

普通高等教育



“十五”

规划教材

PUTONG
GAODENG JIAOYU
SHIWU
GUIHUA JIAOCAI

信号分析与处理

崔翔 主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

普通高等教育



“十五”

PUTONG

GAODENG JIAOYU

SHIWU

GUIHUA JIAOCAI

规划教材

信号分析与处理

主 编 崔 翔

编 写 张卫东 卢铁兵



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书主要讨论确定性时间信号分析与处理的基本理论和基本方法,包括连续时间信号分析与处理、离散时间信号分析与处理、应用三个部分,但更侧重离散时间信号分析与处理部分。在本书的编写过程中,作者坚持概念清晰、体系严谨、内容够用的编写原则,力争做到密切结合电气工程实际,并通过举例说明基本理论和基本方法在应用中需要注意的问题。

本书适合按 64 学时讲授,最好安排在“积分变换”和“电路原理”等课程结束之后讲授。

本书主要作为电气工程及其自动化、自动化等专业的本科生教材,也可供相关领域的工程技术人员参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号分析与处理/崔翔主编. —北京:中国电力出版社, 2005

普通高等教育“十五”规划教材

ISBN 7-5083-3021-8

I. 信... II. 崔... III. 信号处理-高等学校-教材 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 010736 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2005 年 3 月第一版 2005 年 3 月北京第一次印刷

787 毫米 × 1092 毫米 16 开本 18.75 印张 432 千字

印数 0001—3000 册 定价 28.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)



由中国电力教育协会组织的普通高等教育“十五”规划教材，经过各方的努力与协作，现在陆续出版发行了。这些教材既是有关高等院校教学改革成果的体现，也是各位专家教授丰富的教学经验的结晶。这些教材的出版，必将对培养和造就我国 21 世纪高级专门人才发挥十分重要的作用。

自 1978 年以来，原水利电力部、原能源部、原电力工业部相继规划了一至四轮统编教材，共计出版了各类教材 1000 余种。这些教材在改革开放以来的社会主义经济建设中，为深化教育教学改革，全面推进素质教育，为培养一批批优秀的专业人才，提供了重要保证。原全国高等学校电力、热动、水电类专业教学指导委员会在此间的教材建设工作中，发挥了极其重要的历史性作用。

特别需要指出的是，“九五”期间出版的很多高等学校教材，经过多年的教学实践检验，现在已经成为广泛使用的精品教材。这批教材的出版，对于高等教育教材建设起到了很好的指导和推动作用。同时，我们也应该看到，现用教材中有不少内容陈旧，未能反映当前科技发展的最新成果，不能满足按新的专业目录修订的教学计划和课程设置的需要，而且一些课程的教材可供选择的品种太少。此外，随着电力体制的改革和电力工业的快速发展，对于高级专门人才的需求格局和素质要求也发生了很大变化，新的学科门类也在不断发展。所有这些，都要求我们的高等教育教材建设必须与时俱进，开拓创新，要求我们尽快出版一批内容新、体系新、方法新、手段新，在内容质量上、出版质量上有突破的高水平教材。

根据教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神，“十五”期间普通高等教育教材建设的工作任务就是通过多层次的教材建设，逐步建立起多学科、多类型、多层次、多品种系列配套的教材体系。为此，中国电力教育协会在充分发挥各有关高校学科优势的基础上，组织制订了反映电力行业特点的“十五”教材规划。“十五”规划教材包括修订教材和新编教材。对于原能源部、电力工业部组织原全国高等学校电力、热动、水电类专业教学指导委员会编写出版的第一至四轮全国统编教材、“九五”国家重点教材和其他已出版的各类教材，根据教学需要进行修订。对于新编教材，要求体现电力及相关行业发展对人才素质的要求，反映相关专业科技发展的最新成就和教学内容、课程体系的改革成果，在教材内容和编写体系的选择上不仅要有本学科（专业）的特色，而且注意体现素质教育和创新能力与实践能力的培养，为学生知识、能力、素质协调发展创造条件。考虑到各校办学特色和培养目标不同，同一门课程可以有多种教材供选择使用。上述教材经中国电力教育协会电气工程学科教学委员会、能源动力工程学科教学委员会、电力经济管理学科教学委员会的有关专家评审，推

荐作为高等学校教材。

在“十五”教材规划的组织实施过程中，得到了教育部、国家经贸委、国家电力公司、中国电力企业联合会、有关高等院校和广大教师的大力支持，在此一并表示衷心的感谢。

教材建设是一项长期而艰巨的任务，不可能一蹴而就，需要不断完善。因此，在教材的使用过程中，请大家随时提出宝贵的意见和建议，以便今后修订或增补。（联系方式：100761 北京市宣武区白广路二条1号综合楼9层 中国电力教育协会教材建设办公室 010-63416237）

中国电力教育协会

前言

随着微电子技术和超大规模集成电路技术的迅猛发展,基于微处理器和数字信号处理器的各类检测和控制技术已经被广泛地应用于电气工程。除了那些具有功率要求的连续时间系统(模拟系统)外,越来越多的检测和控制系統开始被离散时间系统(数字系统)所取代。近年来的调查表明,将“信号分析与处理”课程作为电气工程及其自动化、自动化等电气类本科专业的一门专业基础课程已经成为国内高校的共识。为了满足这种需求,教育部高等学校电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会于2004年8月制定出《信号分析与处理课程教学基本要求(报批稿)》。

本书主要讨论确定性时间信号分析与处理的基本理论和基本方法,包括连续时间信号分析与处理、离散时间信号分析与处理、应用三个部分,但更侧重离散时间信号分析与处理。本书分三篇共十一章。第一篇主要讲授连续时间信号分析与处理的基本理论和基本方法,包括连续时间信号分析和连续时间系统分析两章;第二篇主要讲授离散时间信号分析与处理的基本理论和基本方法,包括离散时间信号与离散时间系统、离散时间系统的 z 域分析、离散傅里叶变换、快速傅里叶变换、离散时间系统的基本结构、无限冲激响应数字滤波器设计、有限冲激响应数字滤波器设计等七章;第三篇主要讨论信号分析与处理应用中的若干问题和在电气工程的一些典型应用,包括数字信号处理的实现、数字信号处理的应用两章。本书还以附录形式给出了9个建议的实验。作者希望这样的安排能够使读者对信号分析与处理的全过程建立一个明晰的概念。

对于一些高校电气类本科专业而言,本书第一篇的部分内容可能在“积分变换”和“电路原理”等课程中讲授过,作者认为适当地重复讲授这些内容更有利于本书的学习。同时,需要指出的是,在第一章第三节“非周期信号的频谱”中,通过定义频谱密度函数,重点讨论了傅里叶变换及其基本性质。鉴于傅里叶变换在信号分析与处理中的重要地位,无论对于本书内容的理解,还是对于学生应用信号分析与处理方法解决实际问题,讲授好这部分内容都是至关重要的。需要指出的另外一点是,第二章第四节“系统函数的逼近”既可以在本章讲授,也可以移到第八章中讲授,取决于任课教师的安排。如果学时允许,建议讲授第二章第五节“系统函数的电路实现”,对于电气类本科专业而言,了解一些模拟滤波器的电路实现方法是必要的,当然,这对于更深入地理解数字信号处理技术也是十分有益的。

在本书的编写过程中,作者坚持概念清晰、体系严谨、内容够用的编写原则,力争做到密切结合电气工程,并通过举例说明基本理论和基本方法在应用中需要注意的问题。

本书内容基本覆盖了《信号分析与处理课程教学基本要求(报批稿)》,并结合作者的教学实践和科研体会,扩展了部分内容。本书适合按64学时讲授,最好安排在“积分变换”和“电路原理”等课程结束之后讲授。

经评审,本书被列为普通高等教育“十五”规划教材,由崔翔主编。张卫东编写了第十

章、第十一章和附录，卢铁兵编写了第八章和第九章，其余各章由崔翔编写。

本书承蒙清华大学郑君里教授审阅，并提出许多建设性修改意见和建议，对于保证本书的质量起到了至关重要的作用。华北电力大学电气工程学院有关教师对本书部分内容的选取以及与电气类本科专业课程体系结合等方面提出了很多宝贵意见和建议。华北电力大学教务处和电气工程学院长期给予作者关心和鼓励。本书的编写和教学实践得到了教育部“高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划（2000 - 2005）”的大力支持，中国电力出版社为本书的出版提供了十分有利的条件。在此作者一并表示衷心的感谢。

编写一部合格的教材是一项异常艰巨的工作，需要长期的教学实践和学术积累。通过本书的编写，作者深感力不从心。本书中不够完善乃至缺点和错误之处，敬请使用本书的师生和读者指正。

编 者

2004 年 12 月

目 录

序
前言

第一篇 连续时间信号 分析与处理

第一章 连续时间信号分析	1
第一节 连续时间信号	1
第二节 周期信号的频谱	6
第三节 非周期信号的频谱	18
习题一	30
第二章 连续时间系统分析	34
第一节 线性时不变系统	34
第二节 线性时不变系统的时域分析	37
第三节 线性时不变系统的复频域分析	39
第四节 系统函数的逼近	48
第五节 系统函数的电路实现	56
第六节 连续时间信号的数字处理	63
习题二	65

第二篇 离散时间信号 分析与处理

第三章 离散时间信号与离散时间系统	67
第一节 连续时间信号的离散化	67
第二节 离散时间信号	74
第三节 离散时间系统	79
第四节 常系数线性差分方程的时域解法	83
第五节 离散卷积	88
第六节 离散时间系统的稳定性与因果性	94
习题三	96
第四章 离散时间系统的 z 域分析	98
第一节 Z 变换的定义与收敛域	98
第二节 Z 变换的基本性质	104
第三节 Z 反变换	108
第四节 常系数线性差分方程的 z 域解法	113

第五节	Z 变换与拉普拉斯变换的关系	114
第六节	离散时间系统的系统函数	119
第七节	离散时间系统的频率特性	123
习题四		128
第五章	离散傅里叶变换	131
第一节	离散傅里叶级数	131
第二节	离散傅里叶变换	135
第三节	离散傅里叶变换的基本性质	137
第四节	离散傅里叶变换与 Z 变换的关系	142
第五节	各类傅里叶变换的对应关系	145
习题五		149
第六章	快速傅里叶变换	151
第一节	提高离散傅里叶变换运算速度的基本思路	151
第二节	时间抽取的快速傅里叶变换算法	152
第三节	频率抽取的快速傅里叶变换算法	159
第四节	快速傅里叶反变换算法	163
第五节	离散卷积的快速算法	165
习题六		169
第七章	离散时间系统的基本结构	170
第一节	数字网络的信号流图表示	170
第二节	数字滤波器的分类	172
第三节	无限冲激响应数字滤波器的基本结构	173
第四节	有限冲激响应数字滤波器的基本结构	179
习题七		185
第八章	无限冲激响应数字滤波器设计	187
第一节	利用低通模拟滤波器设计无限冲激响应低通数字滤波器	187
第二节	冲激响应不变法	188
第三节	双线性变换法	193
第四节	频带变换	197
第五节	无限冲激响应数字滤波器设计举例	202
习题八		210
第九章	有限冲激响应数字滤波器设计	212
第一节	线性相位有限冲激响应数字滤波器的条件和性质	212
第二节	窗口法	219
第三节	频率采样法	230
第四节	FIR 数字滤波器与 IIR 数字滤波器的比较	235
习题九		236

第三篇 应 用

第十章	数字信号处理的实现	238
------------	------------------------	-----

第一节	量化误差分析	238
第二节	快速傅里叶变换的软件实现	244
第三节	数字网络的软件实现	248
第四节	通用数字信号处理器	251
习题十		257
第十一章	数字信号处理的应用	259
第一节	引言	259
第二节	周期信号的数字谱分析	260
第三节	非周期信号的数字谱分析	262
第四节	线性时不变系统的频率特性分析	264
第五节	数字滤波在谐波分析中的应用	266
第六节	线性相关及其应用	269
习题十一		274
附录	实验建议	275
实验一	序列的产生与运算	275
实验二	线性时不变离散系统的时域分析	276
实验三	线性时不变离散系统的 z 域分析	277
实验四	离散傅里叶变换及其快速算法	279
实验五	IIR 数字滤波器的设计	280
实验六	FIR 数字滤波器的设计	282
实验七	确定性信号的频谱分析	283
实验八	线性卷积和线性相关的快速算法	285
实验九	基于 DSP 芯片的数字信号处理系统	286
参考文献		288

第一篇 连续时间信号 分析与处理

第一章 连续时间信号分析

本章讨论了连续时间信号的频谱分析方法。首先通过对周期信号的傅里叶级数分析,引出了周期信号的频谱概念;然后通过定义频谱密度函数,给出了傅里叶变换的定义,并研究了傅里叶变换的基本性质;最后应用傅里叶变换研究了非周期信号的频谱。

第一节 连续时间信号

一、信号的描述与分类

信号是信息传输过程的载体,可以是随时间、空间或任何其他独立变量变化的物理量。例如,我们从收音机里听到的悦耳音乐就是经过处理的随时间变化的信号;又如,医生通过查看患者核磁共振断面扫描图像进行医学诊断,这种人身不同位置的断面图像就是随空间变化的信号。一般可以用数学表达式和函数波形(或函数图像)两种方法对信号进行描述。前者具有表达方便、易于运算的特点,适用于那些可以用函数形式表达的信号的描述;而后者具有表达直观、便于理解的特点,适用于那些难以用函数形式表达的复杂信号和测量信号的描述。可以看出,这两种描述信号的方法各有长短,互为补充,在实际应用中均被广泛地采用。

实际应用中的信号是多种多样的,根据信号的不同特点,可以做如下分类:

(1) 一维信号与多维信号。仅随一个自变量变化的信号称为一维信号,而随两个及两个以上自变量变化的信号定义为多维信号。例如,电力系统中非正弦周期电流就是随时间变化的一维信号,而电视图像既随二维平面坐标系的两个坐标变化也随时间变化,构成一个三维信号。

(2) 确定性信号与随机性信号。对于自变量指定值时其函数值确定的信号定义为确定性信号;反之,函数值不确定且具有随机性的信号称为随机性信号,也称为不确定性信号。实际中的信号多是随机性的。这主要是因为信号的产生、传输和接收过程中,信号受到大量不确定性因素的影响。因此,从严格意义上讲,信号都是随机性信号。但是,在一定的条件下,如果这些不确定性因素的影响较小,且可以忽略不计的话,就可以将它们视为确定性信号进行研究。

(3) 周期信号与非周期信号。对于确定性信号,如果信号随自变量周而复始地变化,且无始无终,则称这个信号为周期信号。对于随时间变化的周期信号,有如下性质:

$$f_p(t) = f_p(t + nT) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

式中, T 为满足上式的最小时间间隔,称为周期信号的周期。不具有周期性变化的信号称为非周期信号。为识别方便,本书规定周期信号加下标“ p ”,如 $f_p(t)$;而非周期信号无需加任何下标,如 $f(t)$ 。周期信号与非周期信号是确定性信号分析的基本研究对象。例如,电力系统中的谐波分析就是针对非正弦周期信号而言的,而电力系统故障下的电压和电流就可

以归结为非周期信号进行分析。

(4) 连续信号与离散信号。对于自变量在指定区间内连续变化时, 其信号取值除若干点不连续外都存在确定值的信号称为连续信号。可以看出, 连续信号的自变量是连续的, 其幅值可以是连续的, 也可以在某些自变量取值点上是不连续的。与连续信号不同的是离散信号。离散信号在自变量的指定区间内是离散的, 只是在规定的离散点上给出信号的幅值, 而在这些离散点之外没有定义。连续时间信号与离散时间信号分别是连续信号与离散信号的特例。

本书只讨论确定性连续时间信号和确定性离散时间信号的处理方法, 不涉及其他类型信号的讨论。在实际中, 幅值连续的连续时间信号称为模拟信号, 而幅值离散的离散时间信号称为数字信号。尽管模拟信号与连续时间信号, 数字信号与离散时间信号的定义略有不同, 但是, 在实际应用中, 人们往往对此不加区别, 常将连续时间信号等同于模拟信号, 而把离散时间信号等同于数字信号。

二、常用典型信号

在连续时间信号处理中有几种常用典型信号具有重要意义。一方面, 实际中的许多信号可以用这些典型信号的线性组合来表示; 另一方面, 这些典型信号对线性时不变系统产生的响应又在分析系统的性质时起到了重要作用。

(1) 单位冲激信号。以符号 $\delta(t)$ 表示, 定义为

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0, t \neq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

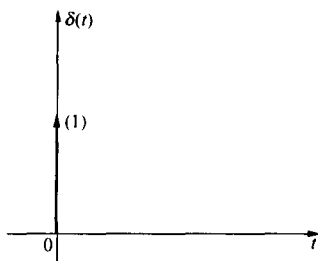


图 1-1 单位冲激信号的波形

式中, $\delta(t)$ 又称为单位冲激函数或狄拉克 (Dirac) 函数。单位冲激信号的波形如图 1-1 所示, 图 1-1 中括号内的数字 1 为式 (1-1) 定义中 $\delta(t)$ 在全时域的积分值, 由于 $\delta(t)$ 仅在 $t=0$ 时刻不为零, 故又称图 1-1 中括号内的数字 1 为单位冲激信号的冲激强度。由式 (1-1) 单位冲激信号的定义, 可以导出单位冲激信号的下列筛分性质:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0) \quad (1-2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0) \quad (1-3)$$

(2) 单位阶跃信号。以符号 $u(t)$ 表示, 定义为

$$u(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t < 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

在 $t=0$ 时刻可以不定义或规定 $u(0) = \frac{1}{2}$ 。单位阶跃信号又称为单位阶跃函数, 其波形如图 1-2 所示。

利用单位冲激信号的定义式 (1-1), 可知

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

将上式与式 (1-4) 对比, 得

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t) \quad (1-5)$$

对上式求导, 得

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t) \quad (1-6)$$

(3) 矩形信号。以符号 $r_T(t)$ 表示, 定义为

$$r_T(t) = u(t) - u(t - T) \quad (1-7)$$

定义中 T 为矩形信号的时间宽度。矩形信号的波形如图 1-3 所示。

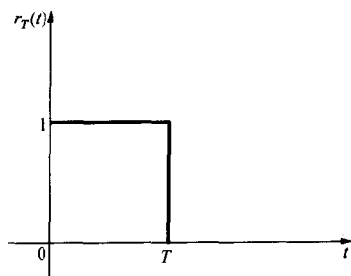


图 1-3 矩形信号的波形

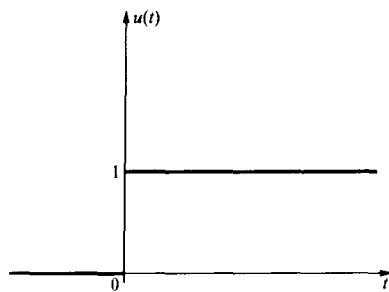


图 1-2 单位阶跃信号的波形

(4) 正弦信号。正弦信号与余弦信号通常被统称为正弦信号, 一般写成如下余弦函数形式

$$f_p(t) = \sqrt{2} F_0 \cos(\Omega_0 t + \varphi_0) \quad (1-8)$$

式中, F_0 称为正弦信号 $f_p(t)$ 的有效值, Ω_0 为角频率 (单位为弧度/秒, rad/s), φ_0 为初相位。正弦信号是一种周期信号, 周期 T_0 (单位为秒, s) 与角频率 Ω_0 和频率 f_0 (单位为赫兹, Hz) 之间满足如下关系:

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\Omega_0} \quad (1-9)$$

正弦信号是广泛使用的周期信号。例如, 电气工程中的工频电压和工频电流就是频率为 50Hz 的正弦信号。在我国, 将 50Hz 称为工频频率 (在有些国家工频频率为

60Hz)。图 1-4 画出了对应于式 (1-8) 中 $0 < \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$ 时的正弦信号的波形。

(5) 指数信号。其数学表达式如下:

$$f(t) = K e^{\alpha t} \quad (1-10)$$

式中 α 是实数。当 $\alpha > 0$ 时, 信号的幅值将随着时间的增加而增加; 反之, 当 $\alpha < 0$ 时, 信号的幅值将随着时间的增加而减少; 当 $\alpha = 0$ 时, 信号将退化为直流信号。图 1-5 分别画出了 $\alpha > 0$ 、 $\alpha = 0$ 和 $\alpha < 0$ 三种情况下指数信号的波形。可以看出, 随着时间的增加, 指数信号幅值增长或衰减的速率与 $|\alpha|$ 密切相关。 $|\alpha|$ 越大, 增长或衰减越快; 反之, $|\alpha|$ 越小, 增长或衰减越慢。一般将 $|\alpha|$ 的

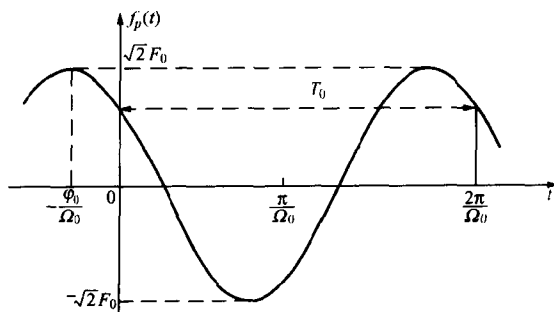


图 1-4 正弦信号的波形

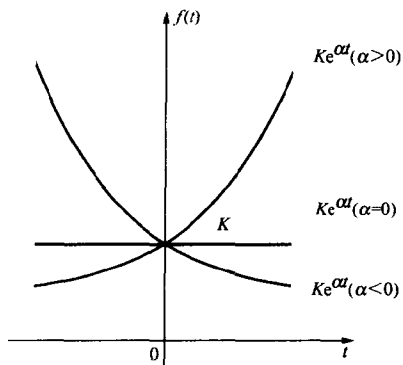


图 1-5 指数信号的波形

倒数定义为指数信号的时间常数 (单位为秒, s), 即

$$\tau = \frac{1}{|\alpha|} \quad (1-11)$$

时间常数是电气工程中的一个重要概念。例如, 我们常用时间常数来反映一阶动态电路瞬态过程的快慢。

(6) 采样信号。以符号 $Sa(t)$ 表示, 定义为

$$Sa(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1-12)$$

采样信号又称采样函数。显然, 采样信号是一个偶函数。图 1-6 画出了采样信号的波形, 可以看出, 随着时间变量绝对值的增加, 信号的幅值呈

现衰减振荡形状, 且当 $t = \pm\pi, \pm2\pi, \dots, \pm n\pi$ 时 (n 为自然数), 信号的幅值为零。

采样信号是一种非常重要的信号, 在信号的分析与处理中占有重要地位。采样信号具有如下性质:

$$\int_0^{+\infty} Sa(t) dt = \frac{\pi}{2} \quad (1-13a)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Sa(t) dt = \pi \quad (1-13b)$$

显然, 式 (1-13b) 可以由式 (1-13a) 直接获得。下面证明式 (1-13a)。由采样信号定义式 (1-12), 式 (1-13a) 的积分运算可以看作下列积分的特例, 即

$$I(\alpha, \beta) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha t} \sin \beta t}{t} dt, \alpha \geq 0 \quad (1-14)$$

不难看出, 式 (1-13a) 的积分就是上式积分在 $\alpha = 0, \beta = 1$ 时的特例。对上式中的 β 求偏导数, 得

$$\frac{\partial I(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = \int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} \cos \beta t dt$$

利用分部积分法对上式进行积分, 得

$$\frac{\partial I(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}$$

进一步对上式 β 做不定积分, 得

$$I(\alpha, \beta) = \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha} + C$$

从式 (1-14) 可以看出, 当 $\beta = 0$ 时, $I(\alpha, \beta) = 0$ 。所以, 上式常数 C 应取零。这样

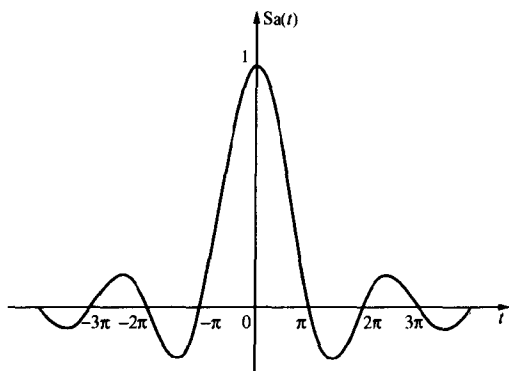


图 1-6 采样信号的波形

$$\int_0^{+\infty} \text{Sa}(t) dt = I(\alpha, \beta) \Big|_{\substack{\alpha=0 \\ \beta=1}} = \frac{\pi}{2}$$

这就是式 (1-13a)。

与采样信号 $\text{Sa}(t)$ 类似的一个信号是 $\text{sinc}(t)$ 信号, 其数学表达式为

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$$

(7) 钟形信号。又称为高斯 (Gauss) 信号, 定义为

$$f(t) = K e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \quad (1-15)$$

钟形信号波形如图 1-7 所示。可见, 钟形信号为偶函数。由定义式 (1-15) 知, $f(0.5\tau) \approx 0.78K$,

$f(\tau) = \frac{K}{e}$ 。钟形信号也是一种非常重要的信号。

三、信号的运算

在连续时间信号处理过程中, 往往需要对信号进行一些基本运算。这些运算大体上可以分为两类。一类是对时间变量的运算, 例如, 移位、翻转和尺度运算; 另一类是对信号幅值的运算, 例如, 加法、乘法和标度运算。现分述如下。

(1) 时间变量的运算。将信号 $f(t)$ 的时间变量 t 替换为 $t - t_0$ 形成的信号 $f(t - t_0)$ 的运算称为移位, t_0 称为移位时间。当 $t_0 > 0$ 时, 信号 $f(t - t_0)$ 是将原信号 $f(t)$ 波形在时间轴上整体右移; 反之, 当 $t_0 < 0$ 时, 原信号 $f(t)$ 波形在时间轴上整体左移, 如图 1-8 所示。

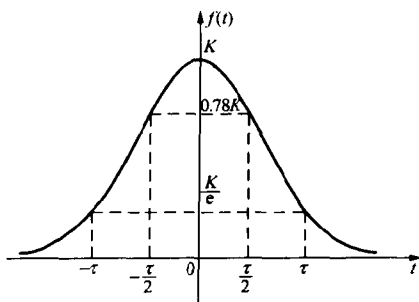


图 1-7 钟形信号的波形

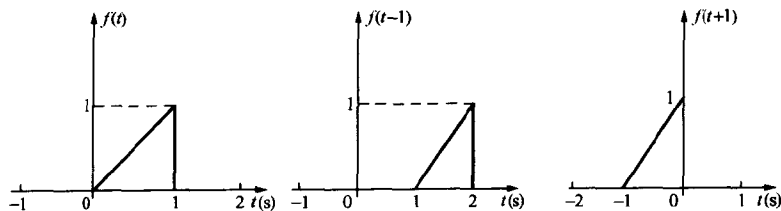


图 1-8 信号的移位

将信号 $f(t)$ 的时间变量 t 替换为 $-t$ 形成的信号 $f(-t)$ 的运算称为翻转。翻转后信号 $f(-t)$ 的波形就是把原信号 $f(t)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反折过来, 如图 1-9 所示。

将信号 $f(t)$ 的时间变量 t 乘以正实系数 a 并替换 t 形成的信号 $f(at)$ 的运算称为尺度变换。不难看出, 当 $a > 1$ 时, 信号 $f(at)$ 是由原信号 $f(t)$ 的波形在时间轴上压缩 a 倍获得的; 反之, 当 $a < 1$ 时, 信号 $f(at)$ 是由原信号 $f(t)$ 的波形在时间轴上扩展 $\frac{1}{a}$ 倍获得的。图 1-10 中分别画出了 $a=2$ 和 $a=0.5$ 两种尺度变换后信号的波形。

(2) 信号幅值的运算。将信号 $f_1(t)$ 和信号 $f_2(t)$ 在同一时刻的幅值对应相加定义为信号

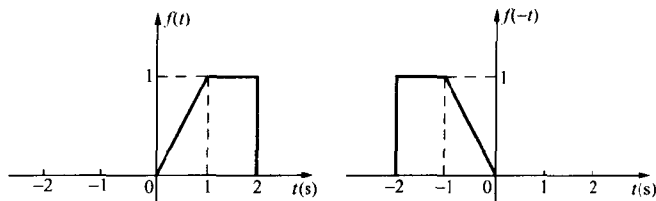


图 1-9 信号的翻转

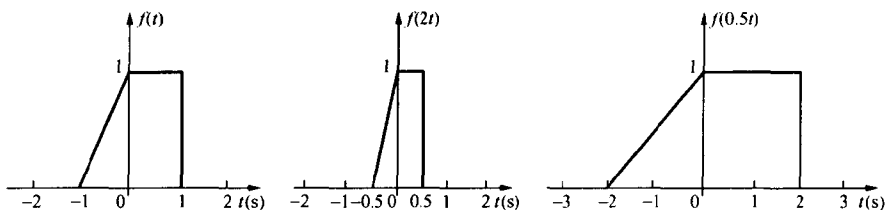


图 1-10 信号的尺度变换

的加法运算，即

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad (1-16)$$

同理，将信号 $f_1(t)$ 和信号 $f_2(t)$ 在同一时刻的幅值对应相乘定义为信号的乘法运算，即

$$f(t) = f_1(t)f_2(t) \quad (1-17)$$

两个信号乘法运算的一个特例是标度运算，如让 $f_1(t) = a$ (实常数)，式 (1-17) 变为

$$f(t) = af_2(t) \quad (1-18)$$

可见，标度运算是将原信号在幅值上进行整体放大或缩小的一种运算。例如，模拟电路中的各类线性放大器就是实现这种运算的信号处理单元。

第二节 周期信号的频谱

无论是在电气工程和控制工程领域，还是在电子工程和通信工程领域，正弦信号是使用最为广泛的信号。在电气工程领域，无论是电能的产生与输送，还是电能的转换与利用，电压与电流随时间变化的最基本形式是正弦信号。而在通信工程领域，正是电感和电容组成的正弦振荡电路解决了正弦信号的产生以及由此实现的信息调制、发射、接收和解调等问题。从数学方面看，无论是周期信号还是非周期信号，都可以借助傅里叶 (Fourier) 级数或傅里叶变换将其分解成为“一系列”不同频率的正弦信号的线性组合来表示。由线性电路理论知道，采用频率域 (简称频域) 的分析方法，例如，相量法，比采用时间域 (简称时域) 的分析方法更为简单。所以，在频域对信号进行分析与处理具有诸多的突出优点。而那些构成原信号的“一系列”不同频率的正弦信号通常被称为原信号在频域上的“谱”，简称频谱。本节重点讨论周期信号的频谱分析方法。

一、周期信号的正弦频谱

设周期信号 $f_p(t)$ 的周期为 T_0 , 频率 $f_0 = \frac{1}{T_0}$, 角频率 $\Omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ 。根据高等数学课程的傅里叶级数理论知, 下列三角函数集

$$1, \cos\Omega_0 t, \cos 2\Omega_0 t, \cdots, \cos k\Omega_0 t, \cdots, \sin\Omega_0 t, \sin 2\Omega_0 t, \cdots, \sin k\Omega_0 t, \cdots$$

在时间区间 $[t_0, t_0 + T_0]$ 组成完备的正交函数集。如果周期信号 $f_p(t)$ 满足狄里赫利 (Dirichlet) 条件, 也就是: ① 周期信号 $f_p(t)$ 在任意有限区间连续或只有有限个第一类间断点; ② 在一个周期内, 函数有有限个极大值或极小值, 且在一个周期内信号绝对可积。那么它就可以被这个正交函数集的线性组合来表达, 即

$$f_p(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} [a_k \cos k\Omega_0 t + b_k \sin k\Omega_0 t] \quad (1-19)$$

其中

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} f_p(t) dt \quad (1-20)$$

$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} f_p(t) \cos k\Omega_0 t dt \quad (k = 1, 2, \cdots) \quad (1-21)$$

$$b_k = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} f_p(t) \sin k\Omega_0 t dt \quad (k = 1, 2, \cdots) \quad (1-22)$$

式 (1-19) 被称为周期信号的傅里叶级数展开表达式, 式 (1-20) ~ 式 (1-22) 中的系数 a_0 、 a_k 和 b_k 被称为傅里叶级数的展开系数。式 (1-20) ~ 式 (1-22) 的积分式中 t_0 可以是任何不大于 T_0 的实数, 一般取 0 或 $-\frac{T_0}{2}$, 即积分区间取 $[0, T_0]$ 或 $[-\frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{2}]$ 。

本书所分析的周期信号都能满足狄里赫利条件, 所以, 本书后面不再论述这个条件。

在实际中, 人们更偏爱将式 (1-19) 中同频率的余弦项和正弦项进行合并, 并写成下列余弦形式

$$f_p(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} c_k \cos(k\Omega_0 t + \varphi_k) \quad (1-23)$$

比较式 (1-23) 和式 (1-19) 中的同频率三角函数, 得

$$c_0 = a_0 \quad (1-24)$$

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (k = 1, 2, \cdots) \quad (1-25)$$

$$\varphi_k = -\tan^{-1} \frac{b_k}{a_k} \quad (k = 1, 2, \cdots) \quad (1-26)$$

在实际中, c_0 称为周期信号 $f_p(t)$ 的直流分量或恒定分量, c_1 和 φ_1 分别称为周期信号 $f_p(t)$ 的基波分量的振幅和初相位, c_k 和 φ_k ($k \geq 2$) 分别称为周期信号 $f_p(t)$ 的第 k 次谐波分量的振幅和初相位。

式 (1-23) 表明, 任意一个周期信号都可以用它的直流分量、基波分量和各次谐波分量来表示, 也就是说这些频率分量组成了该周期信号。由于周期信号与其直流分量、基波分量和各次谐波分量存在着——对应的关系, 所以, 一个周期信号的时域分析就可以转化为对