北京四中
高考考生考前疑难问答笔录

傅以伟 编著

数学

首都师范大学出版社

责任编辑：杜进富

封面设计：郑 珐

ISBN 7-81064-010-0
9 787810 640107 >

ISBN 7-81064-010-O/G · 835

定价：14.00 元

北京四中

高考考生考前疑难问答笔录

数学

傅以伟　编著

首都师范大学出版社

（京）新 208 号

图书在版编目（CIP）数据

北京四中高考考生考前疑难问答笔录：数学/傅以伟编著．—北京：首都师范大学出版社，1999.1

ISBN 7-81064-010-0

Ⅰ．北… Ⅱ．傅… Ⅲ．数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ．G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 32082 号

BEIJING SIZHONG GAOKAO KAOSHENG KAOQIAN
YINAN WENDA BILU・SHUXUE

北京四中高考考生考前疑难问答笔录・数学

首都师范大学出版社

（北京西三环北路 105 号　邮政编码 100037）

北京昌平兴华印刷厂印刷　全国新华书店经销

1999 年 1 月第 1 版　1999 年 1 月第 1 次印刷

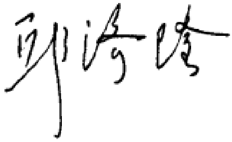
开本 850×1168　1/32　印张 12.5

字数 317 千　印数 00,001～20,000 册

定价 14.00 元

《北京四中高考考生考前疑难问答笔录》

序



北京四中是一所既坚持继承发扬优良传统，又勇于改革创新的一所著名中学。正因为她使继承优良传统与改革创新和谐地结合在一起，因而使得她的教学质量不断得以提高，并始终稳定在较高的水平上。为此北京四中在国内外享有盛誉，这所历史名校仍显示出青春的活力。

在北京四中的办学实践中，我体会到一点，若用数学公式来表达的话，即教学质量＝（教师的努力程度＋学生的努力程度）×教学艺术。“教学艺术”在此是个系数，可见教师的教学艺术在提高教学质量的过程中，起着多么重要的作用。

教师的教学艺术是教师的素质、水平的重要表现。教师的教学艺术其所涵盖的内容是非常丰富的，然而我认为：教师教学艺术中最重要的一点，即是教学的针对性。教学的针对性是指教师的教是针对学生中存在的问题而言。我们俗话说“教与学要对上口径”就是这个意思。教学中的针对性越强，教学效率就越高，教学质量也必然越高。否则，必然反之。没有教学的针对性，也谈不上教师

的点拨作用。要提高教学的针对性，就必须准确地“诊断”出学生问题所在，然后便可“下药”治病。

我以为：《北京四中高考考生考前疑难问答笔录》这套书突出特点就是针对性极强。学生的问题应是教师在平时教学中最重要的依据之一。本套书中学生的问题，都是我校有丰富教学经验的教师平时积累起来的，学生的疑难问题，正反映了学生的实际，我想：很多高中的学生在看此套书时，会感到书中所提出的这些问题，也正是自己存在的问题。对于每一个学生来说，每解决一个问题，自己的学习就必然前进一步，学习的成绩也必然会得到提高。我见过很多在市面上出售的关于高考复习的书，很多书质量不高，其通病是细而全，但针对性不强。因此，多年以前，我就萌生出一个想法：出一套书，不要追求知识点的完整，而是要追求针对学生的问题。现在看来，由于《北京四中高考考生考前疑难问答笔录》这套书的出版，我的愿望可以实现了。

我认为：这套书不仅对广大学生有益，就是对很多教师也是有益的。因为广大教师对于我们教授的对象——学生，更加了解，更清楚学生的疑难问题在何处，我们教学的针对性就会大大增强，教师的教学艺术水平也就会得到大大提高，从而必然带来教学质量的提高。

以上是我个人的一点看法，以此作为本套书的序言。有不妥之处，欢迎诸位批评指正！

北京四中校长

编写说明

1. 北京四中在全国享有声誉；北京四中学生多为同龄人中之佼佼者。其高考考生每年升入北大、清华两所名校的比例就占到50%之多。对于北京四中高考考生的指导教师来说，他们的经验经过多年的积累与沉淀，变得十分珍贵和有效。在这新旧世纪之交的时候，将其整理出来，以馈读者，显得格外有意义。

2. 在每年的高考备考工作期间，我们都要接受来自四中高考考生的大量提问，接触到各类形形色色的问题，其中有不少问题具有相当的质量，既有一定的深度，又具有启发性和普遍性的特点。对其给予重视，确能提高备考质量，收到实效。

3. 本丛书力求反映上述这些特点，把我们多年指导北京四中高考考生应试所积累的经验与我们对高考各科的命题特点与测试规律所进行的长时间的跟踪研究结合起来；追求规范性、准确性、科学性、风格的逼真与统一性等效果，全面演绎高考各科试题，力求向高考考生提供最为生动的，前瞻性极强的高考应试指导用书。

4. 该丛书以高考试题结构为框架，以全真高考试题为本，尽可能全面地收录那些对高考考生造成很大困惑的典型疑难，并对高考试题作了全面分类和归纳；该丛书在为数不少的地方都提出了自己与众不同的对于各科高考的预测性的意见，这是该套书最值得珍视的部分。

5. 该丛书的一个显著特点在于她的友好性：通过分析高考考生考前疑难的典型特点，细致地介绍各科高考的命题规律、题型特点、知识结构、解题方法与思维过程。这种将设问、测试、解题、热身等诸多功能融为一体，重视从具体到抽象的认识过程的做法对高考考生的帮助是显而易见的。

6. 该丛书的另一特色在于在分析产生这些问题的原因，指出如何解决这些问题的具体途径的同时，提供补救的具体方法，系统地反映各科高考测试的特点和要点，具有很强的针对性。

7. 该丛书内容翔实、丰富，问题捕捉准确，独特的解题方法与演示艺术又随处可见，使得该丛书成为高考考前较为理想的备考用书。

8. 本丛书在编写的过程中，得到了学校领导的热忱鼓励和支持，在此深表感谢。

1998 年 9 月 20 日

目　　录

第一章　集合与函数

问 1　已知集合 $A=\{x|x^2-3x-10<0\}$，$B=\{x|x-b>0\}$，$C=\{x||x-c|<1\}$，$D=\{x||x+1|<d\}$. 设全集 $I=R$，b、c、$d\in R$.

求　(1)$A\cap B$　(2)$A\cap C$　(3)$A\cap D$　(4)$\overline{A}\cap D$

答 1　(1)化简 $A=(-2,5)$，$B=(b,+\infty)$.

$\therefore$　当 $b\leqslant-2$ 时，$A\cap B=(-2,5)$

当 $-2<b<5$ 时，$A\cap B=(b,5)$

当 $b\geqslant5$ 时，$A\cap B=\varnothing$.

(2)化简 $C=(c-1,c+1)$即数轴上长度为 2 而不包括端点的区间.

$\therefore$　当 $c+1\leqslant-2$ 即 $c<-3$ 时，$A\cap C=\varnothing$.

当$\begin{cases}c+1>-2\\c-1\leqslant-2\end{cases}$ 即 $-3<c\leqslant-1$ 时，$A\cap C=(-2,c+1)$

当$\begin{cases}c-1>-2\\c+1\leqslant5\end{cases}$ 即 $-1<c\leqslant4$ 时，$A\cap C=C$

当$\begin{cases}c+1>5\\c-1\leqslant5\end{cases}$ 即 $4<c\leqslant6$ 时，$A\cap C=(c-1,5)$

当 $c-1>5$　即　$c>6$ 时，$A\cap C=\varnothing$.

(3)当 $d\leqslant0$ 时，$D=\varnothing$. $\therefore$　$A\cap D=\varnothing$.

当 $d>0$ 时，$D=(-1-d,-1+d)$是数轴上以 -1 对应点为中心，长度为 $2d$ 而不包含端点的开区间，

$\therefore$　当 $-1-d\geqslant-2$，$0<d\leqslant1$ 时，$A\cap D=D=(-1-d,-1+d)$

当$\begin{cases}-1-d<2\\-1+d\leqslant5\end{cases}$ 即　$1<d\leqslant6$ 时，$A\cap D=(-2,-1+d)$

当 $-1+d>5$ 即 $d>6$ 时，$A\cap D=A=(-2,5)$

(4)$\overline{A}=(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$

当 $d\leqslant 0$ 时，$D=\varnothing$，显然有 $\overline{A}\cap D=\varnothing$

当 $-1-d\geqslant -2$ 即 $0<d\leqslant 1$ 时 $\overline{A}\cap D=\varnothing$.

当 $\begin{cases}-1-d<-2\\-1+d\leqslant 5\end{cases}$ 即 $1<d\leqslant 6$ 时，$\overline{A}\cap D=(-1-d,-2)$

当 $-1+d>5$ 即 $d>6$ 时，

$A\cap D=(-1-d,-2)\cup(5,-1+d)$.

【讲析】 解此类问题，首先要将每个集合化简，并了解其几何意义. 因为它们都是实数集 R 的子集. 因此可通过画数轴表示出它们间的关系（请读者完成这一步）. 此外涉及字母表示数的问题，需注意进行分类讨论. 例如集合 D 表示不等式 $|x+1|<d$ 的解集，当 $d\leqslant 0$ 时为空集，这一点常被人们所忽略而造成错误.

问 2 (1)已知 $A=\{y|y=x^2-1\}$，$B=\{y|x-y-1=0\}$，说 $A\cap B=\{(0,-1),(1,0)\}$为什么不对？

(2)设 $A=\{y|y=\dfrac{x+1}{x-1},x\in R$ 且 $x\neq 1\}$，$B=\{y|y=x^2+x+1,x\in R\}$，则 $A\cap B=$______.

答 2 (1)集合 A 与 B 均为实数集的子集，它们的元素均为实数，而不是点. A 表示函数 $y=x^2-1$ 的值域，B 表示方程 $x-y-1=0$ 中 y 的取值范围. ∴ $A=[-1,+\infty)$，$B=R$，故 $A\cap B=[-1,+\infty)$.

【讲析】 之所以有的同学得出 $A\cap B=\{(0,1),(1,0)\}$是因为他们误认为 A 的意义是函数 $y=x^2-1$ 的图象，把 B 误认为是直线 $x-y-1=0$，从而就误认为 $A\cap B$ 就是抛物线与直线的两个交点. 可见有关集合的问题，首先应看清集合的元素是什么，其意义又是怎样的，而不能马虎、图于表面现象.

(2)通过(1)记取教训，即 A 是函数 $y=\dfrac{x+1}{x-1}$的值域，$y=\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{x-1}{x-1}+\dfrac{2}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}\neq 1$，即其值域为$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，

而 B 是函数 $y=x^2+x+1$ 的值域$[\frac{3}{4},+\infty)$，故 $A\cap B=[\frac{3}{4},1)\cup(1,+\infty)$.

问 3 求下列各函数的定义域

(1)$y=\dfrac{\sqrt{1-\frac{2}{3}|x|}}{\log_a(x+1)}+(x-1)^0$ （其中 $a>0,a\neq 1$）

(2)$y=\log_a(27-6x-x^2)+\sqrt{\sin x}$

答 3 (1)$(-1,0)\cup(0,1)\cup(1,\frac{3}{2}]$

(2)$[-2\pi,-\pi]\cup[0,3)$.

【讲析】 求用解析式表达的函数的定义域，通常要考虑到以下约束条件：分式的分母不能为 0；偶次根式的被开方式应为非负数，对数的真数应为正数；零指数和负指数的底数不能为 0 等，由此

(1)的定义域决定于以下不等式组

$$\begin{cases}1-\frac{2}{3}|x|\geqslant 0\\ \log_a(x+1)\neq 0\\ x+1>0\\ x-1\neq 0\end{cases}$$ 解之即可.

(2)的定义域决定于不等式组

$$\begin{cases}27-6x-x^2>0\\ \sin x\geqslant 0\end{cases}$$

即 $$\begin{cases}-9<x<3\\ 2k\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\pi，其中 k\in Z\end{cases}$$

对第二个不等式应对 k 赋值而后与 $-9<x<3$ 再取交集，最后得出结果.

问 4 若 $f(x)$ 的定义域为$[1,3)$，

(1)求 $f(x^2-1)$ 的定义域

(2)求 $f[\lg(x-1)]$ 的定义域

(3)求 $F(x)=f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域，其中 $a\in R^+$.

答 4　(1)令 $1\leqslant x^2-1<3$　得 $2\leqslant x^2<4$，∴　$\sqrt{2}\leqslant|x|<2$.

∴　$f(x^2-1)$ 的定义域为 $(-2,-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2},2)$.

(2)令 $1\leqslant\lg(x-1)<3$　得 $10\leqslant x-1<1000$

∴　$11\leqslant x<1001$，故 $f[\lg(x-1)]$ 的定义域为 $[11,1001]$.

(3) $\begin{cases}1\leqslant x+a<3\\1\leqslant x-a<3\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}1-a\leqslant x<3-a\\a+1\leqslant x<a+3\end{cases}$

当 $a\geqslant1$ 时，$3-a<a+1$　上不等式组无解，

故此时函数无意义.

当 $0<a<1$ 时，$3-a>a+1$ 且 $1-a<1+a$，$3-a<3+a$，∴ 此时函数定义域为 $[a+1,3-a)$

【讲析】 本题属于由已知函数的定义域，求复合函数的定义域问题. $f(x)$ 的定义域为 $[1,3)$ 的含义就是，当且仅当 $m\in[1,3)$ 时，$f(m)$ 有意义.

而 $f(x^2-1)$ 的定义域指使得 $x^2-1\in[1,3)$ 的 x 的取值的集合；$f[\lg(x-1)]$ 的定义域就是使得 $\lg(x-1)\in[1,3)$ 的 x 的取值的集合；至于 $F(x)=f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域，就需求出使 $f(x+a)$ 和 $f(x-a)$ 同时有意义的 x 的取值的集合，因此就需求出使 $x+a\in[1,3)$ 且 $x-a\in[1,3)$ 都有意义的 x 取值的集合.

问 5　当 $a>0,a\neq1,b>0,b\neq1$ 且 $a\neq b,k\in R$ 时，求函数 $y=\log_2(a^x-k\cdot b^x)$ 的定义域.

答 5　函数定义域由 $a^x-k\cdot b^x>0$ 决定.

①当 $k\leqslant0$ 时，对任意 $x\in R$，$a^x-k\cdot b^x>0$ 恒成立，∴　此时，定义域为 R.

②当 $k>0$ 时，$a^x-k\cdot b^x>0$ 等价于 $\left(\frac{a}{b}\right)^x>k$.

∴　当 $a>b$ 时，$x>\dfrac{\lg k}{\lg\frac{a}{b}}$，定义域为 $\left(\dfrac{\lg k}{\lg a-\lg b},+\infty\right)$，

当 $a<b$ 时，$x<\dfrac{\lg k}{\lg \dfrac{a}{b}}$，定义域为$\left(-\infty,\dfrac{\lg k}{\lg a-\lg b}\right)$

【讲析】 由指数函数性质可知 $a^x>0, b^x>0$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，∴ 当 $k\leqslant 0$ 时，$a^x-k\cdot b^x>0$ 恒成立.

当 $k>0$ 时，需对 a、b 的大小即 $\dfrac{a}{b}$ 是否大于 1 进行讨论，因为此时求x的范围，需要取对数，可取常用对数（如上），则需考虑 $\lg\dfrac{a}{b}$ 的正负；也可取以 $\dfrac{a}{b}$ 为底的对数，则需考虑对数的增减性，因此都需考虑 $a>b>0$ 还是 $0<a<b$.

问 6 若 $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x-4}}{ax^2+4ax+3}$ 的定义域为 R，试确定实数 a 的取值范围.

答 6 $a=0$ 时满足条件.

$a\neq 0$ 时，只需 $\Delta=(4a)^2-12a<0$ 即 $0<a<\dfrac{3}{4}$.

综上，结论为 $0\leqslant a<\dfrac{3}{4}$.

【讲析】 欲使函数定义域为 R，只需其分母 $ax^2+4ax+3$ 恒不为 0. 不能把 $ax^2+4ax+3$ 看作是 x 的二次三项式，∵ $a=0$ 时，此式不是二次式，但恒为 $3\neq 0$，故 $a=0$ 时，函数定义域为 R；而当 $a\neq 0$ 时，要使 $ax^2+4ax+3$ 恒不为 0，则只需该二次三项式无实根，即其判别式 $\Delta<0$.

问 7 已知 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$.

求(1) $f(x)$ (2)$f(3x-2)$.

答 7 (1)∵ $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2$.

∴ $f(x)=x^2-2$，又∵ $\left|x+\dfrac{1}{x}\right|\geqslant 2$

∴ $f(x)=x^2-2 \quad (|x|\geqslant 2)$

(2)$f(3x-2)=(3x-2)^2-2 \quad (|3x-2|\geqslant 2)$.

即　$f(3x-2)=9x^2-12x+2\quad\left(x\leqslant 0\text{ 或 }x\geqslant\frac{4}{3}\right)$

【讲析】 本题属于已知复合函数式，求原来的函数式，及已知函数式求复合函数式的问题. 值得注意的，根据函数的两要素(定义域和对应法则)的要求，不但要求出解析式，还需写出定义域.

由复合函数，求原来函数式的方法之一是(1)的情况，把 $f\left(x+\frac{1}{x}\right)$ 的表达式重新整理为 $x+\frac{1}{x}$ 为元的解析式而后换元即可.

此外还经常采取的换元的方法来求解，例如已知 $f(3x-1)=x^2-4x-1$，求 $f(x)$，其方法是：设 $t=3x-1$，则 $x=\frac{1}{3}(t+1)$，代回原式得 $f(t)=\left(\frac{t+1}{3}\right)^2-4\cdot\left(\frac{t+1}{3}\right)-1=\frac{1}{9}t^2-\frac{2}{3}t-\frac{20}{9}$，从而得出 $f(x)=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{20}{9}$，即为所求的 $f(x)$ 的解析式，至于其定义域显然应为 R.

问 8　按下列所给条件，求 $f(x)$.

(1) $f(3x-2)=x^2-x-1$

(2) $f(2^x)=x^2-x-1$.

答 8　(1)令 $t=3x-2$，则 $x=\frac{t+2}{3}$.

$\therefore\quad f(t)=\left(\frac{t+2}{3}\right)^2-\frac{t+2}{3}-1=\frac{1}{9}t^2+\frac{1}{9}t-\frac{11}{9}$

$\therefore\quad f(x)=\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{9}x-\frac{11}{9}$　(其中 $x\in R$)

(2)设 $t=2^x$　则 $x=\log_2 t$，显然 $t>0$.

则 $f(t)=(\log_2 t)^2-\log_2 t-1$

$\therefore\quad f(x)=\log_2^2 x-\log_2 x-1$.(其中 $x>0$)

【讲析】 注意 $f(x)$ 中的 x，就是 $f(t)$ 中的 t，而与条件中 $f(2^x)$ 中的 x 是不同的.

问 9　求下列各函数的值域.

(1) $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$

(2) $y=\log_{\frac{1}{2}}(3x-5), x\in[2,5)$

(3) $y=-2x^2-3x-4$

(4) $y=-2x^2-3x-4 \quad x\in[-3,-1]$

(5) $y=-2x^2-3x-4 \quad x\in[-2,1]$

(6) $y=2x+\dfrac{1}{x}$

(7) $y=\dfrac{2x^2-1}{x-1}$

(8) $y=\dfrac{x-1}{2x^2-1}$

(9) $y=\cos 2x-\cos x$

(10) $y=2x-3-\sqrt{13-4x}$

(11) $y=\dfrac{\sin x-3}{2+\sin x}$

(12) $y=\dfrac{\sin x-3}{2+\cos x}$

(13) $y=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

(14) $y=\sqrt{3x}+\sqrt{5-x}$

答 9 (1)变形函数式 $y=\dfrac{3(x-2)+1}{x-2}=3+\dfrac{1}{x-2}$,

显然$\dfrac{1}{x-2}\neq 0$

$\therefore$ 值域为$\{y\mid y\neq 3, y\in R\}$.

也可作如下变形 $(x-2)y=3x-5$.

即$(y-3)x=2y-5$,视为关于 x 的方程,其使方程有解的充要条件是 $y\neq 3$. 故值域为$\{y\mid y\neq 3\}$.

(2) $\because$ $y=\log_{\frac{1}{2}}(3x-5)$ 在$[2,5)$上是单调减函数,$\therefore$ 函数值域为$(\log_{\frac{1}{2}}10, 0]$.

(3)变形函数式 $y=-2\left(x+\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{23}{8}$,则根据实数的基本性质可知其值域为$\left(-\infty,-\dfrac{23}{8}\right]$.

(4) $y=-2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{23}{8}$，$\because$ $-\frac{3}{4}\notin[-3,-1]$，即函数在区间$[-3,-1]$上为单调增函数，故其值域为$[-13,-3]$.

(5) $y=-2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{23}{8}$，$\because$ $-\frac{3}{4}\in[-2,1]$，$\therefore$ 函数在区间$[-2,1]$上不是单调函数，当 $x=-\frac{3}{4}$时，函数取得最大值$-\frac{23}{8}$，当 $x=1$ 时，函数取得最小值-7，故函数的值域为$\left[-7,-\frac{23}{8}\right]$.

(6)显然 $x\neq0$.

当 $x>0$ 时，$2x+\frac{1}{x}\geqslant2\sqrt{2x\cdot\frac{1}{x}}=2\sqrt{2}$，当且仅当 $2x=\frac{1}{x}$，即 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$时取等号，$\therefore$ 此时 $y\geqslant2\sqrt{2}$.

当 $x<0$ 时，$-2x+\frac{1}{-x}\geqslant2\sqrt{2}$，当且仅当 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$时取等号，$\therefore$ 此时 $y\leqslant-2\sqrt{2}$.

综上可知函数值域为$(-\infty,-2\sqrt{2}]\cup[2\sqrt{2},+\infty)$.

(7) $x\neq1$，变形函数式 $y=\frac{2x(x-1)+2x-2+1}{x-1}=2x+2+\frac{1}{x-1}=2(x-1)+\frac{1}{x-1}+4$

当 $x>1$ 时，$2(x-1)+\frac{1}{x-1}+4\geqslant4+2\sqrt{2}$，当且仅当 $x-1=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 即 $x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$时，取等号.

当 $x<1$ 时，$2(x-1)+\frac{1}{x-1}+4\leqslant4-2\sqrt{2}$，当且仅当 $x-1=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 即 $x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$时，取等号.

故函数值域为$(-\infty,4-2\sqrt{2}]\cup[4+2\sqrt{2},+\infty)$.

(8)当 $x=1$ 时，$y=0$.

当 $x\neq 1$ 时，函数式变形为 $y=\dfrac{1}{\dfrac{2x^2-1}{x-1}}$

由 $\dfrac{2x^2-1}{x-1}$ 的值域为 $(-\infty,4-2\sqrt{2}]\cup[4+2\sqrt{2},+\infty)$，

其倒数的取值范围是 $(-\infty,0)\cup\left(\dfrac{1}{4-2\sqrt{2}},+\infty\right)\cup\left(0,\dfrac{1}{4+2\sqrt{2}}\right]$ 又 $\because$ $x=1$ 时，$y=0$，故函数的值域为 $\left(-\infty,\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}\right]\cup\left[\dfrac{2+\sqrt{2}}{4},+\infty\right)$.

(9)变形函数式为 $y=2\cos^2x-\cos x-1=2\left(\cos x-\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{9}{8}$，其中 $\cos x\in[-1,1]$. $\therefore$ 当 $\cos x=\dfrac{1}{4}$ 时，y 取得最小值 $-\dfrac{9}{8}$，当 $\cos x=-1$ 时，y 取得最大值 2.

故函数的值域为 $\left[-\dfrac{9}{8},2\right]$.

(10)用换元法，设 $t=\sqrt{13-4x}$，显然 $t\geqslant 0$，$x=\dfrac{13-t^2}{4}$，$\therefore$ $y=\dfrac{13-t^2}{2}-3-t=-\dfrac{1}{2}(t+1)^2+4$ $\because$ $t\geqslant 0$，$\therefore$ 当 $t=0$ 时，y 取得最大值 $\dfrac{7}{2}$.

故函数值域为 $\left(-\infty,\dfrac{7}{2}\right]$.

(13) $y=\sqrt{(\sqrt{x}+\sqrt{1-x})^2}=\sqrt{x+1-x+2\sqrt{x(1-x)}}$

$$=\sqrt{1+2\sqrt{-x^2+x}}=\sqrt{1+2\sqrt{-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}}}$$

$\because$ $x\in[0,1]$.

$\therefore$ 当 $x=0,1$ 时 y 取得最小值 1.

当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时，y 取得最大值 $\sqrt{2}$.

本题还可利用换元法.