时,可由任意一点 O 起,另作一力三角形,如图 1.3(b)、(c)所示。三角形的两个边分别表示两个分力,第三边表示合力,合力的作用点仍在汇交点 A。此即两个汇交力合成的力三角形法则。

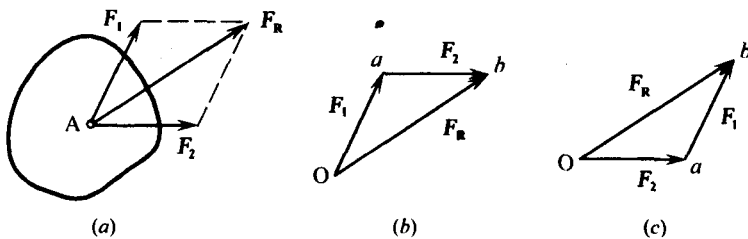


图 1.3

如果一个力与一个力系等效,则该力称为力系的合力,力系中的各个力称为合力的分力。将分力替换成合力的过程称为力系的合成;将合力替换成分力的过程称为力系的分解。

推论 2(三力平衡汇交定理) 作用于刚体上三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

该推论的证明请读者参考图 1.4 自行给出。

注意 三力平衡汇交定理的逆定理不成立。也就是说,即使三力共面且汇交于一点,此三力也未必平衡,请读者自行举例说明。

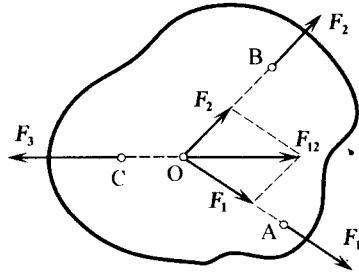


图 1.4

公理 4(作用与反作用原理) 两物体之间的相互作用力总是等值、反向、共线,分别作用在两个相互作用的物体上。

这个原理揭示了物体之间相互作用的定量关系,它是对物系进行受力分析的基础。

注意 作用与反作用原理中的两个力分别作用于两个相互作用的物体上,而二力平衡原理中的两个力作用于同一个刚体。

在图 1.5 中,重物给绳索一个向下的拉力 F_B ,同时绳索给重物一个向上的拉力 F'_B , F_B 与 F'_B 互为作用与反作用力,而 F_B 与 F_A 、 F'_B 与 W 为两对平衡力。

公理 5(刚化原理) 变形体在某一力系作用下处于平衡状态,如果将此变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变。

这个公理提供了把变形体视为刚体模型的条件。例如,绳索在等值、反向、共线两个力作用下处于平衡状态,如将绳索刚化为刚体,其平衡状态保持不变。反之,就不一定成立。如刚体在等值、反向、共线的两个力作用下平衡,若将其换为绳索就不一定能平衡了。

由此可见,刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,而非充分条件。在刚体静力学的基础上,考虑变形体的特性,可进一步研究变形体的平衡问题。

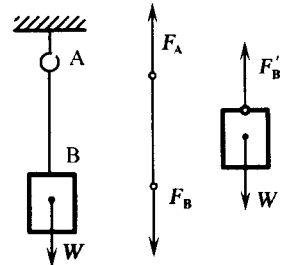


图 1.5

1.3 约束与约束反力

在机械和工程结构中,每一构件都根据工作需要,以一定的方式与周围其他构件联系着,其运动也受到一定限制。例如,梁由于墙的支撑而不致下落,列车只能沿轨道行驶,门、窗由于合页的限制而只能绕轴线转动等。这种联系限制了构件间的相对位置和相对运动。

1. 约束与约束反力

工程中所遇到的物体通常可分为两种。有些物体在空间的位移不受任何限制,如飞

行的飞机、气球、炮弹和火箭等,这种位移不受任何限制的物体称为**自由体**。而有些物体在空间的位移却受到一定的限制,如机车受到铁轨的限制,只能沿轨道运动;电机转子受轴承的限制,只能绕轴线转动;重物被钢索吊住而不能下落等。这种位移受到限制的物体称为**非自由体**。对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为**约束**。如铁轨对于机车、轴承对于电机转子、钢索对于重物等,都是约束。

约束限制非自由体的运动,能够起到改变物体运动状态的作用。从力学角度来看约束对非自由体有作用力。约束作用在非自由体上的力称为**约束反力**,简称为**约束力**或**反力**。约束反力的方向必与该约束所限制位移的方向相反,这是**确定约束反力方向的基本原则**。至于约束反力的大小和作用点,前者一般未知,需要用平衡条件来确定;后者一般在约束与非自由体的接触处。若非自由体是刚体,则只需确定约束反力作用线的位置即可。

2. 工程中常见的约束及其反力

下面对工程中一些常见约束进行分类分析,并归纳出其反力特点。

1) 理想光滑面约束

在约束与被约束体的接触面较小、且比较光滑的情况下,忽略摩擦因素的影响,就得到了理想光滑面约束。其约束特征为:约束限制被约束物体沿着接触处公法线趋向约束体的运动,故约束反力方向总是通过接触点,沿着接触点处公法线而指向被约束物体。例如轨道对车轮的约束,一矩形构件搁置在槽中,其受力分别如图 1.6(a)、(b)所示。

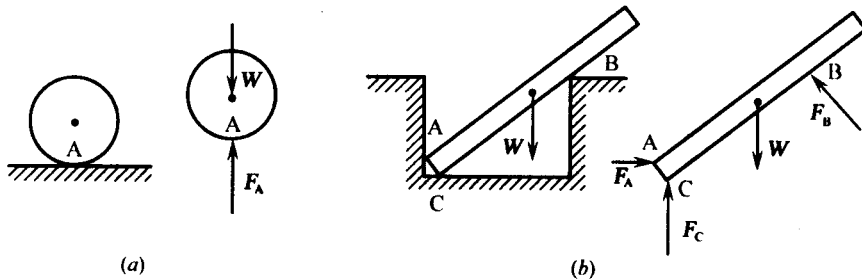


图 1.6

图 1.7 为机械夹具中的 V 形铁、被夹物体及压板的受力情况,假定各接触点处均为光滑接触。

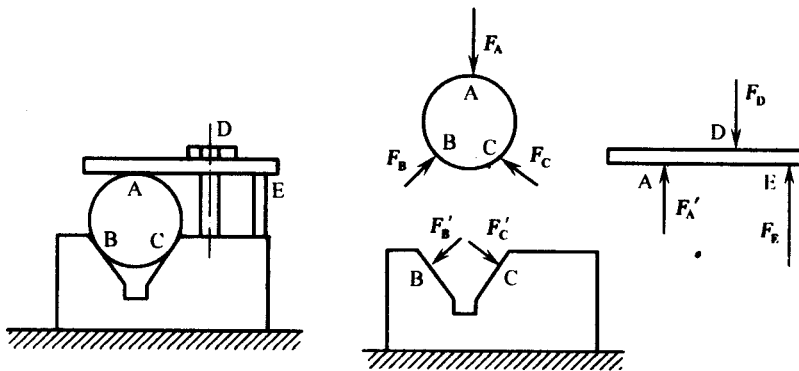


图 1.7

2) 柔性约束

绳索、链条、皮带、胶带等柔性物体所形成的约束称为**柔性约束**。这种柔性体只能承受拉力。其约束特征是只能限制被约束物体沿其中心线伸长方向的运动,而无法阻止物体沿其他方向的运动。因此柔性约束产生的约束反力总是通过接触点、沿着柔性体中心线而背离被约束的物体(即使被约束物体承受拉力作用)。

绳索悬挂一重物如图 1.8 所示。绳索只能承受拉力,对重物的约束反力 F'_A 如图所示。链条或胶带绕在轮子上时,对轮子的约束反力沿轮缘切线方向,如图 1.9 所示。

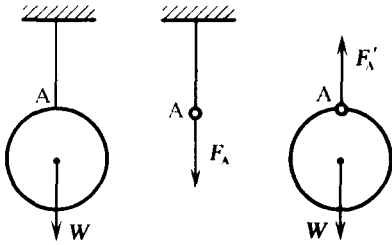


图 1.8

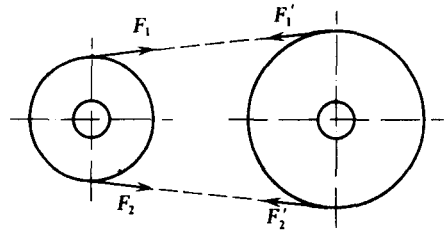


图 1.9

3) 光滑圆柱铰链约束

圆柱形铰链是将两个物体各钻圆孔,中间用圆柱形销钉连接起来所形成的结构。销钉与圆孔的接触面一般情况下可认为是光滑的,物体可以绕销钉的轴线任意转动,如图 1.10(a)所示。如门、窗用的合页,起重机悬臂与机座之间的连接等,都是铰链约束的实例。

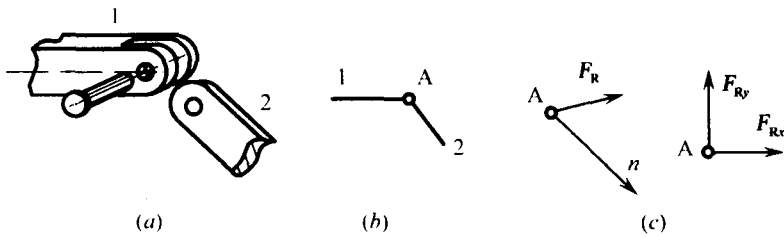


图 1.10

铰链连接简图如图 1.10(b)所示,销钉阻止被约束两物体沿垂直于销钉轴线方向的相对横向移动,而不限制连接件绕轴线的相对转动。因此,根据光滑面约束特征可知,销钉产生的约束反力 F_R 应沿接触点处公法线,必过铰链中心(销钉轴线),如图 1.10(c)所示。但接触点位置与被约束构件所受外力有关,一般不能预先确定,因此, F_R 的方向未定,通常用过销钉中心,且相互正交的两个分力 F_{Rx} 、 F_{Ry} 来表示。

4) 支座约束

固定铰支座 铰链结构中有两个构件,若其中一个固定于基础或静止的支承面上,此时称铰链约束为固定铰支座。固定铰支座的简图及其约束反力如图 1.11 所示。此外,工程中的轴承也可视为固定铰支座约束。

可动铰支座 又称为辊轴约束。这是一种特殊的平面铰链,通常与固定铰支座配对使用,分别装在梁的两端。与固定铰支座不同的是,它不限制被约束端沿水平方向的位

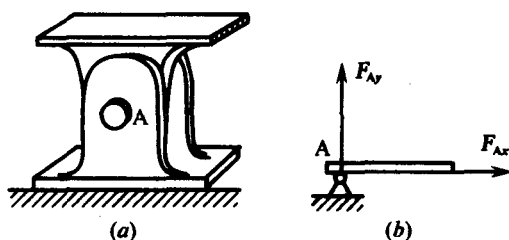


图 1.11

移。这样当桥梁由于温度变化而产生伸缩变形时,梁端可以自由移动,不会在梁内引起温度应力。由于这种约束只限制了竖直方向的运动,所以,其约束反力沿滚轮与支承接触处的公法线方向,指向被约束构件。其结构与受力简图如图 1.12 所示。

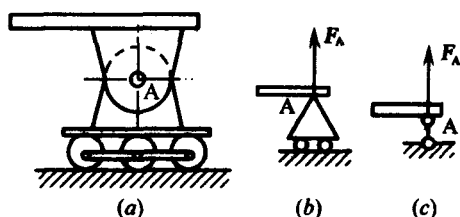


图 1.12

5) 固定端约束

固定端约束结构如图 1.13(a)所示,该约束既限制构件沿任何方向的移动,又限制构件转动。如对于嵌在墙体中的悬臂梁来说,墙体即为固定端约束。其结构简图及约束反力分别如图 1.13(b)、(c)所示。

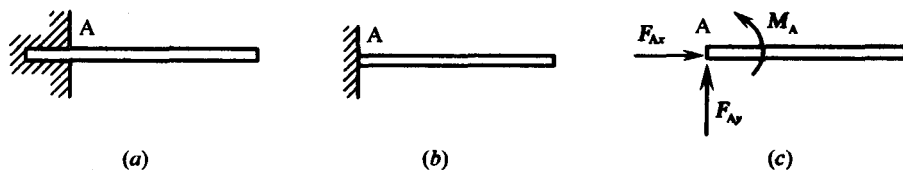


图 1.13

6) 空间球形铰链约束

球形铰链的结构如图 1.14(a)所示,通常是将构件的一端作成球形后置于另一构件或基础的球窝中。其作用是限制被约束体在空间的移动但不限制其转动。如电视机、收音机天线与机体的连接,车床床头灯与床身的连接等都是球形铰链约束。球形铰链约束的特征是限制了杆件端点沿三个方向的移动,但不限制其转动,所以约束反力是通过球心,但方向不能预先确定的一个空间力。可用三个相互正交的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 来表示。工程中的止推轴承可视为空间球形铰链约束。

以上只介绍了几种常见约束,在工程中约束的类型远不止这些,有的约束比较复杂,分析时需加以抽象、简化。