



当代科学前沿论丛

NEW FRONTIERS OF SCIENCES

量子多体理论

——从声子的起源到光子和电子的起源

Theory of Quantum Many-body Systems



文小刚 著 胡滨 译



高等教育出版社 HIGHER EDUCATION PRESS

内容简介

传统的凝聚态理论由两个主题统领. 第一个主题是能带理论和费米液体理论, 第二个主题是相和相变的对称性破缺理论. 近来, 一个新的主题正崭露头角, 这第三个主题与分数化、拓扑/量子序、弦网凝聚有关, 也和新的物质态以及其中显现的规范玻色子和费米子相关. 这些在新主题下的新概念甚至会影响人们对光子和电子起源的认识.

本书系统地介绍了新的主题和有关的新概念, 还系统地介绍了凝聚态理论中现代场论和路径积分方法. 通过一些简单的系统, 本书涵盖了相当广泛的物理概念和各种计算方法, 旨在帮助学生尽快掌握现代凝聚态理论的前沿知识. 本书还展现了作者的许多新思想.

本书适用于现代理论物理方向的研究生和有关的教师、科研人员. 本书每一章节后面都有少量习题, 有助于读者理解和掌握本书内容.

图书在版编目(CIP)数据

量子多体理论: 从声子的起源到光子和电子的起源/
文小刚著; 胡滨译. —北京: 高等教育出版社,
2004. 12

ISBN 7-04-014012-8

I. 量... II. ①文...②胡... III. 凝聚态-物理学
IV. 0469

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 066786 号

策划编辑 张小萍 责任编辑 郑轩辕 李冰祥 封面设计 刘晓翔 责任绘图 杜晓丹
版式设计 范晓红 责任校对 杨雪莲 责任印制 陈伟光

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 北京外文印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 27.25
字 数 660 000

版 次 2004 年 12 月第 1 版
印 次 2004 年 12 月第 1 次印刷
定 价 59.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号: 14012-00

《当代科学前沿论丛》专家委员会

(按姓氏笔画为序)

(国内部分)

王 夔	冯 端	师昌绪	曲钦岳	朱清时
孙 枢	李三立	李大潜	李国杰	杨芙清
吴建屏	邹承鲁	张尧庭	陈 竺	陈佳洱
陈希孺	陈宜瑜	周秀骥	姜伯驹	袁亚湘
钱 易	徐光宪	徐端夫	徐冠华	翟中和
戴立信	戴汝为			

(海外部分)

王中林	文小刚	邓兴旺	田 刚	丛京生
刘 钧	汤 超	许 田	危 岩	严晓海
李 凯	李 明	邱子强	佘振苏	范剑青
周午纵	郑元芳	宫 鹏	俞陆平	袁钧瑛
徐希平	鄂维南	程正迪		

出版者的话

人类创造了科学技术,科学技术推动了人类的文明进程.两者的互动影响,今天已达到了前所未有的程度:人类的经济发展和社会进步的需要,为科学技术迅猛的创新,提供了强大的动力;科学技术的发展,在急剧地改变着人类的思维方式、学习方式、工作方式、生活方式、娱乐方式.科学技术已成为强大的社会生产力和巨大的社会资本.现在,每个国家,每个地区,甚至每个单位,都把科学技术创新、科学技术转化为生产力作为头等大事,抢占科学技术制高点,以此来提高自己的综合实力.

新中国成立 50 多年特别是改革开放 20 多年来,随着经济的蓬勃发展,科学技术得到了长足的进步,两弹一星、载人飞船、生物工程、信息技术等正在大步追赶国际先进水平.科学技术转化成的大生产,对国民经济发展和社会进步,对增强综合国力产生了重大的影响.

改革开放以来,在中国共产党的“科教兴国”方针的鼓舞下,举国上下,尊重科技,学习科技,普及科技,创新科技,应用科技,发展科技,已蔚然成风.科技结硕果、神州尽彩虹的绚丽画面,正展示于世人面前.自 16 世纪中叶中国科学技术失去世界领先地位后所形成的中西科学技术的差距,现在正在缩小.重振中华科学技术雄风的序幕已经拉开.

为了能使我国的科学技术水平在不久的将来赶上并达到世界先进水平,我们不仅要自己进行科学技术创新,也要学习世界上一切国家的先进科学技术;不仅要靠国内的科技工作者发展我国的科学技术,还要借助海外学者特别是华人学者的力量.在这种思想的指导下,我们萌生了组织海外学者编写科技前沿丛书的想法.这一想法在海内外学者中引起了强烈的反响:在他们中,有的出谋献策,有的出资开会,有的撰稿,有的审稿,有的愿把稿酬作为基金,……海内外学者的诚言乐行,极大地感染着我们,鼓舞着我们;这一想法得到了教育部陈至立部长和分管我社的周远清副部长的肯定和支持,这增加了我们开展此项工作的决心和信心.根据各方面意见,经过反复研究,最后将丛书定名为《当代科学前沿论丛》.《论丛》是我们献给祖国母亲的 21 世纪的圣礼,企盼我国能在 21 世纪夺回三四百年前失去的科学技术领先的地位.《论丛》如能在推动我国科学技术进步和“科教兴国”中有所作用,将是我们的最大欣慰.为了做好本《论丛》的出版工作,我们邀请了国内一些著名科学家和在海外工作的部分优秀学者组成《论丛》的专家委员会,帮助筹划、组织和评议《论丛》的出版.随着学科的发展,专家委员会的成员可能会有所变化.我们向一切关心和支持《论丛》出版工作的人士,表示衷心的感谢.由于缺乏经验,《论丛》出版后,编辑出版方面的不足,在所难免,诚望各方指正.

高等教育出版社

2000 年 6 月

前 言

凝聚态物质（即固体和液体）的量子理论过去主要有两个主题。第一个主题是能带理论和微扰理论，它或多或少基于朗道的费米液体理论。第二个主题是朗道对称破缺理论和重正化群理论。凝聚态理论是一个非常成功的理论，人们用它了解了几乎所有形式物质的性质。

第一个主题的一项成果是半导体理论，它奠定了各种电子器件的理论基础，带来了当今高科技的飞速发展。第二个主题也毫不逊色，我们从中了解了物质的态以及各种态之间的相变，它是支撑液晶显示、磁材料记录等技术的理论基础。

由于凝聚态理论如此成功，人们开始滋长大功告成的心态，似乎感觉到凝聚态理论即将结束。然而，本书却试图呈现出一幅不同的图像：我们所看到的不过是它刚刚开始，一个全新的世界有待我们去发现和探索。

人们第一次看到新世界的蛛丝马迹是由于发现了分数量子霍尔效应 [Tsui et al. (1982)]，另一次是发现了高温超导体 [Bednorz and Mueller (1986)]，这两种现象都完全超出了前面提到的两个主题的范畴之外。近 20 年来，在分数量子霍尔效应和高温超导方面迅速而振奋人心的发展带来了许多新的思想和新的概念。我们目睹凝聚态系统多体理论中一个新的主题正在脱颖而出。对凝聚态物理来说，这是一个令人激动的时刻。凝聚态物理的新境界甚至会影响人们对自然界中一些基本问题的认识。

正是在这样的背景下，我写出了这本书¹。本书的前半部分介绍了两个老的主题，它们被称为传统凝聚态理论²。新出现的主题可以称为现代凝聚态理论，本书的第二部分带读者对其做了一番窥视，它涉及的材料非常新颖，有些不过是数月之前出现的新结果，目前这个理论仍然在迅速发展。

读完本书，我希望读者的感觉不是完满，而是渺茫。凝聚态理论的提出已经有 100 年之久，尽管我们从中受益良多，但对丰富的自然世界仍知之甚少。然而，我希望读者不是感到失望，而是被不完备的理论所激励。凝聚态理论趣味盎然而令人激动的时刻仍在我们的前头，而不是已在我们的后头。我还希望读者获得这样一份信心：没有什么问题不能回答，没有什么秘密不能破解。尽管世界奥秘无穷，但人们还是掌握了很多曾被认为是深不可测的知识。我们也认识了很多自然界的基本问题，当初这些问题基本到似乎不可能有答案——人脑的想象力也是没有

¹当我 1996 年开始本书的写作时，本来只准备介绍量子多体理论中的一些崭新而令人兴奋的进展，那时这些新进展是否会成为凝聚态理论中一项新的主题还不明朗。经过了最近的更多发展，我本人相信一个新的主题正从凝聚态理论中演生。但是这个理论仍处于早期的发展阶段，只有时间才能告诉我们新的主题是否能真正成立。

²也有人称第一主题为传统凝聚态理论，称第二主题为现代凝聚态理论。

极限的³。

在 1996 年至 2002 年间我在麻省理工学院讲授多体物理课程，本书同期成型。它的读者应是对现代理论物理感兴趣的研究生。本书的第一部分（第二章至第五章）涵盖传统的多体物理，包括路径积分、线性响应、摩擦的量子理论、相互作用的玻色系统和费米系统的平均场理论、对称破缺和长程有序、重正化群、正交突变、费米液体理论以及非线性 σ 模型。第二部分（第六章至第十章）则讲述现代多体物理的课题，包括分数量子霍尔理论、分数统计、流代数和玻色化、量子规范理论、拓扑序与量子序、弦网凝聚、演生的规范玻色子和费米子、量子自旋液体的平均场理论以及 2D/3D 的严格可解模型。

本书所用的大多数方法基于量子场论和路径积分，而且低能有效理论在很多讨论中扮演了主要角色。即使在第一部分，我也试图以更加现代的手法来处理一些老问题，借以强调传统的凝聚态物理中一些比较现代的问题。第二部分内容非常新颖，大约半数都来自最近几年的研究工作，其中部分源于我本人的研究论文和综述文章（当然也有部分研究论文源于本书）。

本书的写作着力于物理图像，着力于开拓思路。不是寻求以简洁的数学形式表述内容，而是通过计算和结果揭示内容的物理图像。不是隐藏各种片面的假设，而是将它们暴露出来。书中还揭示（而不是掩盖）了一些常用方法导出的错误结果，借此强调这些方法的局限性。

本书没有包罗各种系统和现象，只谈到了几个简单系统。尽管这些系统简单，我们却借助它们讨论了大量凝聚态物理中的物理思想、概念和方法。

本书的另一个特点是我试图挑战并揭示在多体物理以及更加一般的理论物理中的一些基本理念和图像，诸如“什么是费米子”、“什么是规范玻色子”、相变和对称破缺的理念、“序是否总由序参量描述”等等。在此我们不认为任何结论是理所当然的。我希望这些讨论激发读者看穿包裹许多物理思想的漂亮数学公式，体会到某些物理概念的丑处和任意性。

随着数学公式写得越来越漂亮，人们越来越容易被公式所迷惑和羁绊，成为公式的“奴隶”。我们把世间万物都看作是粒子的集合时，曾经做过牛顿定律的“奴隶”。发现量子理论以后⁴，我们又变成量子场论的“奴隶”。目前，人们想用量子场论解释一切，就是我们的教育也不鼓励我们超出量子场论去看问题。

但是，为了使物理发生革命性的进步，我们不能容许自己的想象力被公式所束缚，我们不能容许由公式来划定我们想象力的疆域。数学公式不过是一种工具或一种语言，帮助我们描述和沟通我们的想象。有的时候，当我们有了一种新的理念或新的思想，可能会发现自己无法表达，无论怎样都词不达意，因为描述新理念或新思想的合适的数学方法或合适的语言还没有发明出来。的确，真正新颖的物理思想和想象力通常都需要新的数学公式来描述。谈及至此，我想到了一个部落的故事。这个部落只有四个计数的词汇：一、二、三和很多。想象一下部落成员有了两个苹果加两个苹果和三个苹果加三个苹果的想法，他向其他成员解释他的想法会有多么困难。这也应该是我们有一个真正的新思想时的感觉。尽管本书大量使用量子场论，但我希望

³我时常在想，谁将成为最后的“赢家”，是丰富的自然世界，还是人类无限的想象力？

⁴经典粒子的概念在量子理论中被打碎，详见 2.2 节的讨论。

读者在掩卷时领悟到的是量子场论不是所有，丰富的自然世界不会受到量子场论的束缚。

对类似书籍感兴趣的读者，我推荐 A. Zee 的量子场论，这是一本引人入胜的新书 [Zee (2003)]。我还推荐 N. Nagaosa 关于多体物理的两本书 [Nagaosa (1999a,b)]，其中含有关于本书所考虑的某些系统的更加详细的讨论。

我是在“文化大革命”中接受中小学教育的。在那期间，我父母的同事刘健、王世荣、刘正业、朱厚昌等，对我有很深的影响。是他们对科学和生活的热爱引导我走上科学研究这条路。我借此机会对他们表示感谢。北京大学物理系的胡滨老师把本书的英文稿译成了中文，她流畅的翻译使本书增色不少。高等教育出版社的张小萍、郑轩辕为本书的编辑和校正做了大量的工作。对于他们辛勤的劳动和认真的工作我深表谢意。最后我还要感谢清华大学高等研究中心的祁晓亮、顾正澄、叶飞、李涛、蒋永进、杨帆、涂涛、苏跃华，他们对本书提出了很多有益的建议。

文小刚

Lexington, MA

2003

目 录

第一章 引言	1
1.1 凝聚态物理与高能物理	1
1.2 “基本”粒子的起源和物理定律之“美”的起源	2
1.3 凝聚态物理的两块基石	4
1.4 拓扑序与量子序	5
1.5 光和费米子的起源	6
1.6 新颖比正确更重要	7
1.7 评论：基本粒子概念的演变	8
第二章 单粒子系统与路径积分	10
2.1 半经典图像和路径积分	10
2.1.1 粒子的传播函数	10
2.1.2 传播函数的路径积分表示	12
2.1.3 配分函数的路径积分表示	15
2.1.4 计算路径积分	16
2.2 线性响应和关联函数	19
2.2.1 线性响应和关联函数	20
2.2.2 有效理论	26
2.2.3 关联函数之间的关系	28
2.3 量子自旋的路径积分公式和贝里相	34
2.4 路径积分公式的应用	39
2.4.1 透过势垒的隧穿	39
2.4.2 亚稳态的命运	42
2.4.3 摩擦的量子理论	45
2.4.4 RCL 电路的量子理论	49
2.4.5 耗散与涨落之间的关系	54

第三章 相互作用的玻色子系统	57
3.1 自由玻色子系统和二次量子化	57
3.2 超流体的平均场理论	60
3.3 相互作用玻色子系统的路径积分方法	64
3.3.1 相互作用玻色子系统的路径积分表示	64
3.3.2 相变和自发对称破缺	65
3.3.3 低能集体激发和低能有效理论	66
3.3.4 波也是粒子	69
3.3.5 超流体的玩具宇宙	70
3.3.6 自发对称破缺和无能隙激发	71
3.3.7 对有限系统中的自发对称破缺的理解	72
3.3.8 低维超流相	75
3.3.9 有限温度的超流相	80
3.3.10 Kosterlitz-Thouless 相变	81
3.3.11 不可忽微扰与可忽微扰	84
3.3.12 重正化群	85
3.3.13 在量子玻色子超流体中的零温度 KT 相变	90
3.4 超流性和超导性	93
3.4.1 与规范场耦合和守恒电流	93
3.4.2 电流关联函数和电磁场响应	95
3.4.3 超流性与有限温度效应	99
3.4.4 隧穿和约瑟芬效应	102
3.4.5 Anderson-Higgs 机制和在有限温度的自由能	104
3.5 热势的微扰计算	110
第四章 自由费米系统	113
4.1 多费米系统	113
4.1.1 什么是费米子?	113
4.1.2 马约拉纳 (Majorana) 费米子	117
4.1.3 跃迁算符的统计代数	118
4.2 自由费米子格林函数	120
4.2.1 时序关联函数	120
4.2.2 等空间格林函数和隧穿	123
4.2.3 费米子谱函数	125
4.2.4 等时格林函数和费米面的形状	128
4.3 二体关联函数和线性响应	129

4.3.1	密度 — 密度关联函数	130
4.3.2	流算符	135
4.3.3	流关联函数	137
4.3.4	轨道抗磁磁化率	137
4.3.5	其他二体关联函数	139
4.3.6	附录: 一些详细计算	140
4.4	绝缘体的线性响应和量子化霍尔电导	141
4.4.1	附录: $ \theta\rangle$ 的周期结构和 K 的量子化	145
第五章	相互作用费米系统	147
5.1	正交性突变和 X 射线谱	147
5.1.1	物理模型	147
5.1.2	正交性突变的物理过程	148
5.1.3	流体方法 (玻色化)	150
5.1.4	用流体力学方法讨论正交性突变	152
5.1.5	对于费米系统的直接计算	155
5.2	哈特里 — 福克近似	157
5.2.1	基态能量和铁磁相变	157
5.2.2	哈特里 — 福克近似中的激发谱	159
5.3	朗道费米液体理论	161
5.3.1	基本假设及其结论	161
5.4	费米液体的流体力学理论	164
5.4.1	费米液体的量子玻尔兹曼方程	164
5.4.2	费米液体的流体力学方程	165
5.4.3	费米液体理论的精髓	169
5.5	微扰理论和费米液体理论的正确性	170
5.5.1	费米子的路径积分和微扰理论	170
5.5.2	自能和两体相互作用	174
5.5.3	随机相近似 (简称 RPA) 和有效势	177
5.5.4	朗道费米液体理论的正确性	179
5.6	对称性破缺相和自旋密度波态	180
5.6.1	线性响应和不稳定性	180
5.6.2	SDW 态的平均场方法	183
5.6.3	SDW 态的变分方法	186
5.6.4	附录: 一些详细计算	187
5.7	非线性 σ 模型	189

5.7.1	SDW 态的非线性 σ 模型	189
5.7.2	长程有序的稳定性	192
5.7.3	量子数和低能激发	196
5.7.4	SDW 的量子无序态和大 N 方法	197
第六章	量子规范理论	202
6.1	简单规范理论	202
6.1.1	规范“对称性”和规范“对称性”破缺	202
6.1.2	没有规范场的规范理论	203
6.2	Z_2 格点规范理论	204
6.2.1	希尔伯特空间	204
6.2.2	哈密顿量	206
6.2.3	物理性质	207
6.3	1+2D 中的 $U(1)$ 规范理论和 XY 模型	209
6.3.1	1+2D 中 $U(1)$ 规范理论和 XY 模型之间的对偶性	209
6.3.2	1+2D 中紧致 $U(1)$ 规范理论的禁闭	214
6.4	量子 $U(1)$ 格点规范理论	216
6.4.1	$U(1)$ 格点规范理论的拉格朗日量	216
6.4.2	$U(1)$ 格点规范理论的哈密顿量	218
6.4.3	$U(1)$ 格点规范理论的库仑相和禁闭相	220
第七章	量子霍尔态理论	223
7.1	量子霍尔效应	223
7.1.1	阿哈罗诺夫 - 玻姆效应 —— 非接触偏转粒子	223
7.1.2	具有硬核条件和分数统计的自由粒子	225
7.1.3	整数量子霍尔效应	228
7.1.4	分数量子霍尔效应	232
7.1.5	具有分数电荷和分数统计的准粒子	234
7.1.6	叠代 FQH 态 —— Laughlin 理论的推广	237
7.2	FQH 液体的有效理论	237
7.2.1	Laughlin 态的有效理论	238
7.2.2	有效理论中的电子和准粒子激发	239
7.2.3	叠代 FQH 态的有效理论	241
7.2.4	多层 FQH 态的有效理论	246
7.3	FQH 液体中的边缘激发	249
7.3.1	IQH 边缘态的费米液体理论	250

7.3.2	流体力学方法 —— $1/m$ Laughlin 态	251
7.3.3	边缘激发的微观理论	254
7.3.4	流体力学方法 —— $2/5$ 和 $2/3$ 态	258
7.3.5	体有效理论和边缘态	261
7.3.6	带电激发和电子传播函数	264
7.3.7	手征 Luttinger 液体的唯象结果	266
第八章	超越朗道理论的拓扑序和量子序	269
8.1	物质的态和序的概念	270
8.2	FQH 态中的拓扑序	271
8.2.1	拓扑序的特性描述	274
8.2.2	拓扑序的分类	276
8.2.3	边缘激发 —— 测量拓扑序的一个实际方法	277
8.3	量子序	278
8.3.1	量子相变和量子序	280
8.3.2	自由费米系统中的量子序和量子相变	280
8.4	序的一种新的分类	281
第九章	自旋液体的平均场理论和量子序	283
9.1	投影构建量子自旋液体态	284
9.1.1	自旋液体态的平均场理论	284
9.1.2	信还是不信	287
9.1.3	二聚态	289
9.1.4	π 通量态	290
9.1.5	怎样使 $U(1)$ 规范玻色子得到能隙	293
9.1.6	手征自旋液体	295
9.2	$SU(2)$ 投影构建	298
9.2.1	隐藏的 $SU(2)$ 规范结构	298
9.2.2	$SU(2)$ 规范涨落的动力学性质	303
9.2.3	来自平移不变拟设的稳定 Z_2 自旋液体	306
9.2.4	Z_2 自旋液体中的 Z_2 涡漩	310
9.2.5	无能隙 Z_2 自旋液体	311
9.2.6	附录: 平均场理论中的时间反演变换	313
9.3	刚性自旋液体态中的拓扑序	313
9.4	对称自旋液体中的量子序	316
9.4.1	量子序和普适性质	317

9.4.2	投影对称群	318
9.4.3	对称 Z_2 自旋液体的分类	320
9.4.4	Z_2 和 $U(1)$ PSG 及其拟设	323
9.4.5	附录: 对称 $U(1)$ 和 $SU(2)$ 自旋液体的分类	326
9.5	没有对称破缺的连续相变	329
9.6	对称自旋液体一览	331
9.6.1	$U(1)$ 线性自旋液体附近的对称自旋液体	331
9.6.2	$SU(2)$ 自旋液体附近一种奇怪的对称自旋液体	335
9.7	量子序的物理测量	337
9.8	大 N 极限下 J_1 - J_2 模型的相图	340
9.8.1	大 N 极限	340
9.8.2	$SP(2N)$ 模型的相图	343
9.9	量子序和平均场自旋液体的稳定性	344
9.9.1	PSG —— 量子相的普适性质	345
9.9.2	刚性自旋液体	346
9.9.3	玻色自旋液体	346
9.9.4	费米自旋液体	346
9.9.5	代数自旋液体	347
9.10	量子序和无能隙规范玻色子及费米子	347
9.10.1	PSG 和无能隙规范玻色子	348
9.10.2	PSG 和无能隙费米子	349
第十章	弦网凝聚 —— 光与费米子的起源	352
10.1	局域玻色模型和量子弦网模型	354
10.2	投影构建得到的一个严格可解模型	355
10.2.1	构建严格可解模型	355
10.2.2	严格的本征态和拓扑简并基态	358
10.2.3	基态的 PSG 标识法	359
10.3	在正方晶格上的 Z_2 自旋液体和弦网凝聚	361
10.3.1	用闭弦网凝聚构建哈密顿量	361
10.3.2	弦网凝聚和低能有效理论	364
10.3.3	三种类型的弦和演生的费米子	365
10.4	用 PSG 对不同的弦网凝聚分类	366
10.4.1	四类弦网凝聚	366
10.4.2	PSG 和凝聚弦的末端	368
10.4.3	用 PSG 对不同的弦网凝聚分类	370

10.4.4	T3 弦末端的 PSG	371
10.5	演生的费米子和立方晶格上的弦网凝聚	373
10.5.1	立方晶格上的严格可解自旋 $3/2$ 模型	373
10.5.2	弦算符和闭弦网凝聚	375
10.5.3	开弦的末端是费米子	377
10.6	量子转子模型和 $U(1)$ 晶格规范理论	378
10.6.1	四转子系统	379
10.6.2	量子转子模型和人造光	382
10.6.3	演生的量子序	385
10.6.4	人造光和人造荷的弦网理论	386
10.6.5	2D 与 3D 转子系统的物理性质	389
10.7	从 $SU(N_f)$ 自旋模型演生的光和电子	390
10.7.1	立方晶格上的 $SU(N_f)$ 自旋模型	391
10.7.2	$SU(N_f)$ 模型的基态	391
10.7.3	$SU(N_f)$ 模型的低能动力学性质	393
10.7.4	附录: 关于规范理论和费米统计的一些历史评论	395
	参考文献	398
	索 引	404

Contents

1	Introduction	1
1.1	Condensed matter physics and high energy physics	1
1.2	Origin of “elementary” particles and origin of the “beauty” of physics laws	2
1.3	Two corner stones of condensed matter physics	4
1.4	Topological order and quantum order	5
1.5	Origin of light and fermions	6
1.6	Novelty is more important than correctness	7
1.7	Remarks: Evolution of the concept of elementary particles	8
2	One-particle Systems	10
2.1	Semi-classical picture and path integral	10
2.1.1	Propagator of a particle	10
2.1.2	Path integral representation of the propagator	12
2.1.3	Path integral representation of partition function	15
2.1.4	Evaluation of path integral	16
2.2	Linear responses and correlation functions	19
2.2.1	Linear responses and responses functions	20
2.2.2	Effective theory	26
2.2.3	Relation between correlation functions	28
2.3	Path integral formulation of a quantum spin and the Berry’s phase	34
2.4	Applications of path-integral formulation	39
2.4.1	Tunneling through a barrier	39
2.4.2	Fate of meta-stable state	42
2.4.3	Quantum theory of friction	45
2.4.4	Quantum theory of RCL circuit	49
2.4.5	Relation between dissipation and fluctuation	54
3	Interacting Boson Systems	57
3.1	Free boson systems and second quantization	57
3.2	Mean-field theory of superfluid	60
3.3	Path integral approach to interacting boson systems	64
3.3.1	Path integral representation of interacting boson systems	64

3.3.2	Phase transition and spontaneous symmetry breaking	65
3.3.3	Low energy collective excitations and low energy effective theory	66
3.3.4	Waves are particles	69
3.3.5	Superfluid as a toy universe	70
3.3.6	Spontaneous symmetry breaking and gapless excitations	71
3.3.7	Understanding spontaneous symmetry breaking in large finite systems	72
3.3.8	Superfluid phase in low dimensions	75
3.3.9	Superfluid phase at finite temperatures	80
3.3.10	Kosterlitz-Thouless transition	81
3.3.11	Relevant and irrelevant perturbations	84
3.3.12	Renormalization group	85
3.3.13	Zero temperature KT transition in quantum boson superfluids	90
3.4	Superfluidity and superconductivity	93
3.4.1	Coupling to gauge field and conserved current	93
3.4.2	Current correlation functions and electromagnetic responses	95
3.4.3	Superfluidity and finite temperature effects	99
3.4.4	Tunneling and Josephson effects	102
3.4.5	Anderson-Higgs mechanism and free energy at finite temperatures	
Anderson- Higgs	104
3.5	Perturbative calculation of thermal potential	110
4	Free Fermion Systems	113
4.1	Many-fermion systems	113
4.1.1	What are fermions?	113
4.1.2	Majorana fermions	117
4.1.3	Statistical algebra of hopping operators	118
4.2	Free fermion Green's function	120
4.2.1	Time-ordered correlation function	120
4.2.2	Equal-space Green's function and tunneling	123
4.2.3	Fermion spectral function	125
4.2.4	Equal-time Green's function and shape of Fermi surface	128
4.3	Two-body correlation functions and linear responses	129
4.3.1	Density-density correlation functions	130
4.3.2	Current operator	135
4.3.3	Current correlation functions	137
4.3.4	Orbital diamagnetic susceptibility	137

4.3.5	Other two-body correlation functions	139
4.3.6	Appendix: some calculation details	140
4.4	Quantized Hall conductance in insulators	141
4.4.1	Appendix: Periodic structure of $ \theta\rangle$ and quantization of K	145
5	Interacting Fermion Systems	147
5.1	Orthogonality catastrophe and X-ray spectrum	147
5.1.1	Physical model	147
5.1.2	The physics of orthogonality catastrophe	148
5.1.3	Hydrodynamic approach (bosonization)	150
5.1.4	Orthogonality catastrophe from the hydrodynamic approach	152
5.1.5	Direct calculation for fermion systems	155
5.2	Hartree-Fock approximation	157
5.2.1	Ground state energy and ferromagnetic transition	157
5.2.2	Spectrum of excitations in Hartree-Fock approximation	159
5.3	Landau Fermi liquid theory	161
5.3.1	Basic assumptions and their consequences	161
5.4	Hydrodynamical theory of Fermi liquid	164
5.4.1	Quantum Boltzmann equation of Fermi liquid	164
5.4.2	Hydrodynamical equation of Fermi liquid	165
5.4.3	The essence of the Fermi liquid theory	169
5.5	Perturbation theory and validity of Fermi liquid theory	170
5.5.1	Path integral and perturbation theory for fermions	170
5.5.2	Self energy and two-body interaction	174
5.5.3	Random Phase Approximation (RPA) and effective potential	177
5.5.4	Justification of Landau Fermi liquid theory	179
5.6	Symmetry breaking phase and spin-density-wave state	180
5.6.1	Linear responses and instabilities	180
5.6.2	Mean-field approach of SDW state	183
5.6.3	Variational approach of SDW state	186
5.6.4	Appendix: some calculation details	187
5.7	Non-linear σ -model	189
5.7.1	Non-linear σ -model for SDW state	189
5.7.2	Stability of long range orders	192
5.7.3	Quantum numbers and low energy excitations	196
5.7.4	Quantum disordered SDW state and large N approach	197