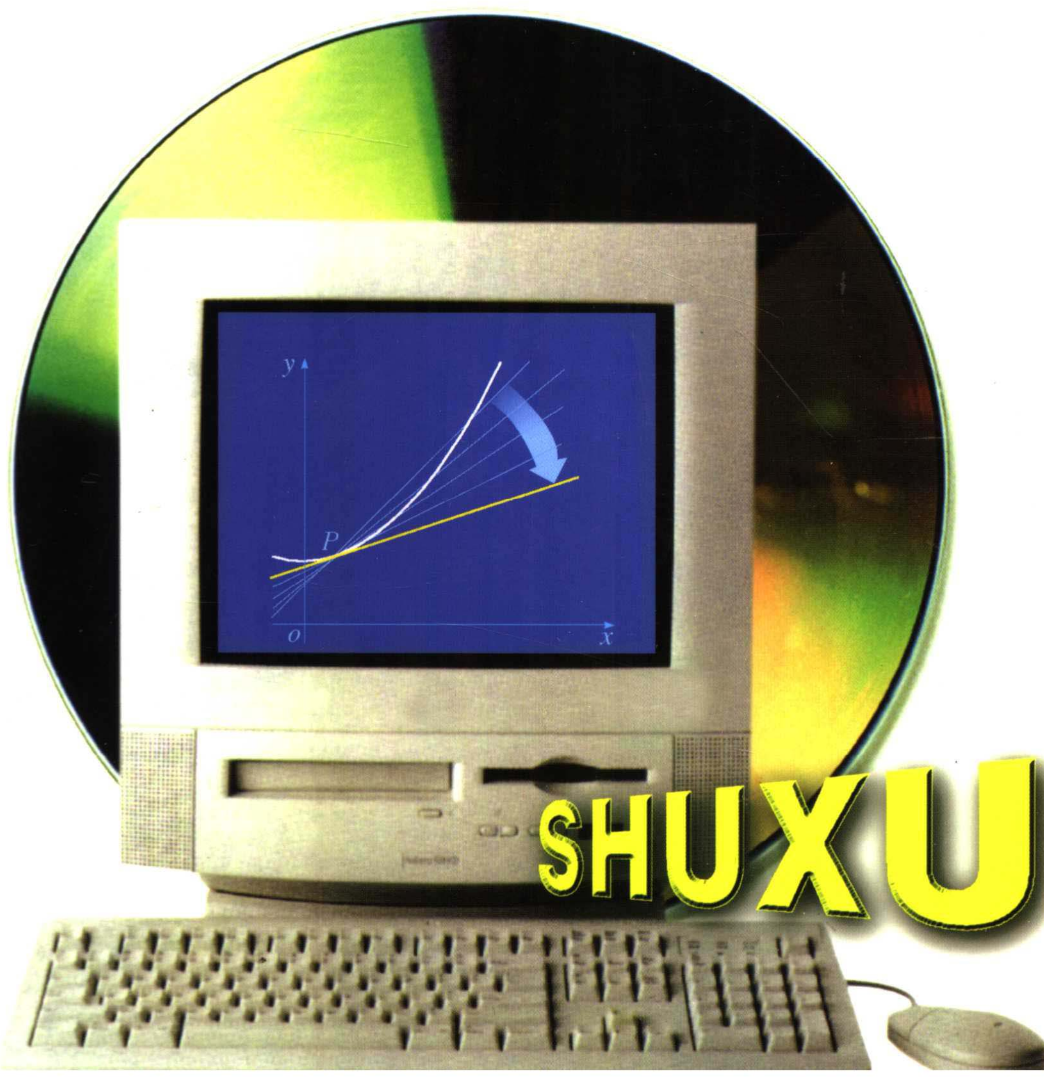
经全国中小学教材审定委员会
2003年审查通过

全日制普通高级中学教科书

数学

第三册 （选修Ⅰ）

人民教育出版社中学数学室 编著



SHUXUE

人民教育出版社

数学

SHUXUE

全日制普通高级中学教科书
数 学
第三册（选修Ⅰ）
人民教育出版社中学数学室 编著
*
人民教育出版社出版发行
（北京沙滩后街55号 邮编：100009）
网址：http://www.pep.com.cn
北京天宇星印刷厂印装 全国新华书店经销
*
开本：889毫米×1 194毫米 1/16 印张：3.75 字数：65 000
2004年6月第1版 2005年5月第5次印刷
印数：103 001～133 000
ISBN 7-107-17339-1 / G·10429（课） 定价：4.70元

说 明

《全日制普通高级中学教科书·数学》（以下简称《数学》）是根据教育部2002年颁布的《全日制普通高级中学课程计划》和《全日制普通高级中学数学教学大纲》，在《全日制普通高级中学教科书（试验修订本）·数学》的基础上修订而成的. 此次修订的指导思想是：遵循“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”的战略思想，贯彻教育必须为社会主义现代化建设服务，必须与生产劳动相结合，培养德、智、体、美全面发展的社会主义事业的建设者和接班人的方针，以全面推进素质教育为宗旨，全面提高普通高中教育质量.

普通高中教育，是与九年义务教育相衔接的高一层次的基础教育. 高中教材的编写，旨在进一步提高学生的思想道德品质、文化科学知识、审美情趣和身体心理素质，培养学生的创新精神、实践能力、终身学习的能力和适应社会生活的能力，促进学生的全面发展，为高一级学校和社会输送素质良好的合格的毕业生.

《数学》包括三册，其中第一册、第二册是必修课本，分别在高一、高二学习，每周4课时；第三册是选修课本，在高三学习，它又分为选修Ⅰ和选修Ⅱ两种，每周分别为2课时和4课时.

本书是《数学》第三册（选修Ⅰ），内容包括统计、导数.

全套书在体例上有下列特点：

1. 每章均配有章头图和引言，作为全章内容的导入，使学生初步了解学习这一章的必要性.

2. 书中习题共分三类：练习、习题、复习参考题.

练习　以复习相应小节的教学内容为主，供课堂练习用.

习题　每小节后一般配有习题，供课内、外作业选用，少数标有 * 号的题在难度上略有提高，仅供学有余力的学生选用.

复习参考题　每章最后配有复习参考题，分 A、B 两组，A 组题是属于基本要求范围的，供复习全章使用；B 组题带有一定的灵活性，难度上略有提高，仅供学有余力的学生选用.

3. 每章在内容后面均安排有小结与复习，包括内容提要、学习要求和需要注意的问题、参考例题三部分，供复习全章时参考.

4. 每章附有一至两篇不作教学要求的阅读材料，供学生课外阅读，借以扩大知识面、激发学习兴趣、培养应用数学的意识.

本套书由人民教育出版社中学数学室编写，其中《数学》第三册（选修Ⅰ）原试验本的编写工作由薛彬主持，参加编写工作的有饶汉昌、薛彬、颜其鹏等. 责任编辑为俞求是、李海东，审稿为高存明.

本书原试验本在编写过程中蒙孔令颐、蒋佩锦、储瑞年、戴佳珉、李果民、王华等同志提出宝贵意见，在此表示衷心感谢.

参加本次修订的有饶汉昌、薛彬，责任编辑为俞求是.

本书经全国中小学教材审定委员会2003年审查通过.

人民教育出版社中学数学室

2003年12月

本书部分常用符号

$\overline{x}$	样本平均数
s	样本标准差
Δx	x 的增量
$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	当 Δx 趋向于 0 时，函数 $y=f(x)$的平均变化率的极限
$f'(x_0)$	函数 $f(x)$在 x_0 处的导数
$f'(x)$	函数 $f(x)$的导函数

目　录

第一章　统计

第二章　导数

全日制普通高级中学教科书

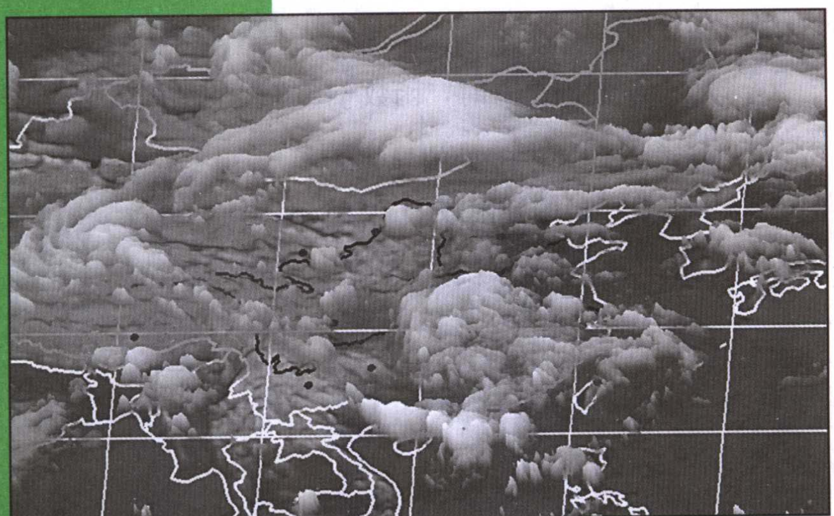
数　学

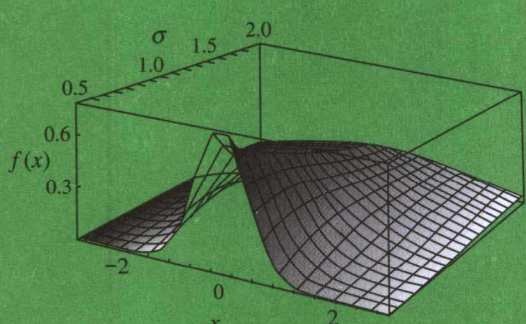
第三册（选修Ⅰ）

人民教育出版社中学数学室　编著

人民教育出版社

第一章 统计





- 1.1　抽样方法
- 1.2　总体分布的估计
- 1.3　总体期望值和方差的估计
- 实习作业　通过抽样调查研究实际问题

1. 随着当今社会信息化程度的日益提高，“抽样调查”一词已成为常用词汇. 为了及时地获取信息，我们往往不是对所研究的对象进行全面调查，而是采取抽样调查的方式，通过样本去推测全体对象的情况. 那么，怎样合理地去抽取样本呢?

2. 要从两名平均测验比赛成绩相差无几的运动员中选拔一名外出参加比赛，选拔的主要参考情况是两人在测验比赛中发挥水平的稳定程度. 那么，如何根据两人的部分测验比赛成绩，来区别两人发挥水平的稳定程度呢?

上面的问题，正是本章所要探讨的. 本章将在初中“统计初步”和高中必修课“概率”的基础上，继续学习统计知识，重点内容是如何从总体中抽取样本，通过对几个统计案例的分析，说明如何根据样本的情况去估计总体的情况，并参与涉及从抽取样本到完成统计推断全过程的实习作业.

1.1 抽样方法

在初中，我们学习过一些统计知识，了解统计的基本思想方法是用样本估计总体，即通常不是直接去研究总体，而是通过从总体中抽取一个样本，根据样本的情况去估计总体的相应情况. 例如，我们通常用样本平均数去估计总体平均数. 这样，样本的抽取是否得当，对于研究总体来说十分关键.

抽样分为不放回抽样和放回抽样两种情况. 当我们逐个地从总体中抽取个体时，如果每次抽取的个体不再放回总体，这种抽样叫做不放回抽样；如果每次抽取一个个体后，先将它放回总体，然后再抽取下一个个体，这种抽样叫做放回抽样.（很明显，放回抽样的特点是在从总体中抽取个体的过程中，总体里所含个体的情况始终未发生变化.）

下面我们着重介绍在实践中应用较多的不放回抽样，其中主要是简单随机抽样和分层抽样.

1. 简单随机抽样

假定一个小组有 6 个学生，要通过逐个抽取的方法从中取 3 个学生参加一项活动. 如果第 1 次抽取时每个被抽到的概率都是$\frac{1}{6}$，第 2 次抽取时，余下的每个被抽到的概率都是$\frac{1}{5}$，第 3 次抽取时，余下的每个被抽到的概率都是$\frac{1}{4}$，这种抽样就是简单随机抽样.

一般地，设一个总体含有有限个个体，并记其个体数为 N. 如果通过逐个抽取的方法从中抽取一个样本，且每次抽取时各个个体被抽到的概率相等，就称这样的抽样为**简单随机抽样**.

在上面的例子中，如果把先后抽取 3 个学生看成是一次完整的抽样过程，那么我们关心的是：在整个抽样过程中，每个个体被抽取的概率是否相等？

一般地，对于简单随机抽样来说，我们关心的是：整个抽样过程中每个个体被抽到的概率是否相等？

例如，要用简单随机抽样从含有 6 个个体的总体中抽取一个容量为 2 的样本. 抽样过程中，总体中的每个个体被抽到的概率是否相等？

回答是肯定的. 事实上，对于总体中的任意指定的个体 a 来

说，在从总体中抽取第 1 个个体时，显然它被抽到的概率是$\frac{1}{6}$. 同样可以证明（证明从略），个体 a 第 1 次未被抽到、而第 2 次被抽到的概率也是$\frac{1}{6}$.

由于个体 a 第 1 次被抽到与第 2 次被抽到是互斥事件，根据互斥事件的概率加法公式，在先后抽取 2 个个体的过程中，个体 a 被抽到的概率

$$P=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}.$$

又由于个体 a 的任意性，说明在抽样过程中每个个体被抽到的概率相等，都是$\frac{1}{3}$.

一般地，可以证明，如果用简单随机抽样从个体数为 N 的总体中抽取一个容量为 n 的样本，那么每个个体被抽到的概率都等于$\frac{n}{N}$.

我们看到，简单随机抽样体现了抽样的客观性与公平性，由于这种抽样方法比较简单，所以成为其他更复杂的抽样方法的基础.

如何实施简单随机抽样呢？下面介绍两种常用方法.

（1）抽签法

先将总体中的所有个体编号（号码可以从 1 到 N），并把号码写在形状、大小相同的号签上，号签可以用小球、卡片、纸条等制作，然后将这些号签放在同一个箱子里，进行均匀搅拌. 抽签时，每次从中抽出 1 个号签，连续抽取 n 次，就得到一个容量为 n 的样本. 对个体编号时，也可以利用已有的编号. 例如从全班学生中抽取样本时，可以利用学生的学号、座位号等.

抽签法简便易行，当总体的个体数不多时，适宜采用这种方法.

（2）随机数表法

本章后面的附录是一个随机数表. 表中共随机出现 0，1，2，…，9 十个数字，确切地说，在表中每个位置上出现各个数字的概率都是相等的. 因此在制作一个随机数表时，必须保证表中每个位置上的数字是等概率出现的❶. 下面举例说明如何用随机数表来抽取样本.

为了检验某种产品的质量，决定从 40 件产品中抽取 10 件进行

❶ 统计工作者常用计算机来产生随机数.

检查. 在利用随机数表抽取这个样本时，可以按下面的步骤进行：

第一步，先将40件产品编号，可以编为00，01，02，…，38，39.

第二步，在附录随机数表中任选一个数作为开始. 例如从第8行第9列的数5开始. 为便于说明，我们将附录中的第6行至第10行摘录如下.

16 22 77 94 39	49 54 43 54 82	17 37 93 23 78	87 35 20 96 43	84 26 34 91 64
84 42 17 53 31	57 24 55 06 88	77 04 74 47 67	21 76 33 50 25	83 92 12 06 76
63 01 63 78 59	16 95 55 67 19	98 10 50 71 75	12 86 73 58 07	44 39 52 38 79
33 21 12 34 29	78 64 56 07 82	52 42 07 44 38	15 51 00 13 42	99 66 02 79 54
57 60 86 32 44	09 47 27 96 54	49 17 46 09 62	90 52 84 77 27	08 02 73 43 28

第三步，从选定的数5开始向右读下去，得到一个两位数字号码59，由于59>39，将它去掉；继续向右读，得到16，将它取出；继续下去，又得到19，10，12，07，39，38，33，21，随后的两位数字号码是12，由于它在前面已经取出，将它去掉，再继续下去，得到34. 至此，10个样本号码已经取满. 于是，所要抽取的样本号码是

16　19　10　12　07　39　38　33　21　34

将总体中的N个个体编号时可以从0开始. 例如$N=100$时编号可以是00，01，02，…，99，这样总体中的所有个体均可用两位数字号码表示，便于运用随机数表.

当随机地选定开始读数的数后，读数的方向可以向右，也可以向左、向上、向下等等.

在上面每两位、每两位地读数过程中，得到一串两位数字号码，在去掉其中不合要求和与前面重复的号码后，其中依次出现的号码可以看成是依次从总体中抽取的各个个体的号码. 由于随机数表中每个位置上出现哪一个数是等概率的，每次读到哪一个两位数字号码，即从总体中抽到哪一个个体的号码也是等概率的，因而利用随机数表抽取样本保证了各个个体被抽取的概率相等.

练　　习

1. 将全班女学生（或男学生）按座位编号，制作相应的卡片号签，放入同一个箱子里均匀搅拌．从中抽出 8 个号签，就相应的 8 名学生对看足球比赛的喜爱程度（很喜爱、喜爱、一般、不喜爱、很不喜爱）进行调查，还可对其他感兴趣的问题进行调查．
2. （1）在上面用随机数表抽取样本的例子中，再按照下面的规则来抽取容量为 10 的样本：从表中的某一两位数字号码开始依次向下读数，到头后再转向它左面的两位数字号码，并向上读数，依此下去，直到取足样本．

   （2）自己设计一个抽样规则，抽取上面所要求的样本．

2. 分层抽样

一个单位的职工有 500 人，其中不到 35 岁的有 125 人，35 岁～49 岁的有 280 人，50 岁以上的有 95 人．为了了解这个单位职工与身体状况有关的某项指标，要从中抽取 100 名职工作为样本．职工年龄与这项指标有关，应该怎样抽取呢？

为了使抽出的 100 名职工更充分地反映单位职工的整体情况，在各个年龄段可按这部分职工人数与职工总数的比进行抽样．

因为抽取人数与职工总数的比为

$$100:500=1:5,$$

所以在各年龄段抽取的职工人数依次是

$$\frac{125}{5},\ \frac{280}{5},\ \frac{95}{5},\ \text{即 } 25,\ 56,\ 19.$$

在各年龄段分别抽取时，可采用前面介绍的简单随机抽样的方法．将各年龄段抽取的职工合在一起，就是所要抽取的 100 名职工．

像这样当已知总体由差异明显的几部分组成时，为了使样本更充分地反映总体的情况，常将总体分成几部分，然后按照各部分所占的比进行抽样，这种抽样叫做**分层抽样**，其中所分成的各部分叫做**层**．

可以看到，由于各部分抽取的个体数与这一部分个体数的比等于样本容量与总体的个体数的比，分层抽样时，每一个个体被抽到的概率都是相等的．

因为分层抽样充分利用了已知信息，使样本具有较好的代表性，所以这种抽样在实践中有着非常广泛的应用．

以上我们简单介绍了简单随机抽样和分层抽样．这两种抽样

方法的共同特点是：在整个抽样过程中每个个体被抽取的概率相等. 简单随机抽样是最基本的抽样方法，当总体由差异明显的几部分组成、采取分层抽样时，其中各层的抽样常采用简单随机抽样.

例　一个电视台在因特网上就观众对其某一节目的喜爱程度进行调查，参加调查的总人数为 12 000 人，其中持各种态度的人数如下表所示.

很喜爱	喜　爱	一　般	不喜爱
2 435	4 567	3 926	1 072

电视台为了了解观众的具体想法和意见，打算从中抽选出 60 人进行更为详细的调查，为此要进行分层抽样. 那么在分层抽样时，每类人中各应抽选出多少人?

解：样本容量与总体的个体数的比为

$$60:12\,000=1:200,$$

所以分层抽样时各类人中应抽出的人数分别为

$$\frac{2\,435}{200},\ \frac{4\,567}{200},\ \frac{3\,926}{200},\ \frac{1\,072}{200},$$

即近似为 12，23，20，5.

答：在分层抽样时，应在对这一节目“很喜爱”的观众中抽选出 12 人，在“喜爱”的观众中抽选出 23 人，在“一般”的观众中抽选出 20 人，在“不喜爱”的观众中抽选出 5 人.

练　习

1. 一个田径队中有男运动员 56 人，女运动员 42 人，用分层抽样方法从全队的运动员中抽出一个容量为 28 的样本.
2. 某市的 3 个区共有高中学生 20 000 人，且 3 个区的高中学生人数之比为 2∶3∶5，现要用分层抽样方法从所有学生中抽取一个容量为 200 的样本，这 3 个区分别应抽取多少人?
3. 举例说明各种抽样方法在实际生活中的应用.

上面我们在实施抽样时，为解决问题方便起见，一般假定总体含有的个体数是有限的，这种总体称为有限总体. 但实际上我们遇到的很多总体所包含的个体数是无限的，这种总体称为无限

总体. 例如，生产一个规定尺寸为 m 的零件，由于在生产过程中受到很多随机因素的影响，实际尺寸会在 m 的附近波动，这样由所有不同的零件尺寸组成的总体会在一个连续区间上取值，因此这个总体就是一个无限总体. 而对于抽测的 n 个总体的尺寸

$$x_1, x_2, \cdots, x_n$$

可以看成是从这个无限总体中抽取的一个样本. 在下一小节，我们将继续研究如何根据所抽取的样本的情况去估计相应总体的情况.

习 题 1.1

1. 在统计中，总体、个体、样本、样本的容量各指什么？为什么我们通常是从总体中抽取一个样本，通过样本来研究总体？
2. 考生在一次英语考试中要回答的 10 道题是这样产生的：从 15 道听力题中随机抽出 3 道题，从 20 道解答题中随机抽出 5 道题，从 10 道口试题中随机抽出 2 道题. 用抽签法确定某考生所要回答的考题的序号.
3. 要从全班学生中随机抽选 8 人去参加一项活动，分别用抽签法和随机数表法进行抽选，并写出过程.
4. 一个城市有 210 家百货商店，其中大型商店有 20 家，中型商店有 40 家，小型商店有 150 家. 为了掌握各商店的营业情况，要从中抽取一个容量为 21 的样本. 按照分层抽样方法抽取样本时，各类百货商店要分别抽取多少家？写出抽样过程.
5. 一个单位有职工 160 人，其中有业务人员 120 人，管理人员 16 人，后勤服务人员 24 人. 为了了解职工的某种情况，要从中抽取一个容量为 20 的样本. 用分层抽样方法抽取样本，并写出过程.

1.2 总体分布的估计

为了考察一个总体的情况，在统计中通常是从总体中抽取一个样本，用样本的有关情况去估计总体的相应情况. 这种估计大体分为两类，一类是用样本的频率分布去估计总体分布，一类是用样本的某种数字特征（例如平均数、方差等）去估计总体的相应数字特征. 下面我们先通过案例来介绍总体分布的估计.

例 1 为了了解某地区高三学生的身体发育情况，抽查了地区内 100 名年龄为 17.5 岁～18 岁的男生的体重情况，结果如下（单位：kg）：

60.5	69.5	65	61.5	64.5	66.5	64	64.5	62	58.5
72	73.5	59	67	70	57.5	65.5	68	71	75
62	68.5	62.5	66	59.5	63.5	64.5	67.5	73	68
64	72	66.5	74	63	60	55	70	64.5	58
64	70.5	57	62.5	65	69	71.5	73	62	58
74	71	66	63.5	60.5	59.5	63.5	65	70	74.5
68.5	64	55.5	72.5	66.5	68	76	61	60	68
57	69.5	74	64.5	59	61.5	67	68	63.5	58
59	65.5	62.5	69.5	72	64.5	61	68.5	64	62
65.5	58.5	67.5	70.5	65	66	66.5	70	63	59.5

试根据上述数据画出样本的频率分布直方图，并对相应的总体分布作出估计.

解： 按照在初中学过的方法，我们按如下步骤获得样本的频率分布.

(1) 求最大值与最小值的差.

在上述数据中，最大值是76，最小值是55，它们的差[1]是

$$76-55=21.$$

所得到的差告诉我们，这组数据的变动范围有多大.

[1] 又称为极差.

(2) 确定组距与组数.

如果将组距定为2，那么由 $21\div2=10.5$，组数为11，这个组数是合适的. 于是取定组距为2，组数为11.

(3) 决定分点.

根据本例中数据的特点，第1小组的起点可取为54.5，第1小组的终点可取为56.5. 为了避免一个数据既是起点、又是终点从而造成重复计算，我们规定分组的区间是左闭右开的. 这样，所得到的分组是

$$[54.5,\ 56.5),\ [56.5,\ 58.5),\ \cdots,\ [74.5,\ 76.5).$$

(4) 列频率分布表.

如表1的第1列、第2列所示，用选举时唱票的方法，对落在各个小组内的数据进行累计，并将各小组的频数填入表中第3列，将相应的频率填入第4列.

表 1 频数分布表

分　组	频数累计	频　数	频　率
[54.5，56.5)	丅	2	0.02
[56.5，58.5)	正一	6	0.06
[58.5，60.5)	正正	10	0.10
[60.5，62.5)	正正	10	0.10
[62.5，64.5)	正正𠄌	14	0.14
[64.5，66.5)	正正正一	16	0.16
[66.5，68.5)	正正下	13	0.13
[68.5，70.5)	正正一	11	0.11
[70.5，72.5)	正下	8	0.08
[72.5，74.5)	正丅	7	0.07
[74.5，76.5)	下	3	0.03
合　计		100	1.00

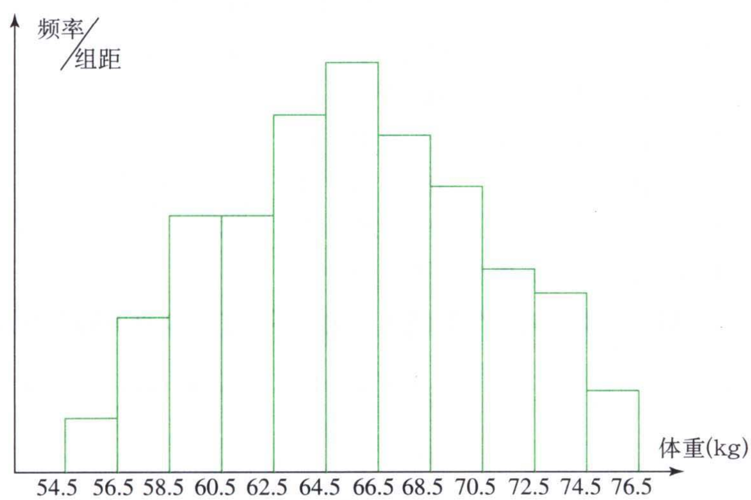


图 1-1

（5）绘频率分布直方图.

频率分布直方图如图 1-1 所示. 由于图中各小长方形的面积等于相应各组的频率，这个图以图形面积的形式反映了数据落在各个小组的频率的大小.

我们看到，在反映样本的频率分布方面，频率分布表比较确切，频率分布直方图比较直观，它们起着相互补充的作用.