

高等学校教材

电工理论基础

下册

(分布参数电路、电磁场)

周克定 张文灿 主编



高等教育出版社

高等学校教材

电工理论基础

下册

(分布参数电路、电磁场)

周克定 张文灿 主编

高等教育出版社

(京)112号

内 容 提 要

本书是为宽口径的电气技术专业新编的教材,内容包括电路及磁路、电磁场、信号与系统的基本内容。全书分上、中、下三册出版。下册包括分布参数电路、静电场和恒定电流场、恒定磁场、时变电磁场、电磁场的边值问题等五章。本书取材密切结合工程实际,论述严谨,文字通达,深浅适度,也可供电力、电机及自动化类专业使用。

高等学校教材

电工理论基础

下 册

(分布参数电路、电磁场)

周克定 张文灿 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京发行所发行

北京市通县觅子店印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 10.25 字数 260 000

1994年11月第1版 1994年11月第1次印刷

印数0001—2 949

ISBN7-04-004985-6/TM·245

定价 5.95 元

目 录

第十五章 分布参数电路	1
§ 15-1 分布参数电路的方程	2
§ 15-2 均匀传输线方程的正弦稳态解	4
§ 15-3 行波	8
§ 15-4 均匀传输线的传播特性	15
§ 15-5 无畸变线	21
§ 15-6 不同工作状态下的均匀传输线	23
§ 15-7 无损耗线	28
§ 15-8 驻波	33
§ 15-9 无损耗线的应用	37
§ 15-10 均匀传输线的集中参数电路模型	41
§ 15-11 均匀传输线的暂态过程与无损耗线方程的解和行波	45
习题	49
第十六章 静电场和恒定电流场	52
§ 16-1 电位梯度	52
§ 16-2 静电场中的导体和电介质	58
§ 16-3 环路定理和静电场的无旋性	62
§ 16-4 高斯定律	64
§ 16-5 不同介质分界面上的边界条件	68
§ 16-6 泊松方程和拉普拉斯方程	72
§ 16-7 解的唯一性	75
§ 16-8 电轴、两平行输电线电场的计算	76
§ 16-9 镜像法	79
§ 16-10 双线输电线的电容	85
§ 16-11 多导体系统的电容系数和部分电容	88
§ 16-12 电场能量和能量密度	96

§ 16-13	电场力的计算	97
§ 16-14	导电媒质中的恒定电流场	102
§ 16-15	不同导电媒质分界面上的边界条件	108
§ 16-16	恒定电流场与静电场的相似性	112
§ 16-17	接地电阻及其计算方法	114
	习题	116
第十七章	恒定磁场	119
§ 17-1	磁场、磁感应强度	119
§ 17-2	比奥-沙伐定律、安培环路定律	121
§ 17-3	物质的磁化、磁化强度和磁场强度	126
§ 17-4	磁通连续性原理和磁场的无源性	130
§ 17-5	磁标位	130
§ 17-6	磁矢位	135
§ 17-7	磁化体外部的磁矢位、磁化电流	142
§ 17-8	磁场中两种媒质分界面上的边界条件	146
§ 17-9	磁场的镜像法	150
§ 17-10	自感的计算	153
§ 17-11	互感的计算	157
§ 17-12	磁场能量和能量密度	162
§ 17-13	磁场力的计算	165
	习题	168
第十八章	时变电磁场	171
§ 18-1	位移电流、全电流定律和电磁感应定律	171
§ 18-2	麦克斯韦方程组	178
§ 18-3	电磁场能量、坡印亭矢量	181
§ 18-4	动态位及其微分方程	186
§ 18-5	理想介质中的均匀平面波	190
§ 18-6	导电媒质中的均匀平面波, 波的衰减及 透入深度和电磁屏蔽	197
§ 18-7	导体中的涡流、集肤效应和邻近效应	206
§ 18-8	电磁波的反射与折射、驻波	218

§ 18-9 电磁波的辐射	220
§ 18-10 场、路理论的统一, 电路集中参数与似稳场的关系	226
习题	229
第十九章 电磁场的边值问题	232
§ 19-1 概述	232
§ 19-2 保角变换法	235
§ 19-3 分离变量法	243
§ 19-4 有限差分法	263
§ 19-5 有限单元法	271
§ 19-6 图解法	288
习题	292
附录 I 正交坐标系及三种常用坐标系中的微分算子	296
附录 II 矢量运算公式	300
附录 III 电磁单位制	306
附录 IV 区域变换和复位函数图形示例	309
习题答案	314

第十五章 分布参数电路

以前所讨论的电路,都是集中参数电路。但是,在研究高电压长距离的传输线或高频电路时,除考虑传输线的电阻和电感外,还要考虑导线之间的电导和电容。也就是说,需要考虑沿导线分布的电场和磁场以及沿线电磁能转变成热能的效应,对这样的电路,如果再像以前一样把电路参数电阻电感电容和漏电导认为是集中在某些部位,则会造成较大的分析误差。这种必须考虑参数分布性的电路,称为分布参数电路。

工程上,高压长距离输电线是最常遇到的分布参数电路,这种电力输电线频率很低(50Hz)、电压很高(可达几十万伏甚至上百万伏)、线路很长(几百公里甚至几千公里),因而输电线之间的泄漏传导电流和电容位移电流不能忽略不计。再加上输电线的电阻和电感,它们也沿线分布,这样就造成同一瞬间沿线各点电流不等和线间电压也不相等的情况。因此,分布参数电路的电压和电流既是时间的函数,也是空间坐标的函数。

对于通信、计算机和自动控制系统中所使用的传输线或在研究某些电路的冲激现象时,虽然电路的尺寸不很大,但频率(或频谱中的高频成份)可能很高,从而电路尺寸可以与电压波和电流波的波长互相比拟。这类电路,也应该作为分布参数电路来处理。由此可见,电路之所以分为集中参数电路和分布参数电路,既与电路中电压的量值有关、也与电流的频率 f 有关,后者也可说是与电路中可能出现的最高频率求得的波长 λ 有关。大体上可以这样区分,若设电路的最大尺寸为 l ,则当 $100l \leq \lambda$ 时,该电路可以看作是集中参数电路;而当 $100l \geq \lambda$ 时,该电路应作为分布参数电路来研究(但是,当电压极高时,即令 $f \rightarrow 0$,也需要考虑电路参数的

分布性)。

电路参数有可能沿电路作不均匀分布,但在很多场合可以假设参数沿电路是均匀分布的,例如长输电线,导体的截面、它们的相互位置与媒质特性沿线路长度都不变化,这种线路称为均匀线。本章研究线性的均匀分布参数传输线,其单位长度的参数用 R_0 、 L_0 、 C_0 和 G_0 来表示。其中, R_0 表示单位长度来回两导线的电阻; L_0 表示单位长度的电感; G_0 表示单位长度两导线之间的漏电导; C_0 表示单位长度两导线之间的电容。这四个原始参数可以通过计算或测量确定。通常可以认为它们是常量。长输电线可用无限多个具有无穷小尺寸的集中参数电路级联去模拟。对于每个无穷小尺寸的集中参数电路,可用基尔霍夫定律写出电压、电流方程式。由于电压、电流既随时间变化,又随距离变化,它们同时是时间和距离的函数。所以,分布参数电路的电压、电流方程为偏微分方程。

§15-1 分布参数电路的方程

基尔霍夫定律只适用于集中参数电路,对于分布参数电路不能直接应用,但可研究其中的一个微小区段,这时基尔霍夫两定律仍然适用。

设电压和电流的参考方向如图 15-1 所示,传输线始端激励源为 $u_1(t)$, 现在取离传输线始端为 x 的一个无穷小长度元 dx 来研究。图 15-2 中将 dx 长度元来回导线上的电阻 $R_0 dx$ 和电感 $L_0 dx$ 放在来线中,而将 dx 长度元两线间的电导 $G_0 dx$ 和电容 $C_0 dx$ 放

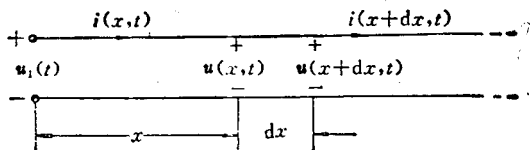


图 15-1

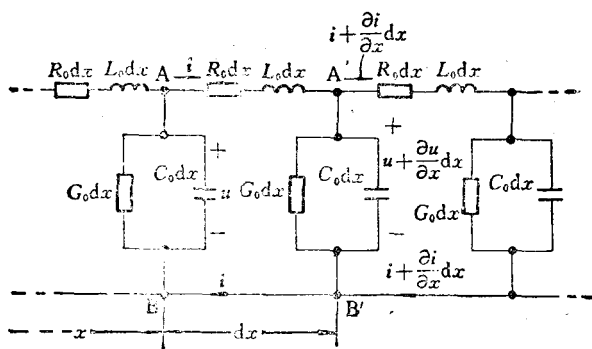


图 15-2

在两个相邻长度元的联接处。设在某时刻 t, x 处的电压为 u ，电流为 i ，则同一时刻，在距始端为 $x + dx$ 处的电压和电流将为 $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ 和 $i + \frac{\partial i}{\partial x} dx$ 。应用基尔霍夫电压定律于 $AA'B'BA$ 回路，得

$$u - \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) = (R_0 dx) i + (L_0 dx) \frac{\partial i}{\partial t}$$

或

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \quad (15-1)$$

应用基尔霍夫电流定律于 A' 节点，得

$$i - \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) = \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) G_0 dx + (C_0 dx) \frac{\partial}{\partial t} \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right)$$

略去二阶无穷小量 $(dx)^2$ ，整理后得

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (15-2)$$

式(15-1)、(15-2)是均匀传输线的基本方程式,称为均匀传输线方程,或传输线方程。分别消去变量 i 及 u 可得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (R_0 C_0 + L_0 G_0) \frac{\partial u}{\partial t} + G_0 R_0 u \quad (15-3)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (R_0 C_0 + L_0 G_0) \frac{\partial i}{\partial t} + G_0 R_0 i \quad (15-4)$$

以上方程又称电报方程。原则上,当给出初始条件和边界条件之后,即可求出解答 $u(x, t)$ 和 $i(x, t)$ 。

对于对称三相传输线而言,原始参数 R_0, G_0, L_0, C_0 分别为一根导线的电阻、对地漏电导、一相等效电感和一相等效电容与线路长度的比值。

§15-2 均匀传输线方程的正弦稳态解

在传输线始端外加正弦电压源,并达到稳定状态后,由于线路参数 R_0, L_0, C_0, G_0 均为常量,因此线上各处的电压 u 和电流 i 也必然是同频率的正弦量。如用相量表示各处的电压 u 和电流 i ,则与电压和电流相对应的相量分别为 $\dot{U}_m e^{j\omega t}$ 和 $\dot{I}_m e^{j\omega t}$ 。将这两个相量代入式(15-1)和式(15-2),则得

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \dot{U}_m e^{j\omega t}}{\partial x} &= R_0 \dot{I}_m e^{j\omega t} + L_0 \frac{\partial \dot{I}_m e^{j\omega t}}{\partial t} \\ -\frac{\partial \dot{I}_m e^{j\omega t}}{\partial x} &= G_0 \dot{U}_m e^{j\omega t} + C_0 \frac{\partial \dot{U}_m e^{j\omega t}}{\partial t} \end{aligned}$$

上两式中,振幅相量 \dot{U}_m 和 \dot{I}_m 仅是距离 x 的函数,注意到

$$\frac{\partial \dot{U}_m e^{j\omega t}}{\partial x} = e^{j\omega t} \frac{\partial \dot{U}_m}{\partial x}$$

和

$$\frac{\partial \dot{I}_m e^{j\omega t}}{\partial t} = \dot{I}_m \frac{\partial e^{j\omega t}}{\partial t} = j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t},$$

消去 $e^{j\omega t}$ 并用有效值相量表示,则上两式成为

$$-\frac{d\dot{U}}{dx} = (R_0 + j\omega L_0)\dot{I} \quad (15-5)$$

$$-\frac{d\dot{I}}{dx} = (G_0 + j\omega C_0)\dot{U} \quad (15-6)$$

由此可见,采用相量法就可以把偏微分方程化为常微分方程。将式(15-5)对 x 求导,并将式(15-6)代入,得

$$\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} - \gamma^2\dot{U} = 0 \quad (15-7)$$

式中

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta \quad (15-8)$$

是一个随传输线原始参数和频率而变化的复数,称为均匀传输线的传播系数或传播常数。

式(15-7)是一个二阶常系数线性齐次常微分方程式,其通解为

$$\dot{U} = \dot{U}'e^{-\gamma x} + \dot{U}''e^{\gamma x} = \dot{U}' + \dot{U}'' \quad (15-9)$$

式中积分常数一般为复数,设为 $\dot{U}' = U'_1/\psi'$, $\dot{U}'' = U''_1/\psi''$; $\dot{U}' = U'_1e^{-\alpha x}e^{j(\psi' - \beta x)}$, $\dot{U}'' = U''_1e^{\alpha x}e^{j(\psi'' + \beta x)}$ 可看作线路任何一处电压相量 \dot{U} 的两个分量。

由式(15-5)可得电流相量

$$\begin{aligned} i &= -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0} \frac{d\dot{U}}{dx} = \frac{\gamma}{R_0 + j\omega L_0} (\dot{U}'e^{-\gamma x} - \dot{U}''e^{\gamma x}) \\ &= \frac{\dot{U}'}{Z_c} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{U}''}{Z_c} e^{\gamma x} = \dot{I}' - \dot{I}'' \end{aligned} \quad (15-10)$$

式中

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = |Z_c|e^{j\theta_c} \quad (15-11)$$

也是一个随传输线原始参数和频率而变化的复数,称为传输线的特性阻抗或波阻抗。

如果传输线始端电压 \dot{U}_1 和电流 \dot{i}_1 为已知, 则积分常数 \dot{U}'_1 和 \dot{U}'_2 可用 $x=0$ 代入式(15-9)和式(15-10)求得, 即

$$\dot{U}(0) = \dot{U}_1 = \dot{U}'_1 + \dot{U}'_2$$

$$\dot{i}(0) = \dot{i}_1 = \frac{\dot{U}'_1}{Z_c} - \frac{\dot{U}'_2}{Z_c}$$

解之, 得

$$\dot{U}'_1 = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 + Z_c \dot{i}_1) \quad (15-12a)$$

$$\dot{U}'_2 = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 - Z_c \dot{i}_1) \quad (15-12b)$$

故

$$\dot{U}(x) = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 + Z_c \dot{i}_1) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\dot{U}_1 - Z_c \dot{i}_1) e^{\gamma x} \quad (15-13a)$$

$$\dot{i}(x) = \frac{1}{2} \left(\dot{i}_1 + \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \right) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} \left(\dot{i}_1 - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \right) e^{\gamma x} \quad (15-13b)$$

由于

$$\operatorname{ch} \gamma x = \frac{1}{2} (e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})$$

$$\operatorname{sh} \gamma x = \frac{1}{2} (e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})$$

式(15-13)可写成双曲线函数式

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \dot{i}_1 Z_c \operatorname{sh} \gamma x \quad (15-14)$$

$$\dot{i}(x) = \dot{i}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x \quad (15-15)$$

如果传输线终端的电压相量 \dot{U}_2 、电流相量 \dot{i}_2 为已知, 则应利用终端的边界条件, 如图 15-3 所示。这时

$$x = l - x'$$

将它代入式(15-9)和式(15-10), 得

$$\dot{U}(x') = \dot{U}_1 e^{-\gamma(l-x')} + \dot{U}'_1 e^{\gamma(l-x')} = \dot{U}_2 e^{\gamma x'} + \dot{U}'_2 e^{-\gamma x'} \quad (15-16a)$$

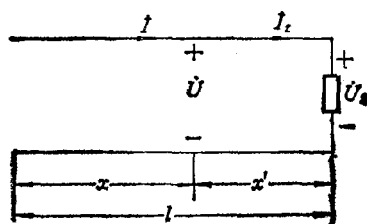


图 15-3

$$i(x') = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} e^{\gamma x'} - \frac{\dot{U}_2''}{Z_c} e^{-\gamma x'} \quad (15-16b)$$

式中 $\dot{U}_2 = \dot{U}_1 e^{-\gamma l}$, $\dot{U}_2'' = \dot{U}_1'' e^{\gamma l}$ 。积分常数 \dot{U}_2 和 \dot{U}_2'' 可将 $x' = 0$ 的边界条件代入上两式,求得为

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + I_1 Z_c) \quad (15-17a)$$

$$\dot{U}_2'' = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - I_1 Z_c) \quad (15-17b)$$

故

$$\dot{U}(x') = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + I_1 Z_c)e^{\gamma x'} + \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - I_1 Z_c)e^{-\gamma x'} \quad (15-18)$$

$$i(x') = \frac{1}{2}\left(I_1 + \frac{\dot{U}_1}{Z_c}\right)e^{\gamma x'} + \frac{1}{2}\left(I_1 - \frac{\dot{U}_1}{Z_c}\right)e^{-\gamma x'} \quad (15-19)$$

或写成双曲线函数形式为

$$\dot{U}(x') = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x' + I_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma x' \quad (15-20)$$

$$i(x') = I_2 \operatorname{ch} \gamma x' + \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x' \quad (15-21)$$

在上面两个式子中,重新令 $x = x'$, 也不会弄错,因为式子中用的是 \dot{U}_2 和 I_2 , 即根据终端边界条件确定的积分常数,故 x 应从终端算起。

由式(15-9)、(15-10)得距始端 x 处, 稳态解的瞬时值表示式

为

$$\begin{aligned}
 u(x,t) &= u'(x,t) + u''(x,t) = \text{Im}[\sqrt{2}(\dot{U}' + \dot{U}'')e^{j\omega t}] \\
 &= \sqrt{2}U_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi') \\
 &\quad + \sqrt{2}U_1' e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi'') \quad (15-22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i(x,t) &= i'(x,t) - i''(x,t) = \text{Im}[\sqrt{2}(\dot{I}' - \dot{I}'')e^{j\omega t}] \\
 &= \sqrt{2} \frac{U_1}{|Z_0|} e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \psi' - \varphi_0 - \beta x) \\
 &\quad - \sqrt{2} \frac{U_1'}{|Z_0|} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \psi'' - \varphi_0 + \beta x) \quad (15-23)
 \end{aligned}$$

§15-3 行 波

为讨论方便起见,先令 $\alpha = 0$, 则式(15-22)的 $u(x,t)$ 的第一个分量为

$$u'(x,t) = \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t + \psi' - \beta x) \quad (15-24)$$

当 x 等于某一定值 x_1 时,有

$$u_{x_1}'(t) = \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t + \psi' - \beta x_1)$$

它说明线路上 x_1 处的电压 $u_{x_1}'(t)$ 随时间作正弦变化,如图 15-4 所示。当 t 为定值 t_1 时,电压 u' 为随 x 变化的正弦函数,即

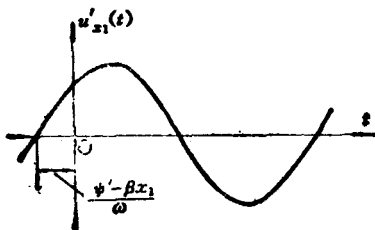


图 15-4

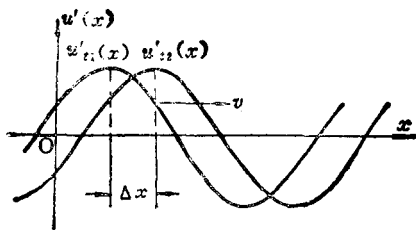


图 15-5

$$u'_{t_1}(x) = \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t_1 + \phi' - \beta x)$$

如图 15-5 所示。当 $t = t_1$ 时, 在 $x = x_1$ 处之电压为

$$u'(x_1, t_1) = \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t_1 + \phi' - \beta x_1)$$

而 $t = t_2 = t_1 + \Delta t$ 时, 电压 u' 沿线的分布为

$$u'(x, t_1 + \Delta t) = \sqrt{2} U_1 \sin[\omega(t_1 + \Delta t) + \phi' - \beta x]$$

显然, 若

$$\omega t_1 + \phi' - \beta x_1 = \omega(t_1 + \Delta t) + \phi' - \beta x$$

则

$$u'(x, t_1 + \Delta t) = u'(x_1, t_1)$$

这时应有

$$x - \frac{1}{\beta}(\omega \Delta t + \beta x_1) = x_1 + \frac{\omega \Delta t}{\beta} = x_1 + \Delta x$$

式中 $\Delta x = \frac{\omega \Delta t}{\beta}$ 。这说明随着 t 的不断增长, 整个波形也不断地从左向右移动。这种沿线向一个方向移动的波称为行波。行波传播的速度, 可从 $\Delta x = \frac{\omega \Delta t}{\beta}$ 求得, 即

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta} \quad (15-25)$$

它是由保持相位角不变推导出来的, 故称之为相移速度, 简称相速

或波速^①。

一个周期时间内，行波行进的距离称为行波的波长，以 λ 表示，于是

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{\omega}{f\beta} = \frac{2\pi}{\beta} \quad (15-26)$$

对于 $R_0 = G_0 = 0$ 的无损耗线，有

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{(j\omega L_0)(j\omega C_0)} \\ &= j\omega\sqrt{L_0 C_0} = j\beta \end{aligned}$$

其波速为

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (15-27)$$

波长为

$$\lambda = \frac{\omega}{f} = \frac{1}{f\sqrt{L_0 C_0}} \quad (15-28)$$

可以证明(参见十六章和十七章)，对架空线而言， $L_0 C_0 = \epsilon_0 \mu_0$ 。其中，真空的电容率 $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{F/m}$ ，真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/A}$ ，故架空线上行波的传播速度

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{m/s}$$

为光的传播速度。对于 50Hz 的架空电力线，波长长达

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{50} = 6 \times 10^6 \text{m} = 6000 \text{km}$$

但对于频率高的电信线路，波长 λ 小，即使线路不长，也可能已接近 λ 或大于 λ 。从无损耗线路的波速表达式(15-27)还可看到，它与频率 f 无关，频谱中各频率成份以相同的速度进行传播，因此，无损耗线传播信号最理想，传送的声音不发生畸变。无畸变线也

^① 在电磁波的传播中，波速与相速是有区别的，但在均匀线中二者是一致的。

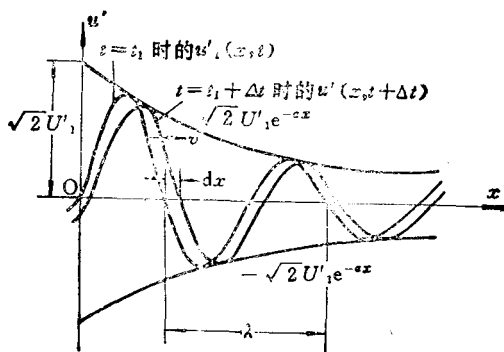


图 15-6

有同样的特性(见 § 15-5)。

一般情况下, R_0, G_0 不等于零, 即 $\alpha \neq 0$, 这时

$$u'(x, t) = \sqrt{2} U_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \phi' - \beta x) \quad (15-29)$$

它说明, 沿导线自始端向终端传播的是速度为 $v = \omega/\beta$ 的减幅正弦波, 如图 15-6 所示。由于 $u'(x, t)$ 是从始端(电源端)向终端(负载端)传播的行波, 故称之为正向行波, 也是到终端负载的入射波。

电压的另一个分量

$$u''(x, t) = \sqrt{2} U_1'' e^{\alpha x} \sin(\omega t + \phi'' + \beta x) \quad (15-30)$$

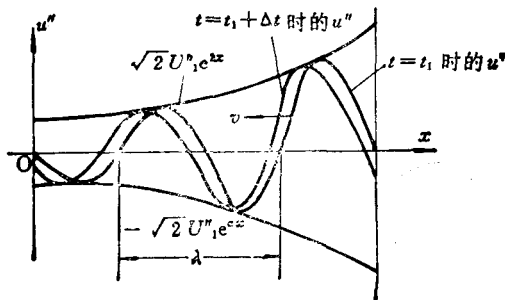


图 15-7