

刘存 李晖 编著

现代检测技术

XIAN DAI JIAN CE JI SHU



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



现代检测技术

刘 存 李 晖 编著



机械工业出版社

现代检测技术是人们认识和改造自然的重要手段,也是衡量一个国家科学技术水平的重要标志之一。

本书介绍现代检测系统传感、通信和数据处理的原理、方法、实现及应用。主要内容有现代传感器及其应用、智能传感器及其标准接口、测量仪器接口系统、通用现代通信接口与通信技术、检测信息融合与数据处理方法等。书中强调了现代检测系统的三个组成部分传感器、通信、信息处理的系统性。

本书的目的是为检测新技术领域提供一本研究和开发用的较全面的参考书,力求在有限的篇幅内将最新的研究成果介绍给读者。

本书可作为从事信息各学科和其他学科计量测试的研究、设计和教学工作的人员的参考书,也可作为相关专业高年级学生和研究生的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

现代检测技术/刘存,李晖编著. —北京:机械工业出版社, 2005.4

ISBN 7-111-16375-3

I. 现… II. ①刘…②李… III. 信号检测
IV. TN911.23

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第024546号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:吉玲

责任编辑:刘星宁 版式设计:冉晓华 责任校对:张莉娟

封面设计:陈沛 责任印制:洪汉军

北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2005年5月第1版·第1次印刷

1000mm×1400mm B5·14.625印张·568千字

0 001—4 000册

定价:38.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68326294

封面无防伪标均为盗版

前 言

现代检测技术是人们认识和改造自然的重要手段，也是衡量一个国家科学技术水平的重要标志之一。科学上的重大发现，往往是通过新的观测手段的发明而取得的。过去，科学研究、发明创造在相当大的程度上取决于个人的聪明才智，因为研究者不得不从有限的观测结果去猜想事物的本质和规律。现在有了优越的观测手段，就可以从极其大量的观测结果中，利用统计方法来判断出事物的本质和规律。现代检测系统还可以不倦长期连续地监测事物的状态，从而捕获瞬息万变的稀有的突发事件，也可通过大量的信息分析把十分复杂的现象揭露出来。随着现代科学技术的发展，对检测技术也提出了愈来愈高的要求。现在人们已经认识到检测技术的水平是一个国家现代化水平的重要标志。

信息社会中信息的提取、处理等的重要性是显而易见的。现代信息技术的三大基础是信息的拾取、传输和处理技术，也就是传感技术、通信技术和计算机技术。

现代传感技术是最活跃的领域之一。信息的获取是检测系统的第一个环节。现代检测要求传感器要有极高的分辨率和精度、极宽的测量范围、极广的应用范围，以及有极高的可靠性等。通过开发新材料、利用新功能、采用新工艺，现代传感器正向多维化、多功能化、微型化、集成化、智能化的方向发展。尤其微电子机械系统 MEMS (Micro-ElectroMechanical System) 的出现是一个显著的标志。MEMS 将传感器（甚至检测系统）带进了微型化、集成化和智能化的时代，甚至打破了传感器与系统的界限和传统概念，不仅改变了传感器的体积，也很大程度地改变了传感器的原理。光纤传感器、生物微阵列芯片、DNA 探针、芯片实验室等也是现代传感技术研究的热点。

现代检测的标志是自动化和智能化，信息处理是核心。现代检测系统的处理能力由系统硬件和算法程序来体现。硬件的现代化主要由大规模集成电路、计算机和高性能的材料与现代工艺所支撑。现代检测系统用计算机完成快速变换算法、数字滤波、信号卷积、相关分析、频谱分析、图像处理、信息融合、人工神经网络、模糊处理和人工智能等，使检测系统具有自动补偿、自动校准、自诊断和自动完成检测过程的能力，甚至达到具有自学习、理解、分析推理和判断决策的能力。所有这一切，不仅大大减少了测量过程中各种误差的影响，提高了精度，而且信号处理功能也能扩展测量系统的功能和测量的范围。虚拟仪器的发展表明：在大规模集成电路迅速发展的今天，检测算法和程序是未来发展和竞争的

IV

焦点。

大范围、多层次的测试设备之间进行通信,以完成复杂的检测任务是现代检测技术与系统区别于以前的检测系统的最主要的标志。信息传输追求快速性和有效性,其实现方法包括物理实体的接口、传输线或其他介质及通信规约等。高性能的标准化通信协议是有效通信的基础。适用于实验室范围的 GPIB、VXI、USB、1394 和工业领域的现场总线等就是现代检测系统的接口总线。

现在,有越来越多地使用多传感器系统的要求,从而促进了信息融合理论的迅速发展。多传感器信息融合系统具有宽阔的时空覆盖区域、很高的测量维数、较强的故障容错与系统重构能力以及良好的性能稳健性等优势。虽然多传感器信息融合的研究只有短短十几年,但已经取得了许多研究成果,已经成为目前检测领域的研究热点之一。

科学技术的发展与检测技术的发展密切相关,因此跟踪检测技术的前沿、研究新的检测理论与技术、开发高性能的检测设备和检测系统就非常重要了。本书介绍现代检测的理论与技术。本书以传感器、通信和信息处理为一个系统主线,着重基本概念的阐述。书中第 1 章简要论述了检测技术的基础;第 2~5 章介绍了现代检测系统的前端——现代传感器,包括硅微机械加工和硅微型传感器、光和光纤传感器、气敏和离子敏传感器、生物传感器,现代传感器的一个发展方向是智能化和网络化;第 6 章就是智能传感器及其标准接口方面的内容;第 7~9 章介绍了现代检测系统的网络及通信,主要是自动测试仪器接口系统、高速串行通信总线和现场总线方面的内容;第 10 章介绍现代检测信息处理方法;第 11 章介绍了多传感器信息融合技术。

作 者

2004 年 10 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 检测技术基础	2
1.1.1 测量的基本方法	2
1.1.2 测量的误差	3
1.1.3 检测系统的性能	7
1.2 现代检测系统	20
1.2.1 现代检测系统构成	20
1.2.2 现代传感技术概述	25
1.3 现代检测技术的发展	27
1.3.1 现代传感器技术的发展	27
1.3.2 现代检测系统通信的发展	28
1.3.3 现代检测系统信息处理的发展	29
第 2 章 硅微传感器	31
2.1 薄膜技术	32
2.2 硅微机械加工	38
2.2.1 硅的各向异性刻蚀技术	39
2.2.2 键合技术	49
2.2.3 X 射线深层光刻电铸成形技术	53
2.2.4 其他微加工材料和微加工技术	56
2.3 硅微型传感器	57
第 3 章 光与光纤传感器	69
3.1 光探测器	69
3.1.1 光电子发射探测器	69
3.1.2 光电导探测器	71
3.1.3 光伏探测器	74
3.1.4 MSM 光电探测器	81
3.1.5 图像传感器	81
3.1.6 光电探测器阵列	84

3.1.7 热探测器	84
3.2 光检测的基本方法	88
3.2.1 光的强度检测	88
3.2.2 光的波长检测	90
3.2.3 光的频率检测	91
3.2.4 光的相位检测	92
3.3 光纤传感器概述	92
3.3.1 光纤的基本理论与技术	93
3.3.2 几种主要光纤	100
3.3.3 光纤的激励与连接	101
3.4 光纤传感器的调制技术	105
3.4.1 光纤的强度调制	105
3.4.2 光纤的相位调制	112
3.4.3 光纤的频率调制	115
3.4.4 光纤的波长调制	116
3.4.5 光纤的偏振调制	117
3.5 光纤光栅	120
3.5.1 光纤光栅原理	120
3.5.2 光纤光栅的调制与解调	123
3.6 准分布式与分布式光纤传感器	126
3.6.1 准分布式光纤传感器	126
3.6.2 分布式光纤传感器	128
3.7 光纤传感器	131
第4章 化学传感器及其应用	146
4.1 气敏传感器概述	146
4.1.1 半导体气敏传感器的机理	147
4.1.2 半导体气敏传感器的结构	149
4.2 电阻型气敏传感器	150
4.2.1 表面电阻型气敏传感器	150
4.2.2 体电阻控制型气敏传感器	157
4.2.3 集成薄厚膜及复合型气敏传感器	161
4.3 固体电解质气敏传感器	162
4.4 MOSFET 气敏传感器	164
4.4.1 MOSFET 的基本原理	164
4.4.2 几种 MOSFET 气敏传感器	166
4.5 气敏传感器的应用	171

4.6	离子选择电极	172
4.7	ISFET 离子敏传感器	175
4.7.1	ISFET 的工作原理	175
4.7.2	各种 ISFET 的结构	176
4.7.3	固态参比电极	182
4.8	ISFET 的特点与应用	183
4.8.1	ISFET 的特点	183
4.8.2	ISFET 的应用	183
第 5 章	生物传感器及其应用	185
5.1	生物传感器概述	185
5.2	生物敏感膜的制备与信号转换器	187
5.2.1	生物识别功能物质与固定化技术	188
5.2.2	信号转换方式	189
5.3	酶传感器	192
5.3.1	酶传感器及其特性	192
5.3.2	几种酶传感器	195
5.4	微生物传感器	200
5.4.1	微生物传感器的原理	200
5.4.2	微生物传感器的特点	204
5.4.3	微生物传感器的应用	204
5.5	免疫传感器	207
5.6	基因传感器	212
5.6.1	基因传感器的分类	213
5.6.2	电化学 DNA 传感器	214
5.6.3	光纤 DNA 传感器	216
5.6.4	压电 DNA 传感器	218
5.6.5	DNA 传感器的应用	219
5.6.6	DNA 传感器的发展	220
5.7	生物 FET 传感器	221
5.7.1	酶 FET	222
5.7.2	免疫 FET	223
5.8	微阵列生物传感器	225
5.9	生物芯片技术	227
5.9.1	各种基因芯片	228
5.9.2	生物芯片的应用	229
5.10	生物传感器的发展	231

第 6 章 智能传感器及其标准接口	232
6.1 智能传感器	232
6.1.1 智能传感器概述	232
6.1.2 智能传感器示例	234
6.2 智能传感器通信标准接口	240
6.2.1 IEEE1451.1	242
6.2.2 IEEE1451.2	244
6.2.3 IEEEP1451.3	251
6.2.4 IEEEP1451.4	251
6.2.5 智能传感器网络在机器人中的应用	252
第 7 章 自动测试仪器接口系统	255
7.1 GPIB 接口概述	255
7.2 GPIB 的数据传输	258
7.2.1 消息编码	258
7.2.2 3 线挂钩过程	259
7.3 接口功能状态图	260
7.4 GPIB 接口的实现	265
7.4.1 GPIB 接口电路设计	265
7.4.2 利用 LSI 组成 GPIB 接口	267
7.5 基于 GPIB 接口的测试系统的组建	270
7.6 VXI 模块化测试系统概述	272
7.6.1 VXI 总线的特点	272
7.6.2 VXI 系统的结构	272
7.7 VXI 系统的总线结构	274
7.7.1 VME 计算机总线	274
7.7.2 VXI 增加的信号线	279
7.8 VXI 器件及其通信协议	282
7.8.1 VXI 器件	282
7.8.2 VXI 通信协议	285
7.8.3 VXI 总线器件的协议	289
7.9 VXI 测试系统的构成形式	292
第 8 章 通用串行通信总线	296
8.1 USB 系统	296
8.2 USB 物理接口	300

8.3	USB 通信协议	301
8.3.1	信息流字段格式	301
8.3.2	USB 信息包	304
8.3.3	USB 事务处理	308
8.3.4	USB 数据传输	309
8.3.5	差错控制	310
8.4	USB 设备描述符及其配置操作	311
8.4.1	USB 设备描述符	311
8.4.2	配置操作	312
8.5	USB 系统应用	313
8.5.1	带 USB 接口的传感器标定系统	313
8.5.2	远距离数据传输	313
8.5.3	带 USB 接口的大规模集成电路	314
8.6	IEEE1394 总线概述	318
8.7	IEEE1394 协议的结构	320
8.8	IEEE1394 物理层与链路层接口	327
8.9	IEEE 1394 数据包	329
8.9.1	物理层数据包	330
8.9.2	主数据包	332
8.9.3	应答数据包	333
第 9 章	现场总线	334
9.1	现场总线概述	334
9.1.1	现场总线的国际标准	335
9.1.2	现场总线的特点	335
9.1.3	现场总线通信模型与协议	336
9.1.4	现场总线模型	337
9.2	CAN 现场总线	339
9.2.1	CAN 总线技术规范	340
9.2.2	CAN 总线通信介质及收发装置特性	352
9.3	CAN 总线的 LSI 器件	355
9.4	CAN 总线组建实例	366
第 10 章	现代检测信息处理方法	368
10.1	测量性能的改善和噪声抑制	368
10.1.1	非线性校正	368
10.1.2	校正与补偿方法	371

10.1.3 噪声抑制方法	375
10.2 基于人工神经网络的检测	377
10.2.1 人工神经网络信号处理概述	377
10.2.2 人工神经网络的基本原理	378
10.2.3 BP模型及其应用	380
10.3 模糊原理在检测中的应用	384
10.3.1 基本定义和定理	384
10.3.2 模糊检测实例	387
10.4 基于小波变换的检测方法	391
10.4.1 小波变换	392
10.4.2 小波变换在检测中的应用	395
第 11 章 信息融合技术	403
11.1 信息融合概述	403
11.2 融合系统的功能和结构模型	407
11.2.1 数据融合的级别	408
11.2.2 时间融合和空间融合	409
11.2.3 融合系统的功能和结构模型	410
11.3 信息融合的方法	416
11.3.1 不确定性推理的概率方法	417
11.3.2 可信度方法	427
11.3.3 多传感器数据融合的 D-S 证据理论	431
11.3.4 人工神经网络和模糊集合方法	437
11.3.5 其他融合方法	440
11.4 分布式检测与信息融合	441
11.4.1 分布式信息融合概述	441
11.4.2 分布式系统的多步反馈融合算法	442
11.5 融合中心的贝叶斯判决准则的讨论	446
11.6 多传感器系统参数估计与目标识别	448
11.6.1 参数估计的多传感器数据融合	448
11.6.2 多传感器目标识别	451
参考文献	454

第 1 章 绪 论

测量是人们认识和改造自然的重要手段。以电子技术、计算机技术为基础的对各种电量和非电量的测量,在现代显然是最重要的测量方法。检测技术的发展水平也是衡量一个国家科学技术水平的重要标志之一。科学上的重大发现,往往是通过新的观测手段的发明而取得的。现代化建设中,对检测仪器或系统有着更高层次的要求。可以说,大到天体观测、遥感遥测、气象预报、地震找矿,小到物质成分分析、晶体结构测定、原子核子结构研究,军事用途的电子侦查、雷达等到民用的工业过程参数测控和医用断层扫描(CT),无一不是现代检测手段的体现。

检测的基本任务是获取有用的信息。检测的过程是借助专门的设备、仪器和系统,通过适当的实验方法与必需的信号分析及数据处理,由测得的信号求取与研究对象有关的信息量值的过程,最后将其结果显示或输出。因此,检测技术是信息技术三大支柱之一。检测技术与科学研究、工程实践密切相关。科学技术的发展促进了检测技术的发展,检测技术的发展反过来又促进了科学技术的提高,相辅相成地推动社会生产力不断前进。科学技术的发展与检测技术的发展是密切相关的,检测技术达到的水平愈高,则科学技术的成就愈为深广,而科学技术的发展,特别是新材料、新结构传感器的研制成功给检测技术带来了革命性的影响。

· 现代检测系统的标志是自动化和智能化。

科学技术与生产水平的高速发展,要求有更先进的检测技术与检测系统作为基础。近几十年以来,现代空间技术、导航、卫星通信、计算机技术、集成电路等科学技术的新领域和新发展对电子测量技术提出了很多新要求:精度高、速度快;能自动进行数据处理、显示、存储、传输;能多点综合测量;能自动控制测量过程等。

信息论、控制论、误差理论、电子技术、计算机技术、传感器技术、信号处理技术和集成电路技术的普及、应用和各学科相互渗透也为现代检测技术奠定了基础。计算技术的发展和广泛应用,适合测量技术的语言和标准接口与通信技术的进步,特别是大规模集成电路,尤其是微机的出现,大大促进了现代检测技术的发展。

微机体积小、重量轻、功能强,装在仪器或测量设备中成为智能仪器,在不增加体积的情况下,却大大增加了自动进行量程选择、数据记录、结果计算、自

动校准、误差修正、数据处理、自动故障检验，甚至排除故障等强有力的功能。自动测量仪器和设备已成为现代检测技术发展的一个主要方向。

在科学技术与社会生产高度发达的今天，被测对象既广泛又具有多样性，要求与之适应的检测系统能够快速进行动态在线实时测量、信号分析处理，排除噪声干扰、消除偶然误差、修正系统误差，从而实现测量结果的高精确度以及具有对被测信号的高分辨能力。

能够实现上述要求的惟有以计算机为中心的现代检测系统。现代检测系统的显著特点之一是检测速度快。实际上，有许多场合不用自动检测设备其检测任务根本无法进行，如核子测试中，许多现象转瞬即逝，只有高速检测设备才可能发现。

现代检测系统依靠计算机处理能力实现检测自动化，可以适时地切换量程或设备，因此不难获得极宽的测量频率范围和极广的测量动态范围。通过间接测量的方法，可以用较简单的设备测出为数不多的几个基本参数，再由计算机换算出许多其他参数，从而可使测量系统在硬件尽量简化的情况下达到多参数、多功能的效果。

在现代检测系统中，最重要的是信息处理能力。在检测过程中，这种能力可作出各种复杂的分析、统计、判断、处理，并能进行自动校准和自检查，甚至还可能作出自诊断和自修复。自动测量避免了人为误差，可获得十分良好的测试复现性；通过大量的冗余测量，进行统计、分析和计算，可以在很大程度上清除或削弱随机误差和系统误差，从而获得极高的测量精确度。

过去，科学研究、创造发明在相当大的程度上取决于个人的聪明才智，因为研究者不得不从有限的观测结果去猜想事物的本质和规律；现在有了优越的观测手段，就可以获得大量的观测结果，利用统计方法来找出事物的本质和规律。现代检测系统还可以不倦、长期、连续地监测事物的状态，从而捕获瞬息万变的稀有的突发事件，也可通过大量的信息分析把十分复杂的现象揭露出来。

1.1 检测技术基础

1.1.1 测量的基本方法

测量是为确定被测量的值而进行的实验过程。通过将被测量与同种性质的标准量进行比较，确定被测量对标准量的倍数，也可以将测量结果以某种图形或曲线的方式显示。

测量方法可分为直读测量法和比较测量法。

1. 直读测量法

直读测量法的实质在于根据测量仪器或系统的读数来判断被测量的大小，不

需要任何运算，通常使用的万用表，电子示波器和数字电压表等都属于直读式仪器。

2. 比较测量法

在测量过程中，需要将被测量与标准量作比较的所有测量方法都属于比较测量法。比较测量法的特点是在测量过程中要有量具直接参与。

比较测量法可分为以下四种。

(1) 替代法 替代法是在测量过程中，以已知量 A 替代被测量 X ，同时通过 A 的改变使测量系统的指示值恢复到原来的状态。显然，此时 $X = A$ 。

(2) 差值法或微差法 在这种方法中，从测量系统中直接读出差值

$$X - A = a$$

或读出正比于此差值的量。式中， X 是被测量； A 是已知量，例如量具所给出的值。测出 a 之后，即可确定被测量 X 。

这种方法的特点是差值 a 越小，测量结果的精确度越高。这种方法在仪器条件不足却要求提高测量精确度时，十分有用。这时用标准已知量和被测量比较，用仪表测量出差值，从而充分地利用了仪表的测量精度。

(3) 零值法 零值法是用零值指示器指示出测量系统的平衡状态，也就是将差值法中的差值导向零。为此，前式中的 A 必须是可变量。当 A 的调节精度愈高，接近 X 时的分度值愈小，所得的测量精确度就愈高。电位差计和电桥即是利用零值法原理进行测量的。

(4) 重合法 重合法的特点是将被测量的一系列均匀交替的记号或信号，与已知量的一系列均匀交替的记号或信号相比较，并观察其重合的情况，在此基础上求出被测量的值。游标卡尺就是根据这一原理制造出来的。

1.1.2 测量的误差

在检测过程中，由于检测系统的精确度有限、实验手段不完善、环境中存在各种干扰因素，以及检测技术水平的限制等原因，必然使测量值和真实值之间存在着一定的差值，这个差值称为测量误差。测量误差分为三类。

在同一条件下，多次重复测量同一量时，误差的大小和符号保持不变或按一定规律变化，这种误差称为系统误差。系统误差主要是由于检测装置本身在使用中变形、未调到理想状态，电源电压变化等原因造成的有规律的误差。一般可通过实验或分析的方法查明其产生的原因，因此，它是可以预测的，也是可以消除的。系统误差的大小表明测量结果的精确度。

在同一条件下，多次重复测量同一量时，大小和符号均作无规律变化的误差称为随机误差。随机误差是许多偶然的因素引起的综合结果。它既不能用实验方法消去，也不能修正。然而，它的变化虽无一定规律可循，难以预测，但是在

多次的重复测量后，其总体都具有统计规律性。根据随机误差的统计规律，便能对其大小及测量结果的可靠性等作出估计。随机误差的大小表明测量结果的精确度。

明显歪曲测量结果的误差称为疏失误差。这种误差是由于观测者对仪表的不了解、精力不集中或疏忽大意导致的错误读数。就数值大小而言，通常它明显地超过了正常条件下的系统误差和随机误差。含有疏失误差的测量值称为坏值或异常值。正常的测量结果中不应含有坏值，应予以剔除，但不是主观随便除去，必须根据统计检验方法的某些准则判断哪个测量值是坏值，然后舍弃。在正常的测量结果中不能包含疏失误差。

实践证明，绝大多数随机误差服从正态分布，这是因为随机误差由大量相互独立的随机因素的综合影响造成的，而每一个因素对总体误差的影响是很小的，根据概率论的中心极限定理，这类随机误差近似服从正态分布。当然，也有些误差并不服从正态分布。例如，计算中的舍入误差、数字式仪表末位的读数误差等服从均匀分布。

连续型正态分布随机变量 X 的概率密度函数 $p(x)$ 的表达式为

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

简记为 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。

式中， μ 为均值或数学期望值； σ 为方均根差或标准差； σ^2 为方差。

在实用中，常常用算术平均值 $\bar{x}$ 来估计被测量的真值。

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

式中， n 为测量次数； x_i 为第 i 次的测量值。

1. 随机误差估计

对测量数据进行处理，通常有两方面的要求：一方面是得到被测量真值的近似值，根据算术平均值原理，用算术平均值 $\bar{x}$ 作为真值 x_0 的近似值；另一方面还要对所得的近似值的精确度进行估计，即用 $\bar{x}$ 代替 x_0 产生的误差有多大呢？由概率论可知，对随机误差的评价准则有平均误差、方均根误差、或然误差三个数字特征。应用最为广泛的是方均根估计，它能更好地表征测量值相对于其中心位置数学期望的离散程度，所以下面应用它对随机误差进行估计。在估计算术平均值 $\bar{x}$ 代替真值 x_0 的方均根误差之前，先讨论测量值的方均根误差。

(1) 测量值的方均根误差 算术平均值是由测量列计算出来的，故测量值的精确度是很重要的，测量误差大，计算的平均值 $\bar{x}$ 偏离真值 x_0 就愈大。

设重复测量某一值，得出测量列为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，而相应的误差列为， x_1

$-x_0, x_2 - x_0, \dots, x_n - x_0$ 。

误差列中各误差二次方的算术平均值再开方称为方均根误差 σ

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}, D = \sigma^2$$

式中, σ 亦称为标准误差; D 称为方差。标准差为方差的方均根值。方均根误差的大小, 表征测量列的离散程度, 从而反映了测量的精确度, 若计算出的 σ 值大, 则表明随机误差中大的值所占比重较大, 相应的正态分布曲线平且宽。

若 x_0 未知, 就不能用上式计算方均根误差, 而要用贝塞尔 (Bessel) 公式:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

贝塞尔公式是在未知真值的情况下, 计算测量值的方均根误差的重要公式。

(2) 算术平均值的方均根误差 下面计算以算术平均值作为测量结果代替真值 x_0 产生的方均根误差, 用符号 $\sigma_{\bar{x}}$ 表示。

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n U_i^2}{n(n-1)}}$$

上式说明算术平均值的方均根误差是测量值的方均根误差的 $1/\sqrt{n}$ 倍。测量次数 n 增加, 则 $\sigma_{\bar{x}}$ 减小, 表明 $\bar{x}$ 越接近 x_0 。但由于 $\sigma_{\bar{x}}$ 按 $1/\sqrt{n}$ 规律减小, 故 $\sigma_{\bar{x}}$ 降低速度比 n 增加速度慢, 当 $n > 10$ 后, $\sigma_{\bar{x}}$ 降低的效果不明显了, 故一般取 $n = 5 \sim 10$ 。

(3) 极限误差和置信区间 人们感兴趣的不是某一误差出现的概率大小, 而是绝对值比某个规定值 $\Delta_{\max}$ 小的误差出现的概率是多少, 即置信区间; 或者绝对值比 $\Delta_{\max}$ 大的误差出现的概率是多少, 即极限误差。对正态分布规律, 若令 $\Delta_{\max} = 3\sigma$, 则出现比这种误差还大的误差的概率为 0.27%; 而绝对值比 2σ 大的误差, 出现的概率为 4.5%。

2. 误差的合成

误差的合成就是按一定的法则将各个单项误差综合起来, 求出测量的总误差。前面分析随机误差时, 是在假定不存在系统误差时进行的。这是为了叙述上的方便, 事实上系统误差一般不能彻底被消除, 它和随机误差往往是同时存在的。另一方面, 随机误差和系统误差本身也往往包括若干项。因此, 误差的合成既包括系统误差的合成, 又包括随机误差的合成。

(1) 随机误差的综合

1) 彼此独立随机误差的合成 设测量中有 q 个彼此独立的随机误差。它们

的方均根误差分别为 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q$, 则按方和根法求合成后的方均根误差为

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^q \sigma_i^2}$$

如果 q 个彼此独立的随机误差亦为正态分布, 而且它们的极限误差为 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_q$, 考虑到方均根误差 σ 与极限误差 Δ 的线性关系, 也可按方和根法合成, 综合后总极限误差为

$$\Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^q \Delta_i^2}$$

2) 彼此相关随机误差的合成 若 q 个随机误差是相关的, 则综合后总随机误差的方均根误差为

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^q \sigma_i^2 + 2 \sum_{1 < i < q} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}$$

若 q 个相关的随机误差亦为正态分布, 则综合后总随机误差的极限误差为

$$\Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^q \Delta_i^2 + 2 \sum_{1 < i < q} \rho_{ij} \Delta_i \Delta_j}$$

式中, ρ_{ij} 为第 i 个和第 j 个随机误差的相关系数, 其取值介于 ± 1 之间。

(2) 系统误差的综合 根据对系统误差的掌握程度, 可以将它分成已定系统误差和未定系统误差两类, 从而采用不同的误差合成方法。

1) 已定系统误差的综合 大小和方向均已确定的系统误差, 称为已定系统误差。总的已定系统误差可按代数和法求出。

设被测量的 r 个已定系统误差, 分别为 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_r$, 则总的系统误差为

$$\epsilon = \sum_{i=1}^r \epsilon_i$$

若误差个数 r 较大时, 仍按方和根法合成较合适, 得

$$\epsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^r \epsilon_i^2}$$

2) 未定系统误差的综合 误差的大小和方向未知的系统误差, 称为未定系统误差。可通过对测量结果的分析大致估计出单个未定系统误差的最大范围为 $\pm e$, 然后便可进行综合。

设有 s 个未定系统误差, 它们的极限误差分别为 $e_1, e_2, \dots, e_s$, 则总的未定系统误差可按下述方法进行综合。

① 绝对值和法

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_s = \sum_{i=1}^s e_i$$

此方法的优点是计算简单方便, 合成后总的极限误差的可靠性高, 能保证误