

世纪统计学系列教材

王晓军 编著

# 寿险精算学

中国人民大学出版社

21 世纪统计学系列教材

# 寿险精算学

王晓军 编著

中国人民大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

寿险精算学/王晓军编著.  
北京:中国人民大学出版社,2005  
(21世纪统计学系列教材)  
ISBN 7-300-06454-X

- I. 寿…
- II. 王…
- III. 人寿保险-精算学-高等学校-教材
- IV. F840.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 036520 号

21 世纪统计学系列教材

### 寿险精算学

王晓军 编著

---

出版发行 中国人民大学出版社  
社 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080  
电 话 010-62511242(总编室) 010-62511239(出版部)  
010-82501766(邮购部) 010-62514148(门市部)  
010-62515195(发行公司) 010-62515275(盗版举报)  
网 址 <http://www.crup.com.cn>  
<http://www.ttrnet.com>(人大教研网)  
经 销 新华书店  
印 刷 北京鑫丰华彩印有限公司  
开 本 787×965 毫米 1/16 版 次 2005 年 4 月第 1 版  
印 张 20.25 印 次 2005 年 4 月第 1 次印刷  
字 数 370 000 定 价 23.00 元

---

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换



## 《21 世纪统计学系列教材》编委会

编委会主任 易丹辉

编委会委员 (按姓氏笔画排序)

尹德光 冯士雍 张尧庭

陈希孺 吴喜之 赵彦云

柯惠新 袁 卫 倪加勋

顾 岚 袁寿庄 耿 直



## 总 序

改革开放以来，高等统计教育有了很大的发展。随着课程设置的不断调整，有不少教材出版，同时也翻译引进了一些国外优秀教材。作为培养我国统计专门人才的摇篮，中国人民大学统计学系自 1952 年创建以来，走过了风风雨雨，一直坚持着理论与应用相结合的办学方向，培养能够理论联系实际、解决实际问题的高层次人才。随着新知识经济和网络时代的到来，我们在教学科研的实践中，深切地感受到，无论是自然科学领域、社会科学领域的研究，还是国家宏观管理和企业生产经营管理，甚至人们的日常生活，信息需求量日益增多，信息处理技术更加复杂，作为信息技术支柱的统计方法，越来越广泛地应用于各个领域。

面对新的形势，我们一直在思索，课程设置、教材选择、教学方式等怎样才能使学生适应社会经济发展的客观需要。在反复酝酿、不断尝试的基础上，我们决定与统计学界的同仁，共同编写、出版一套面向 21 世纪的统计学系列教材。

这套系列教材聘请了中国科学院院士、中国科技大学陈希孺教授，上海财经大学数量经济研究院张尧庭教授，中国科学院数学与系统科学研究所冯士雍研究员等作为编委。他们长期任中国人民大学的兼职教授，一直关心、支持着统计学系的学科建设和应用统计的发展。中国人民大学应用统计科学研究中心 2000 年已成为国家级研究基地，这些专家是首批专职或兼职研究人员。这一开放性研究

基地的运作，将有利于提升我国应用统计科学研究的水平，也必将进一步促进高等统计教育的发展。

这套教材是我们奉献给新世纪的，希望它能促进应用统计教育水平的提高。这套教材力求体现以下特点：

第一，在教材选择上，主要面向经济类统计学专业。选材既包括统计教材，也包括风险管理与精算方面的教材。尽管名为统计学系列教材，但并不求大、求全，而是力求精选。对于目前已有的内容较为成熟、适合教学需要、公认的较好的教材，并未列入本次出版计划。

第二，每部教材的内容和写作，注意广泛吸收国内外优秀教材的成果。教材力求简明易懂、内容系统和实用，注重对统计方法思想的阐述，并结合大量实际数据和实例说明统计方法的特点及应用条件。

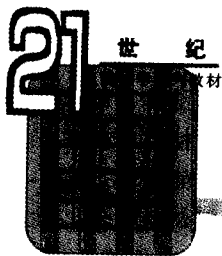
第三，强调与计算机的结合。为着力提高学生运用统计方法分析解决问题的能力，教材所涉及的统计计算，要求运用目前已有的统计软件。根据教材内容，选择使用 SAS, SPSS, TSP, STATISTICA, EViews, MINITAB, Excel 等。

感谢中国人民大学出版社的同志们，他们怀着发展我国应用统计科学的热情和提高统计教育水平的愿望，经过反复论证，使这套教材得以出版。感谢参与教材编写的同行专家、统计学系的教师，愿大家的辛勤劳动能够结出丰硕的果实。我们期待着与统计学界的同仁，共同创造应用统计辉煌的明天。

易丹辉

2000年8月

于中国人民大学



## 前 言

1995年，我们编著出版了《保险精算学》，为不少大学讲授和学习精算的老师和学生提供了教材和教学参考，受到一定的好评，并获得北京市哲学社会科学优秀成果奖和国家统计局全国高等学校优秀统计教材奖。

在历经10年的教学和研究积累中，我们认识到保险精算学科无论在理论上还是在实践上，都有了一定的发展，而目前已经出版的一些教材版本中，基本上侧重于传统的保险精算理论，很少反映这种发展。同时，随着中国保险业的发展，中国保险监督管理委员会为推动精算职业和精算教育的发展，于2000年年底开始了系列中国精算师考试。2004年，为了满足保险行业发展对非寿险精算的需求，增加了中国精算师非寿险方向考试。为此，我们萌生了重新分别撰写《寿险精算学》和《非寿险精算学》的想法，这一想法正好配合统计学院面向21世纪统计学系列教材的推出。

寿险精算学从理论上主要研究寿险所承保的风险的出险规律、寿险产品承诺的给付或赔付的精算现值、趸缴和分期缴付的净保费、责任准备金的提存、现金价值及其选择等，包括单个被保险人和多个被保险人联合保险两种情形。传统的寿险精算学通常用数学的方式表示，一般从概率统计的基本原理出发，研究风险事件、索赔、损失等的概率和概率分布，在此基础上研究保费和准备金的计算及

其数学意义。从实践上看,寿险精算学是一门非常实用的学科,它直接运用于寿险产品的开发、定价、负债评估、资产评估、资产和负债管理、偿付能力评价、利润分析等各个方面。因此,只有把寿险精算基础理论与实践紧密结合起来,才能真正把握寿险精算学的实质内容,否则,寿险精算学仅仅成为抽象的数学,很难理解其数学背后的实际意义,也很难运用于实践,解决实际中的问题。

本书在写法上打破了传统的寿险精算学从数学的角度研究问题的惯例,力求把寿险精算学的数学理论和保险实践结合起来,既包括寿险精算学的基础理论,又包括在寿险实务中的具体运用和特殊处理。在理论部分,强调精算学的数学特性,同时注意数学背后的实践意义,努力从实际意义上解释各种数学关系;在实践部分,强调在实际应用的前提下,努力挖掘其数学背景,使理论和实践有机地结合起来。

在本书的写作过程中,黄向阳和王燕两位老师参与了对大纲和部分章节内容的讨论,黄向阳老师参与了第1章部分初稿的撰写,李飞燕参与了第8章第4节和第9章第3节部分初稿的撰写。统计学院2004级风险管理与精算专业方向的研究生对习题的答案进行了验证。感谢他们为本书做出的贡献,同时感谢中国人民大学出版社为本书的出版付出的辛勤劳动。

**王晓军**

2005年1月于中国人民大学



<b>第1章 总论</b> .....	(1)
1.1 人寿保险的基本概念 .....	(1)
1.2 精算学及其应用领域 .....	(2)
1.3 寿险精算学的基本思想 .....	(4)
1.4 精算师和精算工作 .....	(7)
1.5 精算师职业考试 .....	(8)
1.6 本书的内容和基本结构 .....	(9)
习题 .....	(10)
<b>第2章 利息理论</b> .....	(11)
2.1 利息基本理论.....	(11)
2.2 年金.....	(22)
2.3 债务偿还.....	(28)
2.4 债券价值.....	(39)
小结 .....	(47)
习题 .....	(48)
<b>第3章 生命表</b> .....	(50)

3.1	生命表基本函数	(50)
3.2	生存分析	(54)
3.3	非整数年龄存活函数的估计	(59)
3.4	几个死亡时间的解析分布	(62)
3.5	生命表的编制	(64)
	小结	(68)
	习题	(69)
<b>第4章</b>	<b>多减因表</b>	(71)
4.1	多减因表基本函数	(72)
4.2	减因力和中心减率	(73)
4.3	联合单减因表	(76)
	小结	(81)
	习题	(81)
<b>第5章</b>	<b>寿险产品</b>	(83)
5.1	传统个人寿险和年金产品	(84)
5.2	投资类保险产品	(89)
5.3	附加保险	(93)
5.4	团体保险	(94)
	小结	(95)
	习题	(96)
<b>第6章</b>	<b>净保费</b>	(98)
6.1	寿险精算现值	(98)
6.2	生存年金精算现值	(112)
6.3	均衡净保险	(126)
	小结	(136)
	习题	(139)
<b>第7章</b>	<b>给付责任准备金</b>	(141)
7.1	准备金的意义	(142)
7.2	均衡净保费给付准备金	(142)
7.3	给付准备金的递推公式	(148)
7.4	会计年度末给付准备金	(151)
7.5	修正的净保费给付准备金	(154)
7.6	现金价值	(158)

小结.....	(161)
习题.....	(162)
<b>第 8 章 寿险产品定价</b> .....	(165)
8.1 寿险产品定价的精算控制循环 .....	(166)
8.2 定价假设 .....	(170)
8.3 传统的定价方法 .....	(176)
8.4 资产份额定价法 .....	(179)
8.5 折现现金流量法 .....	(186)
小结.....	(189)
习题.....	(189)
<b>第 9 章 准备金评估</b> .....	(192)
9.1 准备金的种类 .....	(193)
9.2 准备金评估会计准则 .....	(194)
9.3 准备金的评估方法 .....	(197)
9.4 准备金对定价的影响 .....	(203)
小结.....	(204)
习题.....	(205)
<b>第 10 章 联合保险</b> .....	(206)
10.1 联合生存状态.....	(206)
10.2 最后生存状态.....	(208)
10.3 联合状态随机变量的均值和方差.....	(210)
10.4 联合状态下的精算现值.....	(211)
10.5 特殊死亡分布律下的计算.....	(216)
10.6 条件联合状态.....	(220)
小结.....	(224)
习题.....	(224)
<b>第 11 章 养老金计划精算估计</b> .....	(226)
11.1 待遇预定养老金计划成本与债务的估计.....	(227)
11.2 给付分配精算成本法.....	(239)
11.3 成本分配精算成本法.....	(251)
11.4 缴费预定养老金计划给付水平的估计.....	(278)
小结.....	(285)
习题.....	(288)

<b>习题答案</b> .....	(290)
<b>附录</b> .....	(295)
附表 1 中国人寿保险业经验生命表 (1990—1993) (男女混合) .....	(295)
附表 2 中国人寿保险业经验生命表 (1990—1993) 基数表 (男女混合) .....	(299)
附表 3 中国人寿保险业经验生命表 (1990—1993) 精算现值表 (男女混合) .....	(304)
附表 4 全国市镇从业人口生命表 (1989—1990) (男女混合) .....	(308)
附表 5 服务表示例 .....	(310)
<b>参考文献</b> .....	(311)

## 第 1 章

# 总 论

寿险精算学是一门实用性学科，在开始学习之前，了解人寿保险业的一些基本知识，有助于加深对精算公式和模型的理解，从而避免把精算数学变成单纯的公式推导练习。本章的目的在于为以后各章提供准备知识，主要内容包括：

- 人寿保险的基本概念
- 精算学及其应用领域
- 寿险精算学的基本思想
- 精算师和精算工作
- 精算师职业考试

### 1.1 人寿保险的基本概念

根据《中华人民共和国保险法》（以下简称《保险法》），保险是指投保人根据合同约定，向保险人支付保险费，保险人对于合同约定的可能发生的事故因其发生所造成的财产损失承担赔偿责任，或者当被保险人死亡、伤残、疾病或者达到合同约定的年龄、期限时承担给付保险金责任的商业保险行为。人身保

险是以人的生命和身体为保险标的的保险，保险事故是人的生、老、病、死、残等。在我国的《保险法》下，人身保险是比人寿保险更广的概念，但目前保险市场上经营人身保险业务的保险公司，名称都是人寿保险公司，很少采用人身保险公司的叫法。

对于保险公司的业务范围，《保险法》第九十二条规定如下：（1）财产保险业务，包括财产损失保险、责任保险、信用保险等保险业务；（2）人身保险业务，包括人寿保险、健康保险、意外伤害保险等保险业务。同时规定“同一保险人不得同时兼营财产保险业务和人身保险业务，但是，经营财产保险业务的保险公司经保险监督管理机构核定，可以经营短期健康保险业务和意外伤害保险业务。保险公司的业务范围由保险监督管理机构依法核定。保险公司只能在被核定的业务范围内从事保险经营活动。保险公司不得兼营本法及其他法律、行政法规规定以外的业务”。

投保人购买保险，或称投保、保险人承保，都是一种商业活动，这种活动的结果反映在保险合同上。保险合同在许多时候又被称为保险单。《保险法》第五十二条规定，人身保险合同是以人的寿命和身体为保险标的的保险合同。《保险法》第十条规定，保险合同是投保人与保险人约定保险权利义务关系的协议。投保人是指与保险人订立保险合同，并按照保险合同负有支付保险费义务的人。保险人是指与投保人订立保险合同，并承担赔偿或者给付保险金责任的保险公司。投保人和保险人是保险合同的当事人，保险合同的利益相关人包括被保险人和受益人，被保险人是指其财产或者人身受保险合同保障，享有保险金请求权的人，投保人可以为被保险人。受益人是指人身保险合同中由被保险人或者投保人指定的享有保险金请求权的人，投保人、被保险人可以为受益人。

寿险合同的基本内容包括保险人名称和住所，投保人、被保险人名称和住所，人身保险受益人的名称和住所，保险责任和责任免除，保险期间和保险责任开始时间，保险金额，保险费以及支付办法，保险金赔偿或者给付办法，违约责任和争议处理，订立合同的具体时间等。

## 1.2 精算学及其应用领域

精算学是以概率论和数理统计为基础，与经济学、金融学及保险理论相结合的具有应用性与交叉性的学科。精算学广泛应用于社会经济各个领域中对风险的评价，以及相应经济安全方案的制定。

精算学是为适应寿险业发展的需要而产生和发展起来的，最初应用于人寿保险中对人口死亡率的估计，以后逐步在财产、灾害、责任保险的营运和社会保障事业的建立中发挥重要的作用。在保险领域，精算学主要研究人寿、健康、财产、意外伤害、退休等事故的出险规律、损失的分布规律、保费的厘定、保险产品的设计、准备金的提取、盈余的分配、基金的投资等，以促使保险公司的经营具有财务稳定性。在社会保障事业中，研究退休、医疗、失业、工伤、生育等保障方面成本与债务的分配方案、社会保障基金的投资方案等，保持社会保障事业的经济安全性和稳定性。目前，精算学已成为现代保险业、社会保障事业和投资业的科学基础。第二次世界大战以来，其应用范围进一步扩大到社会、人口、经济、军事等各个领域中对风险的评价。

可以说，精算学就是评价风险和制定经济安全方案的方法体系。风险是一种不确定性，当未来存在不确定性时就有风险。在社会经济各个领域和人们的日常生活中，风险无处不有，无时不在。风险的发生可能造成损失，比如在社会经济生活中，人们可能由于早逝给家庭造成损失，由于疾病付不起医疗费而丧失治疗机会，由于失业影响正常生活，由于老年没有依靠使老年生活难以维持。人们也可能由于灾害和意外事故使财产遭受损失，由于人们的过失或侵权行为造成他人的财产毁损或人身伤亡等。保险经营的对象正是风险，通过保险使风险造成的损失转移给保险人，由面临相同或类似风险的众多投保者共同分担损失，从而减缓和避免风险造成的损失。

精算学之所以成为保险经营的科学基础，正是因为保险经营的对象是风险。在工商企业的管理中，需要根据不变资本和可变资本的价格核算产品的生产成本，实际的生产成本发生在销售之前。保险经营的成本与一般产品生产成本发生的时间不同，保险是通过投保人购买保险公司发行的保单这种特殊产品实现风险转移的。保单价格由它承担风险的强度和风险损失的大小决定，而投保人的风险和损失大小只有在风险和损失实际发生后才能确定，因此发生在保单销售之后。为应付未来成本收取的保险费，与未来实际发生的现实成本存在时间差，这就需要运用精算学方法预先估计保险成本并对保险成本依缴费时期长短进行分摊，确定保险费率。具体来说，首先根据过去保险统计资料，运用统计学方法研究保险事故的出险规律，如人寿保险中的死亡率，医疗保险中的各种病因发病率和分病因死亡率，财产和灾害保险中保险事故的发生率、索赔次数的分布规律等；其次研究保险事故发生造成损失的分布规律，如财产保险每次损失数额的分布规律；然后在此基础上估计保险公司承担风险的期望值，即保险趸缴净保费，在估入保险公司营业费用后，计算保单的预计总成本。保险公司在收取保费后开始履行保

险义务，其未完成的赔付责任构成了保险公司对投保人的负债，为这一负债需要提取的准备金资金就是保险公司的责任准备金。保险公司为保证其偿付能力，必须预留足够的准备金。根据未来风险和损失科学地计算保险公司的责任准备金对保险公司的正常营运无疑具有重要意义。当保险公司承担的风险增大时会给保险公司的经营带来困难，这需要通过再保险实现风险的转移。在再保险中确定合理的分出量和自留量是保险精算的重要内容。此外，保险基金需要投资运营以增强保险实力，投资风险分析、投资项目选择、收益率计算、投资效益评价等都需要运用精算学的方法进行。

社会福利事业的建立和发展，需要运用精算学方法对退休、疾病、失业、工伤、生育等风险进行评价，并根据社会、经济、人口的发展状况，科学地计算在各种风险下社会保障的成本和债务，研究合理的债务分摊方法，从而为建立有效的社会保障制度提供数量分析依据。例如，在养老保险中，需要运用精算学方法估计在承诺的退休金水平下的养老总成本，并选择最合理有效的成本分摊方法，确定基金模式和缴费模式。我国目前正在进行养老保险制度的改革，从过去现收现付式的下一代人养活上一代人的模式过渡到社会统筹与个人账户相结合的部分基金积累模式。在养老保险模式过渡中，需要运用精算学方法，根据退休状况和过去承诺的退休金水平科学估计过渡成本，估计过渡时期的精算债务以及债务的分摊，根据人口经济状况估计退休金水平和相应的缴费水平，为确定合理的养老保险方案提供依据。

### 1.3 寿险精算学的基本思想

寿险精算学研究人寿保险的风险分析、产品设计、产品定价、负债评估、资产与负债管理、偿付能力评价、盈利能力分析等问题，为寿险业的健康发展提供基本保障。保险的功能并不是消除未来的意外不幸事件，而是为因意外不幸事件所造成的经济损失提供一定补偿。由于事先人们并不知道未来的意外不幸事件是否会发生，如果发生又会造成多大损失，但可以通过保险实现风险的转移，运用寿险精算技术对意外事件的发生概率及其后果进行预测，实现风险管理。

下面以一个1年期定期寿险为例说明保险的基本运作。1年期定期寿险的基本规定包括从保单生效之日起，如果被保险人在1年之内去世，则保险人向保单的受益人给付保单规定的保险金，否则合同在1年后自动失效。假定保险人签发了10 000份条件相同的保单，这些保单构成了一个封闭型保单组。所谓条件相



同，在这里指保险金额相等，比如都等于100 000元；被保险人的投保年龄相同，比如都等于50岁；保费采取一次交清方式，也就是趸缴保费方式，而死亡给付假设在保单年度末进行。保单组是一个抽象概念，可以理解为除保单当事人以外，所有其他条件都一样的保单构成的一个整体。从保单组来理解保险业务和相应的精算模型比较容易。

投保和承保是一种金融交易行为，这里要用到三个分析金融交易的基本方法。第一，要从买卖双方的成本和收益来分析整个交易；第二，把交易过程抽象为交换现金流；第三，在一定意义下可以认为买卖双方在进行等价交换。保险业务的特别之处在于，在保险交易的过程中，购买相同保险的投保人构成了一个利益共同体，对买方的分析要从个别投保人和整个保单组两个角度来进行。

为了描述的方便，把保单生效日定为时间起点，即时刻0，单位时间长度为1年。从保险人的角度来看，在0时刻要制定一个价格，即保费。和一般企业的定价相似，保险人所制定的价格中包含给付成本和费用以及部分利润，但是保险人面临的不确定性往往高于一般的企业。在时刻1，保险人所收到的保费中有很大一部分返还给若干出险保单。对于投保人来说，在时刻0，需要向保险人缴付保费，在时刻1，少数出险保单会得到相应的索赔，赔付额往往是所交保费的若干倍。而没有出险的保单，则得不到任何赔付，在时刻0缴付的保费用于对其他出险保单的赔付和补偿保险公司必要的费用支出等。

保险人在销售保单之前必须厘定保费，保费中有一部分要返给出险保单的受益人，这部分保费可以称为纯保费（net premium）或者给付保费（benefit premium）。假定在1年之内的死亡概率为0.0043，不考虑保费的投资收益和保险人的费用，所有死亡给付在年末支付。那么保险人在0时刻应该向每个投保人收取多少保费？

计算保费需要遵守收支对等原则，对保额为100 000元的保单，在0.0043的死亡概率下，每个人的期望损失为430元（ $100\,000 \times 0.0043$ ），也就是说，在不考虑保险公司的费用、投资收益、利润的情况下，每个投保人需要缴付的保费为430元，如果保险公司在0时刻出售10 000张保单，则纯保费收入总额为4 300 000元（ $430 \times 10\,000$ ）。如果实际死亡概率与预期的死亡概率完全相等，这时，在1年内死亡的人数为43人（ $10\,000 \times 0.0043$ ），100 000元保额的总赔付为4 300 000元（ $100\,000 \times 43$ ），正好与所收取的保费相等。但实际上，保险人的给付支出是一个随机变量，它取决于该年内保单组产生的实际死亡人数，如果在10 000张保单中实际死亡人数超过了预计的43人，则保险人预收的保费不能补偿给付支出，这种情况称为对保险人的不利偏差，在死亡率风险上会产生一个