

全国中学生物理竞赛委员会常委会 编写

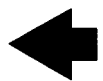
全国中学生物理竞赛委员会常委会 编写

全国中学生物理竞赛 1~20届 试题解析

力学分册



清华大学出版社



全国中学生物理竞赛分类试题解析丛书

全国中学生物理竞赛委员会常委会 编写

全国中学生物理竞赛 1~20届试题解析

力学分册

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

全国中学生物理竞赛分类试题解析丛书汇集了第1~20届全国中学生物理竞赛理论试题、实验试题及参考解答,并对大部分试题进行了分析评述。丛书按学科内容体系编辑成力学,电学,热学、光学与近代物理及实验等四个分册出版。本套丛书是由全国中学生物理竞赛委员会常委会编写的,该常委会集中了北京大学、清华大学、北京师范大学、复旦大学、首都师范大学等学校的著名教授专家,书中所收入的试题是由他们精心编写和挑选的,具有很高的权威性和指导性。

本书是这套丛书的力学分册,针对1984—2004年力学部分的理论试题按照相关的知识点分类,并对试题进行了具体的剖析。这些试题有相当难度,对训练学生的综合思维能力、提高解题技巧大有裨益。本书可供全国高中学生、中学物理教师及师范院校物理系师生教学参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

全国中学生物理竞赛1~20届试题解析. 力学分册/全国中学生物理竞赛委员会常委会编写. —北京:清华大学出版社,2005.9

(全国中学生物理竞赛分类试题解析丛书)

ISBN 7-302-10716-5

I. 全… II. 全… III. ①物理课—中学—解题 ②力学—中学—解题 IV. G634.75

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第023761号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn 邮 编: 100084
社 总 机: 010-62770175 客 户 服 务: 010-62776969

责任编辑: 孙中悦

封面设计: 傅瑞学

版式设计: 刘祎森

印 装 者: 清华大学印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×230 印 张: 19.25 字 数: 391千字

版 次: 2005年9月第1版 2005年9月第1次印刷

书 号: ISBN 7-302-10716-5/O·451

印 数: 1~5000

定 价: 26.00元

前言

从1984年开始到2004年底,全国中学生物理竞赛已举行了21届,共计有300万高中学生参加,在社会上具有良好的声誉。全国中学生物理竞赛活动是经国家教育部批准,由中国科协主管,并由中国物理学会主办的。物理竞赛活动自举办以来始终遵循着这样的宗旨,即激发优秀学生学习物理学的兴趣和积极性,开发他们潜在的智力,提高他们的能力和创造精神,促进他们科学素质的提高。20多年来,物理竞赛活动健康发展,同时对中学物理教学的改进和教学质量的提高也起到了一定的作用。

物理竞赛题无疑会对参赛学生的学习和努力方向起着引导作用,其中很多质量较高的试题,对于提高学生学习物理的兴趣,鼓励学生在学好课内知识的基础上深入学习、独立思考,促使学生扩大视野和改进学习方法,启迪和开发智力,尤其是在锻炼他们灵活地、创造性地进行科学思维和培养解决问题的能力等方面发挥了较好的作用。为了适应广大中学师生的需要,我们编辑了本书,汇集了第1~20届全国中学生物理竞赛试题(理论题和实验题)及参考解答,由命题组部分教师对大部分题目进行了剖析,并按学科内容体系编辑成力学,电学,热学、光学和近代物理及实验等四册出版。同时将《全国中学生物理竞赛内容提要》一并收入。对于如何利用本书我们提出以下几点建议:

1. 要以正确的教育思想指导使用。教育必须贯彻因材施教的原则,要按教育和教学的规律办事。要从学生的实际出发,以扎扎实实打好知识、能力、非智力因素等各方面的基础为前提,启发引导,充分调动学生的主观能动作用,使学生得以充分发挥潜力,达到与其智力发展水平相适应的高水平。必须重视能力和非智力因素的培养与

提高,以达到全面提高学生科学素质的要求。

2. 物理竞赛是学有余力并对物理有兴趣的高中学生参加的一项课外活动,竞赛题是为这些学生设计的,因此不能要求多数学生都来做这些题目。

3. 由于在竞赛中要求将学习特别优秀的学生选拔出来,部分题目无论是理论题或实验题难度较大,对能力的要求较高,即使是班上的优秀学生也不一定都能做出来,有时需要用很多的时间才能解出一个题目,这是正常的情况。正是在这种尝试、失败、再尝试的反复思考、探索过程中,学生才能发现自己对物理概念、物理原理的理解和灵活运用以及实践能力等方面存在的问题,才能在分析问题和解决问题的能力上获得突破和提高。久思不得其解,一旦迎刃而解,就会有豁然顿悟之感,这种不懈追求真知的精神更将永久受用。因此,千万不要盲目追求做题的数量。应该让学生在完成课内学习任务后自由选择做题,我们特别强调:在解题过程中,学生应独立思考,独立完成;必要时教师可以从旁指点引导,切忌越俎代庖,以“教”代“学”,更不要揠苗助长。不要把本应发挥学生主观能动性的课外学习活动又变为学生被动接受知识的过程。

4. 在个人认真钻研的基础上,同学间进行相互讨论或争辩对提高水平十分有益,应予提倡。同学们处在平等的地位上,讨论时没有顾虑,发表意见能比较充分,要想说服对方就必须把问题真正搞清楚。别人的质疑和诘难可以揭露出自己在理解中存在的片面问题,以使自己更为深入、更加全面地思考。在讨论或争辩过程中双方都将受益,而且这也有助于培养自己与他人互相尊重、平等相处的作风和习惯。

5. 竞赛活动为参赛学生提供了有利于课外学习的环境和条件,这种学习包括认真读书、观察和研究现象、进行实验、讨论和辩论以及参加某些实践活动等。要特别强调的是,做习题或研究习题只是其中一个学习环节,千万不要误认为学物理就是做习题。否则不仅学不好物理,而且对提高自己的科学素养也很有害。

我们衷心希望物理竞赛活动能帮助学生生动活泼地进行学习,能促进他们主动获取新知识并能评价新知识,能将他们培养成为具有较强的科学思维能力、实践能力,能独立思考,具有创造精神的科学技术后备人才。

全国中学生物理竞赛委员会名誉主任: 沈克琦

全国中学生物理竞赛委员会主任: 丛树桐

目 录

- 1 一、运动学
- 31 二、牛顿定律
- 65 三、静力学
- 133 四、动量 能量
- 225 五、万有引力 卫星和天体运动
- 251 六、振动和波
- 293 附录 全国中学生物理竞赛内容提要

一、运动学

1. 顶杆 AB 可在竖直滑槽 K 内滑动, 其下端由凸轮 M 推动, 凸轮绕 O 轴以匀角速 ω 转动, 见图 1-1, 在图示的瞬时, $OA=r$, 凸轮轮缘与 A 接触处法线 n 与 OA 之间的夹角为 α , 试求此瞬时顶杆 AB 的速度.

解析

解法 I 取动坐标系固连在凸轮上, 定坐标系固连在滑槽 K 上, 动点 A (也就是顶杆 AB) 相对定坐标系的运动是竖直的直线运动, 动点 A 相对动坐标系的轨迹就是凸轮的轮廓线. 因此, 动点 A 对定坐标系的速度 v_A 、动点对动坐标系的速度 v_r 和动坐标系上与动点 A 重合点相对于定坐标系的速度 v_e . 三者, 根据相对运动的速度关系应组成三角形, 见图 1-2, 因此有

$$v_A = v_e \tan \alpha = r \omega \tan \alpha$$

解法 II t 时刻顶杆与凸轮的接触点为 A, 经 Δt 时间, 即 $t + \Delta t$ 时刻, 接触点为凸轮上的 A' 点 (在 t 时刻凸轮上的接触点因轮在 Δt 时间内转过 $\Delta \theta$ 角而到达 A_1 处), 如图 1-3 所示, 则

$$\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t) = r \Delta \theta \cdot \tan \alpha$$

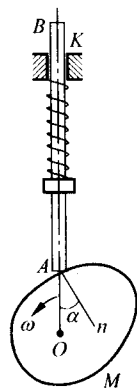


图 1-1

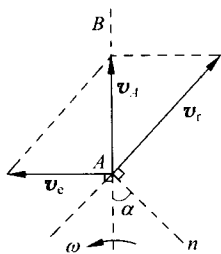


图 1-2

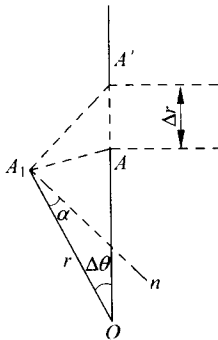


图 1-3

因此有

$$v_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \tan \alpha = r \omega \tan \alpha$$

本题提供了两种不同的解法. 解法 I 的依据是经典的速度变换公式, 亦称伽利略速度变换. 解法 II 的依据是速度的定义.

若物体 A 相对参考系 C 的速度为 v_{AC} , 相对参考系 B 的速度为 v_{AB} , 而参考系 B 相对参考系 C 的速度为 v_{BC} , 则有

$$v_{AC} = v_{AB} + v_{BC}$$

这便是经典的速度变换公式, 它给出了同一物体相对两个具有相对运动的参考系的速度间的关系. 写出这一公式时, 已经假定了参考系 C 是静止的, 是定参考系或静参考系; 参考系 B 是运动的, 是动参考系. 通常称物体相对定参考系的速度为绝对速度, 相对动参考系的速度为相对速度, 而动参考系相对定参考系的速度称为牵连速度. 上式表明, 物体的绝对速度等于相对速度与牵连速度的矢量和. 强调矢量和是非常重要的, 因为一般情况下, 绝对速度的大小并不等于相对速度的大小和牵连速度的大小之和.

在写出上式时是有前提的, 例如, 认为在不同参考系中测量同一物体发生某位移时所经历的时间是相同的. 这在经典力学中是理所当然的(也与我们日常观测的现象一致). 其实这只是物体在低速运动时的一种近似. 严格地说并不相同, 物体运动的速度越大, 这种不同就越显著, 当物体运动的速度接近光在真空中的速度时, 这种不同就特别显著. 这时经典的速度变换公式必须用相对论变换公式代替.

解法 II 是在地面参考系中从速度的定义来考虑问题. 在 t 时刻, 杆与凸轮的接触点为 A, 这一点既在杆上, 即杆的下端 A, 也在凸轮上; 在 $t + \Delta t$ 时刻, 凸轮上的原来与杆 A 端的接触点因轮在 Δt 时间内转过 $\Delta \theta$ 角而到达图 1-3 中的 A_1 处, 而杆的下端则沿竖直方向移到图 1-3 中的 A' 处, 杆的下端在 Δt 时间内的位移的大小等于 A 与 A' 之间的距离, 亦即 $t + \Delta t$ 时刻 O 点到 A' 的距离 $r(t + \Delta t)$ 与 t 时刻 O 点到 A 的距离 $r(t)$ 之差, 即

$$\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t)$$

杆 AB 的速度大小为

$$v_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

因 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\Delta \theta$ 也趋向于零, $\angle A_1 A A' \approx \frac{\pi}{2}$; 因 n 与 $A_1 A'$ 垂直, $\angle O A_1 A \approx \frac{\pi}{2}$, 故有 $\angle A A_1 A' = \alpha$. 于是便有 $\Delta r = r \omega \Delta t \cdot \tan \alpha$ 这一结论.

本题给出的两种解法中, 画图的作用极为重要, 不画图, 不会画图或者不愿画图, 就很难找出相应的几何关系, 当然也就很难求得问题的解.

2. 一木板竖直地立在车上,车在雨中匀速行进一段给定的路程.木板板面与车前进方向垂直,其厚度可忽略.设空间单位体积中的雨点数目处处相等,雨点匀速竖直下落,下列诸因素中与落在木板面上雨点的数量有关的因素是().

- (A) 雨点下落的速度 (B) 单位体积中的雨点数
(C) 车行进的速度 (D) 木板的面积

解析

B、D

很容易判断 B、D 是正确的. A、C 为什么是错的呢? 以下落的雨点为参照系,则雨是不动的,而板沿与水平成某一仰角的方向运动扫过不动的雨点,单位时间内碰到板上的雨点数应与板相对于雨点的沿水平方向的分速度有关,而与竖直分速度无关,而此竖直分量的大小等于雨点相对地面速度的大小.由此可知选项 A 是错的.下面说明选项 C 也是错误的,令 S 代表板面积, v 代表木板速度, l 代表全程,则单位时间内扫过的雨点数为 Svn , n 为单位体积中的雨点数.全程扫过的雨点数为 $Svn \cdot \frac{l}{v} = Snl$, 即与 v 无关,速度越快,全程用的时间越短.所以选项 C 也是错误的.也可以以板为参照系来分析,这时板不动而雨点沿斜方向打在板面上.单位时间内打在板上的雨点数决定于雨点相对于板沿水平方向的分速度,故其值仍为 Svn , 全程雨点数仍为 $Svn \cdot \frac{l}{v} = Snl$. 结论同上.

3. 放映电影时,看到影片中的一辆马车从静止起动,逐渐加快,在某一时刻车轮开始倒转.已知电影放映机的速率是每秒 30 幅画面,车轮的半径是 0.6m,有 12 根辐条.则马车的瞬时速度刚超过 _____ m/s 时,车轮开始倒转.

解析

1. 5π .

先举一个想像的例子说明为什么车轮本来是正转的但看起来却像是倒转的现象.设一个转轮只有一根辐条(见图 1-4),轮顺时针转,在闪光照射下,辐条起始位置在 0 处,计为第 0 次闪光,若轮转速较慢,第 1 次闪光时辐条随轮转到图 1-4 中位置 1 处,第 2 次闪光时转到位置 2 处,……这样看起来车轮是顺时针转.但若转速适当地快,第 1 次闪光时辐条已转到超过 180° 而到 1' 处,第 2 次闪光时位于 2' 处,……这样你就会误认为车轮是沿逆时针转的.不难看出,发生这种现象的条件是和闪光的闪频与转速(转频)两者的关系有关的.下面回到原题.12 根辐条,相邻两条之间的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 设 0 次闪光时各辐条位置

如图 1-5 中 1 至 12 所示,若第 1 次闪光时辐条 1 和辐条 12 的位置刚超过 $\frac{\pi}{12}$ (图中 $C1'$ 和 $C12'$ 虚线),则看起来就像是辐条 1 转到位置 $12'$ 处,而辐条 2 转到位置 $1'$ 处,此时可认为是逆时针转.因此看起来开始发生逆时针转时应有下列关系式

$$\frac{1}{30}v > \frac{\pi}{12}R$$

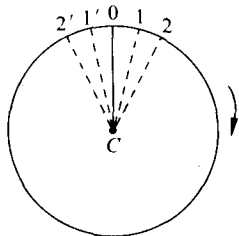


图 1-4

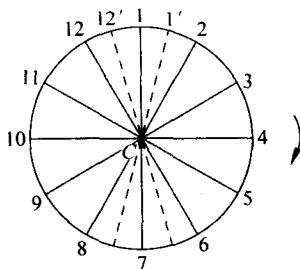


图 1-5

式中 30 是闪光每秒的频闪次数, v 为此时轮子边缘的线速度,也就等于此时马车前进的速度, R 是车轮的半径.代入数值,大于号改为等号可得

$$v = 1.5\pi \text{ m/s}$$

看电影时观察车轮的转动,或在日光灯下观看转动的电扇等,都可能看到类似的一些似乎有点“怪”的现象.这类现象都是在一定频率的闪烁光照射下(如电影机的换片频率,日光灯的交流电频率),看一个以某一频率转动的物体.当这两个频率满足某些关系时,就会看到某些不同的似乎是“很怪”的图像.题中所说的只是一种图像.分析这类问题的思路都是类似的.学生可从分析两个频率的关系着手,仔细研究这类现象,就不觉得奇怪了.

4. 在地球赤道上的 A 处静止放置一个小物体.现在设想地球对小物体的万有引力突然消失,则在数小时内,小物体相对于 A 点处的地面来说,将().

- (A) 水平向东飞去
- (B) 原地不动,物体对地面的压力消失
- (C) 向上并渐偏向西方飞去
- (D) 向上并渐偏向东方飞去
- (E) 一直垂直向上飞去

解析

C.

从地球外面的惯性参照系来看,物体沿切线方向向东匀速直线飞去(见图 1-6).

A 为开始飞出点, $B, C, D, \dots$ 为经过 $2h, 4h, 6h, \dots$ 后的 A 点位置. $b, c, d, \dots$ 为经过 $2h, 4h, 6h, \dots$ 后物体在空间的位置. $Bb, Cc, Dd, \dots$ 为地面观察者观看物体的视线.

在地面上 A 点的观察者看来, 这些视线相对于他的方向和距离如图 1-7 所示. 将 $A, b, c, d, \dots$ 用光滑的曲线连接起来就是从地球上观察到的物体的运动轨迹 $Abcd \dots$ 即 $2h$ 后物体到 b 点处, $4h$ 后物体到 c 点处, $6h$ 后物体到 d 点处 $\dots$ 所以从地球上观察, 小物体相对于 A 点处的地面来说从原地向上升起并渐偏向西方飞去.

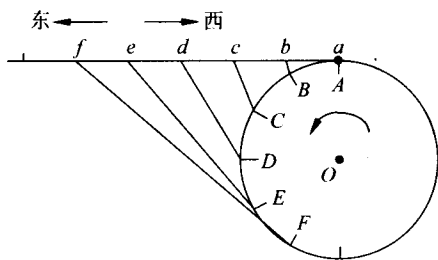


图 1-6

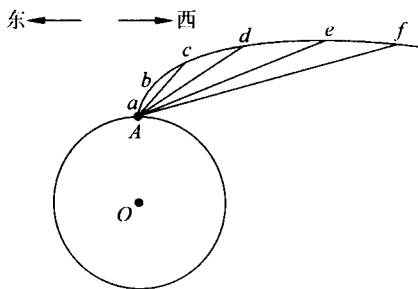


图 1-7

5. 下雨时, 雨点竖直下落到地面, 其速度为 10m/s . 若在地面上放一横截面积为 80cm^2 、高为 10cm 的圆柱形量筒, 则经 30min , 筒内接得雨水水面高度为 1cm . 现因风的影响, 雨水下落时偏斜 30° , 若用同样的量筒接得雨水量与无风时相同, 则所需时间为 _____ min.

解析

30.

落入量筒中的雨水, 与雨水下落时沿竖直方向的速度有关, 现由于风的影响, 虽然雨水下落时偏斜 30° , 但竖直方向的速度没变, 所以所需时间仍为 30min .

6. 如图 1-8 所示, 杆 OA 长为 R , 可绕过 O 点的水平轴在竖直平面内转动, 其端点 A 系着一跨过定滑轮 B, C 的不可伸长的轻绳, 绳的另一端系一物块 M . 滑轮的半径可忽略, B 在 O 的正上方, OB 之间的距离为 h . 某一时刻, 当绳的 BA 段与 OB 之间的夹角为 α 时, 杆的角速度为 ω , 求此时物块 M 的速率 v_M .

解析

杆的端点 A 点绕 O 点做圆周运动, 其速度 v_A 的方向与杆 OA 垂直, 在所考查时其大小为

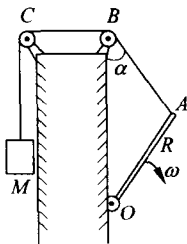


图 1-8

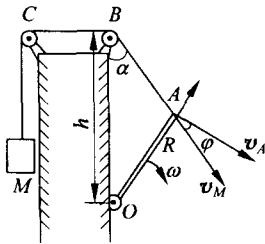


图 1-9

$$v_A = \omega R \quad (1)$$

对速度 v_A 作如图 1-9 所示的正交分解,沿绳 BA 的分量就是物块 M 的速率 v_M ,则

$$v_M = v_A \cos \varphi \quad (2)$$

由正弦定理知

$$\frac{\sin \angle OAB}{h} = \frac{\sin \alpha}{R} \quad (3)$$

由图看出:

$$\angle OAB = \frac{\pi}{2} + \varphi \quad (4)$$

由以上各式得

$$v_M = \omega h \sin \alpha \quad (5)$$

有的学生对(2)式不理解,认为物块 M 与绳的一端相连,因此物块 M 的速度 v_M 就是绳子的速度,而绳的另一端与杆的 A 端相连,因此,绳的速度就是杆 A 端的速度 v_A . 其实,根据速度的定义,物块 M 的速度与物块 M 位置的变化相联系,而物块 M 位置的变化则决定于 BA 之间距离的变化(因为绳是不可伸长的). 如果保持 BA 段的绳长不变,让绳的一端 A 绕 B 点作圆周运动,则绳 A 端位置的变化并不会改变物块 M 的位置. 这表明只有绳 A 端的速度沿着绳的分量才等于物块 M 的速度,绳 A 端的速度沿垂直绳方向的分量与物块 M 的速度无关.

7. 有一只狐狸以不变速度 v_1 沿着直线 AB 逃跑,一猎犬以不变的速度 v_2 紧追,其运动方向始终对准狐狸. 某时刻狐狸在 F 处,猎犬在 D 处, $FD \perp AB$, 且 $FD = L$ (见图 1-10), 试求此时猎犬的加速度大小.

解析

猎犬做匀速率曲线运动,其加速度的大小与方向在不断改变. 从所讨论的时刻开始考

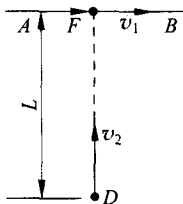


图 1-10

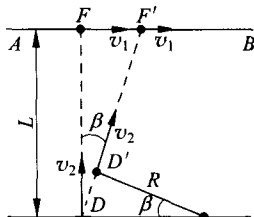


图 1-11

考虑一段很短的时间 Δt , 在这段时间内猎犬运动的轨迹可近似看作是一段圆弧, 设其半径为 R , 则加速度是

$$a = v_2^2/R \quad (1)$$

其方向与速度的方向垂直. 如图 1-11 所示, 设经过 Δt 时间狐狸与猎犬分别到达 F' 与 D' , 猎犬的速度方向转过的角度为

$$\beta = v_2 \Delta t / R \quad (2)$$

而狐狸跑过的距离是

$$v_1 \Delta t \approx \beta L \quad (3)$$

(Δt 越小, 此式越精确) 因而

$$v_2 \Delta t / R = v_1 \Delta t / L$$

$$R = L v_2 / v_1$$

$$a = v_2^2 / R = v_1 v_2 / L \quad (4)$$

此题要求学生能就一个具体问题讨论匀速曲线运动中加速度与速度方向的改变的关系, 可检查学生对速度、加速度概念的理解和应用. 学生如能采用以下解法就更好.

根据题意, 在 t 时刻, 狐狸位于 F 处, 猎犬位于 D 处, 猎犬的速度为 $v_2(t)$, 方向沿直线 DF . 在 $t + \Delta t$ 时刻, 狐狸位于 F' , 猎犬位于 D' , 其速度为 $v_2(t + \Delta t)$, 方向沿直线 $D'F'$, 如图 1-12 所示. 在 Δt 时间内猎犬速度的变化量为

$$\Delta v_2 = v_2(t + \Delta t) - v_2(t) \quad (1')$$

虽然 $v_2(t + \Delta t)$ 与 $v_2(t)$ 的大小相等, 但两者的方向不同, 故 Δv_2 不为零. 根据加速度的定义, 猎犬的加速度为

$$a_2 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_2}{\Delta t} \quad (2')$$

加速度的大小为

$$a_2 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta v_2|}{\Delta t} \quad (3')$$

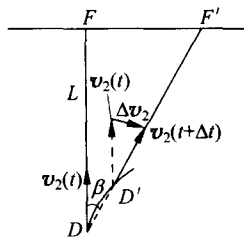


图 1-12

若以 β 表示直线 DF 与 $D'F'$ 之间的夹角, 则有

$$|\Delta \mathbf{v}_2| = v_2 \beta \quad (4')$$

而

$$\beta = \frac{v_1 \Delta t}{L} \quad (5')$$

由(3')~(5')式得

$$a_2 = \frac{v_1 v_2}{L} \quad (6')$$

而当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\beta \rightarrow 0$, 故 $\Delta \mathbf{v}_2$ 的方向与 $\mathbf{v}_2$ 垂直, 即在所考查的时刻, 猎犬加速度的方向垂直于直线 DF .

有些学生虽然也曾学过速度、加速度的定义, 但由于接触到的都是大量的匀加速直线运动或匀速率圆周运动的习题, 这类题做得多了, 留在头脑中的与速度、加速度有关的公式仅是 $v = v_0 + at$, $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, 或 $a = \frac{v^2}{R}$, 关于速度、加速度的定义早就遗忘了, 更谈不上如何从基本定义出发去思考问题, 结果遇到本题就束手无策了.

8. 火车以速率 v_1 向前行驶. 司机忽然发现, 在前方同一轨道上距车为 s 处有另一辆火车, 它正沿相同的方向以较小的速率 v_2 作匀速运动. 于是他立即使车作匀减速运动, 加速度的大小为 a . 要使两车不致相撞, 则 a 应满足关系式_____.

解析

$$a > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2s}.$$

以前车为参考系, 则后车速度的大小为 $v_1 - v_2$, 而相对加速度的大小与后车相对地的加速度大小相同即为 a . 按题意后车追上前车所走的相对路程为 s . 由匀变速运动的公式可知

$$(v_1 - v_2)^2 = 2as$$

要两车不相撞, 应有

$$a > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2s}$$

9. 一火车沿直线轨道从静止出发由 A 地驶向 B 地, 并停止在 B 地. A 、 B 两地相距 s . 火车做加速运动时, 其加速度最大为 a_1 ; 做减速运动时, 其加速度的绝对值最大为 a_2 . 由此可以判断该火车由 A 到 B 所需要的最短时间为_____.

解析

$$\sqrt{\frac{2s(a_1+a_2)}{a_1a_2}}.$$

由 A 地到 B 地, 要使所用的时间最短, 则应先以最大的加速度 a_1 做加速运动, 到某一时刻, 再以最大的加速度 a_2 做减速运动, 而且要使到达 B 点时刚好停下来. 因此, 在 $v-t$ 图上的图线应如图 1-13 中 OCD 折线所示, 当此折线满足以下的条件时, D 点的横坐标 T 就是所求的最短时间. 这些条件是: OC 的斜率 $\frac{v_C}{T_1} = a_1$; CD 的斜率的绝对值 $\frac{v_C}{T-T_1} = a_2$; $OCDO$ 所围的面积等于 AB 两地的距离 s , 即 $s = \frac{1}{2}Tv_C$. 由以上三式, 消去 v_C 和 T_1 可得

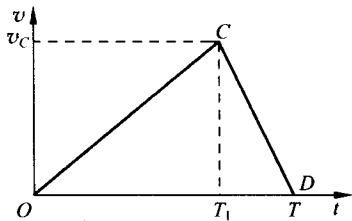


图 1-13

$$T = \sqrt{\frac{2s(a_1+a_2)}{a_1a_2}}$$

本题也可不用 $v-t$ 图进行求解. 设火车先以最大的加速度 a_1 从静止开始做加速运动, 经历时间 T_1 , 再以最大的加速度 a_2 做减速运动, 经历时间 T_2 , 火车到达 B 点, 这时速度正好为 0, 故有

$$v = a_1T_1 - a_2T_2 = 0 \quad (1')$$

$$s = \frac{1}{2}a_1T_1^2 + a_1T_1T_2 - \frac{1}{2}a_2T_2^2 \quad (2')$$

$$T = T_1 + T_2 \quad (3')$$

由以上三式, 亦可求得

$$T = \sqrt{\frac{2s(a_1+a_2)}{a_1a_2}} \quad (4')$$

10. 把托在手掌中的物体沿竖直方向向上抛出, 在物体脱离手掌的瞬间, 手掌的运动方向应是_____, 手掌的加速度方向应是_____, 大小应是_____.

解析

以 v_0 , v 和 v' 分别表示手掌的速度、物体相对于地面的速度和物体相对于手掌的速度, 以 a_0 , a 和 a' 分别表示手掌的加速度、物体相对于地面的加速度和物体相对于手掌的加速度. 于是

$$v = v_0 + v', \quad a = a_0 + a'$$

在上述两式中,各量取正值时表示方向向上,取负值时表示方向向下.在物体向上抛出并脱离手掌的瞬间,应有

$$v > 0, \quad v' = 0, \quad a = -g, \quad a' > 0$$

以这些值代入前式,得出 $v_0 > 0$ 和 $a_0 < -g$,说明手掌的速度应向上,但加速度应向下,加速度的绝对值应大于 g .

11. 一质点沿 x 轴做直线运动,其速度 v 随时间 t 的变化关系如图 1-14 所示. 设 $t=0$ 时,质点位于坐标原点处. 试根据 $v-t$ 图分别在图 1-15 及图 1-16 中尽可能准确地画出:

- 1) 表示质点运动的加速度 a 随时间 t 变化关系的 $a-t$ 图.
- 2) 表示质点运动的位移 x 随时间 t 变化关系的 $x-t$ 图.

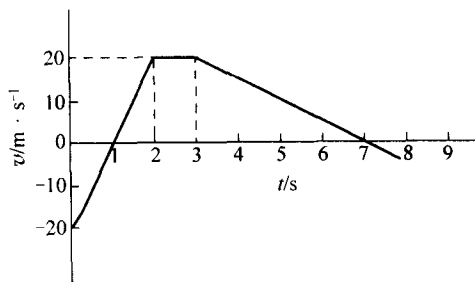


图 1-14

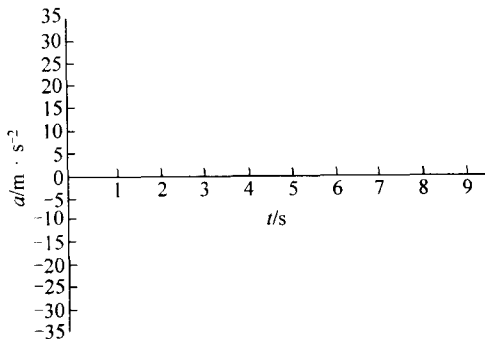


图 1-15

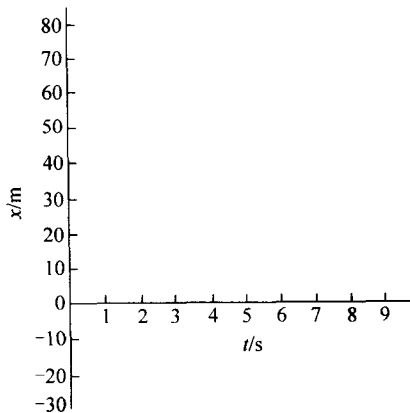


图 1-16

解析

- 1) 如图 1-17 所示.
2) 如图 1-18 所示.

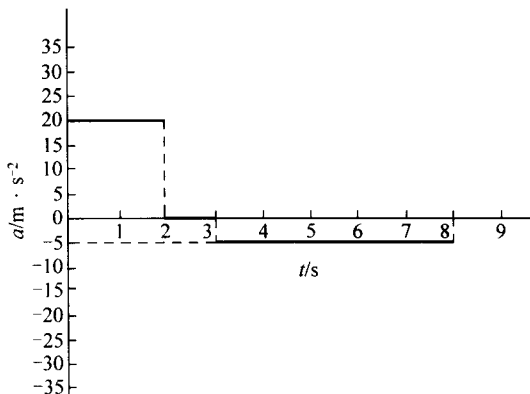


图 1-17

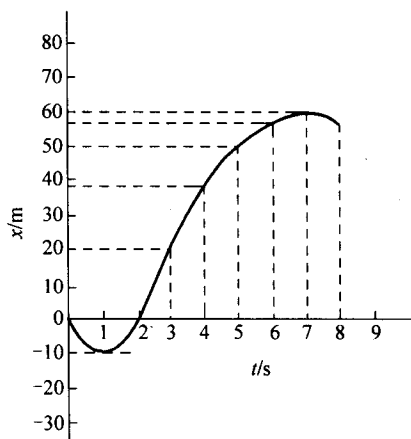


图 1-18

12. 在仰角 $\alpha = \pi/6$ 的雪坡上举行跳台滑雪比赛(见图 1-19). 运动员从坡上方 A 点开始下滑, 到起跳点 O 时借助设备和技巧, 保持在该点的速率而以与水平成 θ 角的方向起跳, 最后落在坡上 B 点, 坡上 OB 两点距离 L 为此项运动的记录. 已知 A 点高于 O 点 $h = 50\text{m}$. 忽略各种阻力、摩擦, 求最远可跳多少米, 此时起跳角为多大?

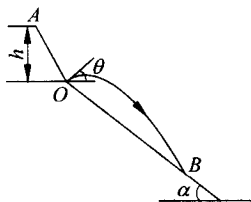


图 1-19

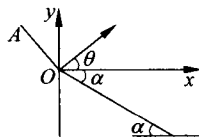


图 1-20

解析

建立坐标系如图 1-20. 在 $t=0$ 时, 运动员从 O 点以速度 v 起跳, v 的大小可由匀加速运动公式或机械能守恒定律求出

$$v = \sqrt{2gh}$$