S H U X U E　B A I J I A

数学百家

王树禾 著

国防工业出版社

http://www.ndip.cn

数学百家

王树禾 著

国防工业出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

数学百家/王树禾著. —北京:国防工业出版社,2005.4

ISBN 7-118-03747-8

Ⅰ.数...　Ⅱ.王...　Ⅲ.数学家-生平事迹-世界

Ⅳ.K816.11

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第001187号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码　100044)

新艺印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本850×1168　1/32　印张8½　157千字

2005年4月第1版　2005年4月北京第1次印刷

印数:1—5000册　定价:12.00元

国防书店:(010)68428422　发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535　发行业务:(010)68472764

前　言

数学家是以纯粹数学或应用数学的科研与教学为职业的人,他们至少在国内外第一流科学杂志上发表过一篇有创见的数学论文。

社会条件在数学家的成长中起决定性作用,数学家需要聪明,应该有足够的记忆能力、想象能力、计算能力、推理能力和独立思考的个性等做科学研究的起码素质,但这些素质的高下是后天经过学习获得的,遗传并不占主要成分,父辈是数学家,其子女亦为数学家的家庭并不多见。

国家的基础教育(中小学)如果不够现代化,科学文化受着宗教信仰与不良意识形态的控制,这种国家是很难培养出像样的数学家的,古今中外概莫能外。

数学家的出身大都是温饱人家,要有起码的衣食条件,但大多数数学家并非官宦与富商子女,相反,则是贫寒家庭可以培养出大数学家,例如高斯、嘉当、勒贝格、拉马努金和华罗庚等都是柴门出身。

数学家的数学天赋大都在少年时期(15 岁以前)发现,重大数学成就多为 30 多岁的数学家所为,20 岁左右做出重大成果的数学家也大有人在,例如帕斯卡、克莱罗、拉格朗日、高斯、伽罗瓦、闵可夫斯基、阿贝尔等等。英国著名数学家哈代直言:“数学是青年人的游戏。”当然,也有不少伟大的数学家,例如庞加莱、希尔伯特、外尔、外尔斯特拉斯、克罗内克、嘉当、西格尔、盖尔范德等等,50 多岁还继续创造出出色的数学理论。但大

多数数学家60岁之后由于创造力和想象力之枯竭而不得不退下来，只从事一点教学工作。

数学家的性格中有永不收敛的好奇心和不染世俗的独立思考的思想作风，他们耐得住寂寞，对研究的问题，只要还没有得到答案，就继续探讨下去。他们的每一个重要成果，都是在紧张而持久的深思熟虑之后得出的，有的则需要十几年如一日地不停研究。例如中国的著名数学家陈景润对哥德巴赫猜想的研究，即使在所谓“无产阶级文化大革命”的动荡年代，仍坚持不懈地奋发研究，终于证明每个大于6的偶数都可以表成1个素数与两个素数积的和，即建立了叫做(1+2)的“陈氏定理”，至今这一结果仍然在哥德巴赫猜想的研究记录中处于世界领先地位。而英国的维尔斯(A. Wiles)从1986年到1995年，用了将近10年的时间，终于证明了世界级难题费马猜想成立：当$n \geqslant 3$时，$x^n + y^n = z^n$无正整数解。

数学家需要足够的自己支配的时间，以便不受干扰地埋头研究自己的课题，宁可收入微薄，也不到政界或商界供职，正如哈代所言：“离开数学的数学家的科研成果都不是令人鼓舞的。”

数学家的立场与信仰多种多样，有的是某宗教的虔诚信徒，例如柯西就是一位天主教信徒；大部分则是无神论者，例如哈代视上帝为自己的仇敌；而莱布尼兹则“披着宗教的外衣反宗教”；伽罗瓦是一位热情的民主革命家；可恨德国数学家O. 泰希米勒，尽管他有可与伽罗瓦相媲美的天才，却是一个死有余辜的纳粹分子，曾丧心病狂地迫害他的犹太老师，参加党卫军，在战场上为匪首希特勒殉葬，成了法西斯的可耻炮灰。

在大数学家当中，犹太人不少，例如冯·诺依曼、柯朗、爱米·诺特(Noether，德国女数学家，“抽象代数之母”)、康托尔、西尔维斯特(代数学家)、克罗内克等等。少数民族未必不擅长

数学。

在数学史上，巴黎、柏林、伦敦、纽约等大都市出现大批数学家不足为奇，但一些小城镇乃至乡村出现大数学家也屡见不鲜，例如哥尼斯堡是个小城镇，它是著名的“哥尼斯堡七桥问题”的故乡，出生在此的著名数学家有希尔伯特、哥德巴赫、利普西兹、克莱布什等等，那里的百姓有爱好数学的习俗，正可谓人杰地灵。

在大数学家当中，不乏自学成才者，例如布尔、华罗庚、索菲娅·吉尔曼（法国女数论专家）、韦达、巴拿赫、贝塞尔、格林、科瓦列夫斯卡娅、拉马努金等等。自学有自学的好处，可以充分发展独立思考的能力，而独立思考能力是创造性工作的最基本的素质之一。当然，大多数走自学之路的人是迫于社会条件，尚不知有多少极具数学禀赋的天才少年，由于时代或家庭条件的埋没，连自学之路都走不通。

数学家面对的是人类智慧所能达到的极限难题，他们对自己从事的事业和所冲击的题目酷爱有加，其专心与执着的状态比废寝忘食、卧薪尝胆者有过之而无不及，终生未婚者在数学家行列中亦大有人在，例如牛顿、莱布尼兹、许波提娅（女）、笛卡儿、阿贝尔、外尔斯特拉斯、伽罗瓦、切比雪夫、哈代、爱米·诺特（女）等等，他们把毕生的精力和才智全部献给了人类的数学事业，实在可歌可敬！

数学家是些什么人？

这些人献身科学，不图安逸。

这些人主持正义，淡泊名利。

这些人勇于创新，不畏非议。

这些人注重应用，敏于数理。

这些人科研有术，教学有方。

这些人出于寒门，自学成才。

这些人崇尚理智，严谨细致。

这些人多才多艺，聪慧机敏。

奉劝有志者，不妨也做数学家。

作　者

2004年9月于中国科学技术大学

内容简介

本书对科学史上诸位伟大数学家的生平、事业和成就树碑立传，用无限崇敬的文字，热情歌颂对真理执着追求的人们，热情歌颂对科学文化(数学是一种高尚的文化)无私奉献的人们，呈现他们清高的灵魂，顽强的意志和善真的美德，为每个想做好人做学问的人树立榜样；同时，用严谨而易懂的方式向读者论述相关数学成果的深刻概念、巧妙解法、广泛应用和盎然兴趣。

本书的读者包括中学师生、大学师生和广大数学爱好者；是中学和大学数学史类课程的参考书，亦可供科学史工作者查阅。

目　　录

刘徽(中国魏晋,3世纪)

刘　徽

> 从对数学贡献的角度来衡量，刘徽应该与欧几里得、阿基米德相提并论
>
> ——吴文俊，《九章算术注释·序》

刘徽是中国古代最伟大的数学家，生平与籍贯不详，生活于公元3世纪，他的学术活动在山东、河南、河北一带进行，有数学史专家说他是山东人。他生于魏晋时代，最主要的著作是《九章算术注》和《海岛算经》两部。2002年，中国邮电部发行刘徽纪念邮票，刘徽已被世人公认为最杰出的文化名人之一。

(1) 发明割圆求 π 的算法

刘徽之前，中国取 $\pi=3$，刘徽指出 $\pi=3$ 太失真，应该用 π 的更为近似的值来取代3。刘徽发明了割圆术，求得了 $\pi\approx 3.1416$ 来替代了粗糙的 $\pi=3$。史学家阮元在《畴人传》中说："徽创以六觚之面割之又割，以求周径相之为率，厥后祖冲之更开密法，仍是割之又割耳，未能于徽法之外，另立新术也。"

事实上，如图1所示，若 $AB=a_n$ 是正 n 边形的边长，$AB'=a_{2n}$ 是正 $2n$ 边形的边长，设 O 是圆心，半径为1，C 是 OB' 与 AB 之交点，则由勾股定理，得

$$OC=\sqrt{1^2-\left(\frac{a_n}{2}\right)^2},\ CB'=1-\sqrt{1-\frac{a_n^2}{4}}$$

$$AB' = a_{2n} = \sqrt{\left(\frac{a_n}{2}\right)^2 + (CB')^2} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{a_n}{2}\right)^2 + \left(1 - \sqrt{1 - \frac{a_n^2}{4}}\right)^2} =$$

$$\sqrt{2 - \sqrt{4 - a_n^2}}$$

即得递推公式

$$\begin{cases} a_{2n} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - a_n^2}}, a_{2n}^2 = 2 - \sqrt{4 - a_n^2}, n \geqslant 6 \\ a_6 = 1 \end{cases}$$

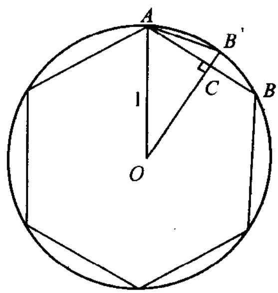

图 1

刘徽运用他的高超的求算术平方根的技巧和耐心细致的计算工夫求得 a_{3072}的值,再用正 3072 边形的周长 $3072a_{3072}$代替圆周长,求得 $\pi \approx 3.1416$。割圆求 π 的过程是在“内接正多边形的周长 na_n,当 n 无限变大时的极限即为圆周长”的原始极限思想指导下进行的。

由于在单位圆中的弦弧比之极限

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

所以单位圆的周长 S 与其内接正 n 边形之周长 S_n 之比,当

$n \to \infty$时极限为 1，即$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S$，所以当 n 足够大时，内接正 n 边形的周长 $S_n \approx S$。

(2) 发觉了无理数的存在

刘徽在求有理数的算术平方根的运算实践过程中，察觉到无理数的存在。刘徽说："凡开积为方，方之自乘当还复其积分。令不加借算而命分，则常微少；其加借算而命分，则又微多。其数不可得而定。故以面命之，为不失耳。"

刘徽所说的"方"指正有理数的算术平方根，"积"指被开方数，他是借用"正方形面积为边长自乘"中的"积"字，即 $a \times a = S$ 中，S 为积，a 为方。当时中国数学家还不明确无理数为何物。所谓"其数不可得而定"，指由 S 用求过剩近似值（加借算）和不足近似值（不加借算）的办法求不出 S 的用有理数表达的平方根来。刘徽把这种数$\sqrt{S}$称为"面"，可见刘徽的"面"的概念即指犹如$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$，$\sqrt{\frac{2}{3}}$之类的无理数。

事实上，如 S 是一个正整数，若不存在另一整数 s，使得 $s^2 = S$，则$\sqrt{S}$是一个无理数；若这时

$$\sqrt{S} = \frac{q}{p}$$

其中 $p > 1$，$\frac{q}{p}$是既约分数，则把 p 与 q 进行素因数分解得

$$p = p_1 p_2 \cdots p_m, q = q_1 q_2 \cdots q_n$$

其中 p 与 q 皆素数，则

$$S = \frac{q_1^2 q_2^2 \cdots q_n^2}{p_1^2 p_2^2 \cdots p_m^2}$$

由此看出分子上 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 中含有 $p_1, p_2, \dots, p_m$，因为只有如此才能使得$\frac{q_1^2 q_2^2 \cdots q_n^2}{p_1^2 p_2^2 \cdots p_m^2}$约分后得到整数 S，此与$\frac{q}{p} = \frac{q_1 q_2 \cdots q_n}{p_1 p_2 \cdots p_m}$

是既约分数相违。

刘徽的“数感”极为灵敏，他在开方运算中领悟到这种“不可得而定”的无理数的存在，但有一关刘徽没有通过，即数学地严格证明这种无理数的存在性。事实上，如果 S 当真是某有理数 s 平方的结果，但 s 是 100^{100} 位有尽小数，由于没有那么多时间进行不加借算与加借算的 $\sqrt{S}$ 近似开方，一位一位小数地确定出 s 来，所以当你进行了非常之多的小数点后精确有效数字的确定之后，只要没有确定出第 100^{100} 位小数的有效数字，你就不敢宣布这个数 $\sqrt{S}$ 是“面”。

(3) 别出心裁证勾股

刘徽巧妙地构作了如图 2 的勾股定理的证明图，利用他贯用的“面积割补法”对勾股定理进行了“无字证明”。

刘徽主张“析理以辞，解体用图”。

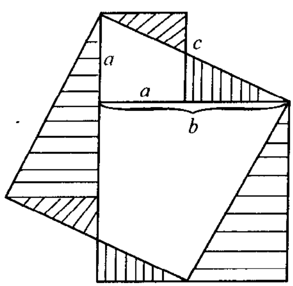

图 2

在证勾股定理时，刘徽用的图 2 真可谓天衣无缝。

(4) 针对具体题目，设计有效算法

《九章算术》中有一题曰：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺。引葭赴岸，适与岸齐。问水深、葭长各几何?”见图 3。

刘徽注曰：“此以池方半之，得五尺为勾，水深为股，葭长为弦。以勾及股弦差求股弦。故令勾自乘，先见矩幂也。出水

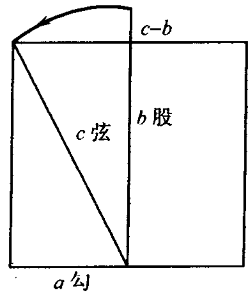

图 3

者，股弦差。减此差于矩幂则余之。倍差为此幂之广，水深是股。令此幂除倍出 2 尺为广，故得水深也！”

刘徽此言写成算法，即

$$水深 = b = \frac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)}$$

$$= \frac{5^2-1^2}{2\times 1}$$

$$= 12(尺)$$

葭长为 12 + 1 = 13(尺)。

不难验证刘徽的算法公式与勾股定理是等价的，即

$$b = \frac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)} \Leftrightarrow c^2 = a^2+b^2$$

可见 $b=\frac{a^2-(c-b)^2}{2(c-b)}$ 是勾股定理的另一种形式（写法）。在大数学家刘徽手里，数学公式如掌中皮球，随心所欲，拿捏得变换无穷，形变而质不变。

印度数学家婆斯加罗（Bhaskara，1141—1225）在其著作中曾引用了《九章算术》中此题目，只是把葭翻记成了莲，把 a 改成 2 尺，把 $c-b$ 改成了 0.5 尺，代入 $c-b=0.5$，$a=2$，按刘徽公式

$$b = \frac{a^2 - (c - b)^2}{2(c - b)}$$

即得所求之水深。令人猜测是否是印度人“东天取经”，把我国的《九章算术》的刘徽注本于公元 13 世纪传入印度？他们还为此题吟诗一首：

莲花问题

湖平浪静出新莲，五寸婷婷露笑颜。
孰意风狂玉枝倒，忍看花色没波涟。
渔翁秋后寻根源，根距残花 2 尺边。
借问群英贤学子，水深多少在当年？

在《九章算术》中，每题之后刘徽皆加了一个“注曰”，这个“注曰”即刘徽为该题设计的算法。算法的故乡在中国，刘徽是算法的开山鼻祖。

(5) 巧解不定方程组

《九章算术》中有一名题：“五家共井”。题曰：“今有五家共井，甲二绠不足，如乙一绠；乙三绠不足，如丙一绠；丙四绠不足，如丁一绠；丁五绠不足，如戊一绠；戊六绠不足，如甲一绠，如各得所不足一绠，皆逮。同井深、绠长各几何？”

刘徽是识破此题为解不惟一的所谓不定方程的第一人。

按现代的记号，设甲乙丙丁戊的绠(井绳)之长分别为 x，y，z，u，v，井深为 h，这是 6 个未知数，我们只能由题意列出 5 个方程的方程组：

$$\begin{cases} 2x + y = h \\ 3y + z = h \\ 4z + u = h \\ 5u + v = h \\ 6v + x = h \end{cases}$$

抄出它的增广(含右端系数)矩阵为