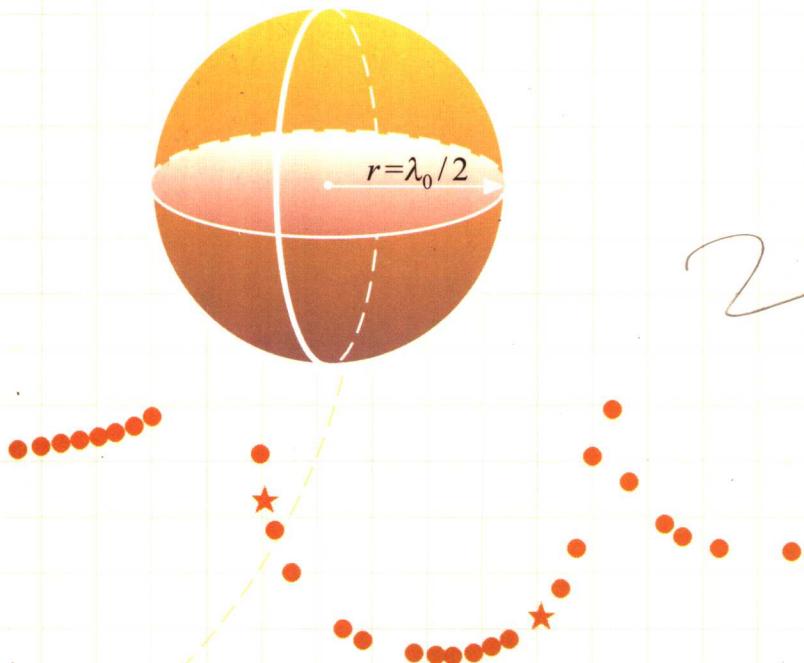


# *Computational Advanced Electromagnetics*

## 现代计算电磁学基础

王长清 编著



2



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

# 现代计算电磁学基础

王长清 编著



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

现代计算电磁学基础/王长清编著. —北京:北京大学出版社, 2005. 3  
ISBN 7-301-08096-4

I . 现… II . 王… III . 电磁计算-研究生-教材 IV . TM15

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 108393 号

书 名: 现代计算电磁学基础

著作责任者: 王长清 编著

责任编辑: 孙 琰

标 准 书 号: ISBN 7-301-08096-4/TN · 0022

出 版 发 行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> 电子信箱: [z pup@pup.pku.edu.cn](mailto:z pup@pup.pku.edu.cn)

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 理科编辑部 62752021

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

730 mm×980 mm 16 开本 24.75 印张 471 千字

2005 年 3 月第 1 版 2005 年 3 月第 1 次印刷

印 数: 0001—3000 册

定 价: 35.00 元

## 内 容 简 介

本书以作者为北京大学信息科学技术学院电子学系研究生开设的同名课程讲稿为基础编写而成,系统地论述了现代计算电磁学的数学、物理基础,反映了当代计算电磁学的发展水平和趋势。书中,首先对这门新兴学科作了全面的介绍,然后概述了计算电磁学的现代电磁场理论,为全书作了物理上的准备。本书的重点之一是基于微分方程的有限元法和基于积分方程的矩量法,详细讨论了电磁场问题的变分原理和积分方程的建立。电磁场计算的时域方法是本书的另一个重点,除了时域有限差分法,还讨论了时域多分辨分析法、时域有限元法和时域积分方程法等最新发展的方法。此外,书中集中论述了吸收边界条件及其应用,并概括了大型线性代数方程组的快速解法。最后一章专门讨论了并行计算问题,以适应电磁场计算的最新发展趋势。本书的附录概述了计算电磁学的数学基础知识,供读者参考。

本书可作为理工科院校中攻读硕士和博士学位的研究生学习电磁场理论和计算电磁学的教材或教学参考书,也可供从事应用数学、应用物理、电磁场工程以及相关领域研究的科技工作者阅读。

## 前　　言

本书在作者为北京大学信息科学技术学院电子学系研究生开设的“现代计算电磁学基础”课程讲稿的基础上经全面修改、充实而成。一般认为，计算电磁学是在 20 世纪 60 年代随着电子计算机技术的发展而诞生的。经过几十年的发展，其内容非常丰富，影响非常深广，已经形成一门新兴学科。

现代计算电磁学的影响如此广泛，以致所有与电磁场相关的领域都因其发展而受益，其中不少领域由于运用了计算电磁学的方法而使其面貌完全改观。不仅攻读这一学科方向的研究生需要深入地学习计算电磁学，研究方向与电磁场有密切关系的研究生也应学习有关基础知识，正在从事与电磁场有关的工作的科技工作者也可将计算电磁学作为一个重要的手段。因此，编写一本全面反映当代发展水平的有关计算电磁学的书籍有着非常现实的意义。

本书内容的安排主要是基于教学需要和作者对这门学科的理解。虽然并不存在对计算电磁学公认的严格定义，但作者认为，现代计算电磁学是现代数学方法、现代电磁场理论和现代计算机技术相结合的产物。考虑到这一特点，全书的内容建立在现代数学和电磁场理论的基础之上，有一个统一的框架。在讨论电磁场计算的各种算法时，着重阐明其数学、物理基础，而不过多地注意细枝末节。为了使全书对问题的论述系统、简明，不被具体问题分散注意力，全书将以电磁场的散射和辐射问题为主线。

本书的第一章介绍了计算电磁学的形成、发展及其特点和意义，描述了电磁场计算方法的分类及主要数值方法的特点，还讨论了各种数值方法之间的内在联系。这一章的主要目的是使读者对计算电磁学的全貌有初步了解。第二章概述了宏观电磁场的基础理论，为后续内容作了物理上的准备，以便在此基础上展开对计算电磁学的讨论。第三章讨论了电磁场问题的微分方程的数学模型、电磁场问题的变分原理以及建立在此基础上的有限元法，包括节点有限元法、矢量有限元法和高阶有限元法。第四章讨论了电磁场问题的积分方程以及建立在此基础上的矩量法，详细论述了各类积分方程的建立和用矩量法求解的主要步骤，还特别讨论了加速积分方程求解的快速多极子方法和小波正交基的作用。第五章和第六章讨论了电磁场计算的时域方法，其中第五章专门讨论了时域有限差分法的基本原理及其在共形网格、色散媒质中的差分格式，重点讨论了该方法在电磁散射问题中的应用。第六章论述了时域多分辨分析法、时域有限元法和时域积分方程法，反映了时域方法在现代计算电磁学中的蓬勃发展。第七章系统地讨论

了吸收边界条件,包括 Bayliss-Turkel 湮没算子、Engquist-Majda 单向波算子和 Berenger 完全匹配层及其所形成的吸收边界条件在各种微分方程方法中的应用。第八章专门讨论了以上各种方法所形成的大型线性代数方程组的快速求解,重点论述了共轭梯度法及其改进措施。最后,第九章讨论了电磁场的并行计算方法,介绍了并行计算环境和并行算法、并行程序的基础知识,论述了将时域有限差分法、多层快速多极子算法并行化的关键问题。此外,本书的附录概述了计算电磁学的数学基础知识,作为阅读本书的必要准备和补充。由于篇幅所限,不能对其中的基本概念、理论和方法进行详细的讨论,故单独列出一些参考文献,供读者更深入地学习。

本书的写作得到了北京大学教材建设基金的资助;在写作过程中,也得到本系不少老师、同学的协助、关心和鼓励,在此一并对他们表示衷心的感谢。要特别指出的是,本书的第九章是作者邀请李明之副教授完成的,对他的慷慨奉献表示特别的感谢。该章的内容使本书能更全面地反映计算电磁学的当代发展趋势。作者还要对本书的责任编辑孙琰表示由衷的感谢,她为本书的顺利出版所作的努力大大超出了责任编辑的职责范围。

本书所涉及的内容是国内外科学家长期研究的结晶。在书中,除少数地方指明出处外,大部分未能一一提及,这种不足只能在参考文献中加以弥补。作者在此谨向在本书中被引用和对本书所涉及的内容作出贡献的科研人员表示敬意。

由于本书内容广泛,而作者学识有限,再加上写作时间仓促,书中不妥甚至错误之处在所难免,恳请读者不吝指正。

王长清  
于北京大学承泽园  
2004年6月

# 目 录

<b>第一章 绪论 .....</b>	( 1 )
§ 1.1 计算电磁学的形成、意义和特点 .....	( 1 )
1.1.1 计算电磁学的形成 .....	( 1 )
1.1.2 计算电磁学的意义 .....	( 2 )
1.1.3 计算电磁学的特点 .....	( 4 )
§ 1.2 电磁场计算方法的分类.....	( 4 )
1.2.1 解析法 .....	( 4 )
1.2.2 演近法 .....	( 5 )
1.2.3 数值法 .....	( 6 )
§ 1.3 电磁场计算的主要数值方法.....	( 7 )
1.3.1 有限差分法 .....	( 8 )
1.3.2 矩量法 .....	( 8 )
1.3.3 有限元法 .....	( 9 )
1.3.4 时域有限差分法 .....	( 10 )
1.3.5 其他时域方法 .....	( 12 )
1.3.6 各种数值方法之间的内在联系 .....	( 13 )
§ 1.4 本书内容的安排.....	( 14 )
<b>第二章 宏观电磁场理论 .....</b>	( 17 )
§ 2.1 描述宏观电磁场的基本方程组.....	( 17 )
2.1.1 微分形式的麦克斯韦方程组 .....	( 17 )
2.1.2 积分形式的麦克斯韦方程组和电磁场的边界条件 .....	( 18 )
2.1.3 复数形式的麦克斯韦方程组 .....	( 20 )
2.1.4 本构关系 .....	( 21 )
2.1.5 广义形式的麦克斯韦方程组 .....	( 21 )
2.1.6 波动方程 .....	( 22 )
2.1.7 势函数方程 .....	( 24 )
§ 2.2 电磁场理论的几个基本定理.....	( 26 )
2.2.1 坡印亭定理 .....	( 26 )
2.2.2 惟一性定理 .....	( 28 )
2.2.3 互易定理 .....	( 30 )

2.2.4 等效原理.....	(31)
§ 2.3 矢量函数空间和矢量微分算子.....	(32)
2.3.1 矢量函数的希尔伯特空间.....	(33)
2.3.2 矢量微分算子 .....	(34)
§ 2.4 无界空间的基本波函数.....	(35)
2.4.1 标量波动方程和基本波函数 .....	(35)
2.4.2 基本波函数的相互关系 .....	(39)
2.4.3 矢量波动方程和矢量波函数 .....	(40)
§ 2.5 非齐次波动方程的基本解——格林函数.....	(42)
2.5.1 非齐次标量波动方程的格林函数 .....	(42)
2.5.2 无界空间的并矢格林函数.....	(46)
2.5.3 格林函数的奇异性 .....	(48)
§ 2.6 非齐次矢量波动方程的积分解.....	(50)
<b>第三章 微分方程和有限元法 .....</b>	<b>(56)</b>
§ 3.1 用于时谐电磁场问题的微分方程.....	(56)
3.1.1 描述时谐电磁场问题的微分方程 .....	(56)
3.1.2 电磁场微分方程的定解问题 .....	(57)
3.1.3 电磁场的边值问题 .....	(58)
§ 3.2 电磁场问题的变分原理.....	(58)
3.2.1 标量波动方程 .....	(59)
3.2.2 矢量波动方程 .....	(60)
3.2.3 非齐次边界条件的修正变分原理 .....	(61)
3.2.4 各向异性媒质中电磁场的变分原理 .....	(64)
3.2.5 广义变分原理 .....	(65)
3.2.6 特征值问题 .....	(66)
3.2.7 基本边界条件和自然边界条件 .....	(70)
§ 3.3 有限元法用于有界域问题.....	(72)
3.3.1 区域剖分和插值函数的构造 .....	(72)
3.3.2 标量波动方程构成的边值问题 .....	(74)
3.3.3 矢量波动方程构成的边值问题 .....	(77)
3.3.4 特征值问题 .....	(79)
3.3.5 有限元法的伪解问题 .....	(79)
§ 3.4 矢量有限元法.....	(80)
3.4.1 矢量基函数 .....	(80)
3.4.2 单元矩阵的计算 .....	(84)

---

§ 3.5 有限元法用于开域问题.....	(86)
3.5.1 边界积分法 .....	(86)
3.5.2 特征函数展开法 .....	(93)
3.5.3 基函数耦合对法 .....	(98)
3.5.4 吸收边界条件法 .....	(102)
§ 3.6 高阶有限元法 .....	(107)
3.6.1 二维节点高阶有限元 .....	(107)
3.6.2 三维节点高阶有限元 .....	(112)
3.6.3 高阶矢量有限元 .....	(114)
<b>第四章 积分方程和矩量法.....</b>	<b>(116)</b>
§ 4.1 标量场表面积分方程 .....	(116)
4.1.1 由标量波动方程导出的基本积分方程 .....	(116)
4.1.2 表面积分方程 .....	(119)
4.1.3 二维问题的积分方程 .....	(120)
§ 4.2 矢量场表面积分方程 .....	(123)
4.2.1 矢量场的积分方程 .....	(123)
4.2.2 散射问题的表面积分方程 .....	(126)
4.2.3 散射体为理想介质或理想导体的积分方程 .....	(131)
4.2.4 金属谐振腔的积分方程 .....	(132)
4.2.5 二维半问题 .....	(132)
§ 4.3 用并矢格林函数表示的积分方程 .....	(136)
4.3.1 基本方程的导出 .....	(136)
4.3.2 奇异积分的处理 .....	(138)
4.3.3 各向异性媒质中场的积分方程 .....	(139)
§ 4.4 体积分方程 .....	(141)
4.4.1 标量场问题 .....	(141)
4.4.2 矢量场问题 .....	(142)
§ 4.5 辅助函数表示的积分方程 .....	(143)
4.5.1 理想导电散射体的表面积分方程 .....	(143)
4.5.2 均匀介质散射体的表面积分方程 .....	(144)
§ 4.6 矩量法求解积分方程 .....	(146)
4.6.1 用于未知函数展开的常用基函数 .....	(146)
4.6.2 理想导体柱的 TM 波散射 .....	(147)
4.6.3 理想导体柱的 TE 波散射 .....	(149)
4.6.4 解的不惟一性和内谐振问题 .....	(150)

4.6.5 混合积分方程法的应用 .....	(152)
§ 4.7 矩量法在三维散射问题中的应用 .....	(153)
4.7.1 三角形面元和 RWG 矢量基函数 .....	(153)
4.7.2 矩量法求解电场积分方程 .....	(155)
4.7.3 高阶矢量基函数 .....	(157)
§ 4.8 快速多极子方法 .....	(158)
4.8.1 快速算法概述 .....	(159)
4.8.2 二维散射问题的快速多极子方法 .....	(160)
4.8.3 三维散射问题的快速多极子方法 .....	(162)
4.8.4 快速多极子方法的发展 .....	(165)
§ 4.9 小波正交基用于快速求解积分方程 .....	(165)
4.9.1 矩量法中的小波展开 .....	(166)
4.9.2 小波正交基变换矩阵的加速作用 .....	(168)
4.9.3 小波包用于积分方程的快速求解 .....	(170)
<b>第五章 时域有限差分法 .....</b>	<b>(172)</b>
§ 5.1 时域有限差分法的基本原理 .....	(172)
5.1.1 微商的差分近似 .....	(172)
5.1.2 Yee 氏网格 .....	(173)
5.1.3 麦克斯韦旋度方程的有限差分表示 .....	(175)
§ 5.2 数值稳定性分析 .....	(181)
5.2.1 数值稳定性 .....	(181)
5.2.2 时间特征值问题 .....	(182)
5.2.3 空间特征值问题 .....	(183)
5.2.4 数值稳定性条件 .....	(184)
§ 5.3 数值色散问题 .....	(185)
5.3.1 数值色散现象和数值色散关系 .....	(185)
5.3.2 数值色散的定量估算 .....	(187)
5.3.3 获得理想色散关系的特殊条件 .....	(189)
§ 5.4 曲线坐标系中的时域有限差分法 .....	(189)
5.4.1 矩形网格的局限性 .....	(189)
5.4.2 广义曲线坐标系中的矢量 .....	(189)
5.4.3 广义曲线坐标系中麦克斯韦旋度方程的差分格式 .....	(191)
5.4.4 数值稳定性分析 .....	(193)
5.4.5 正交曲线坐标系中麦克斯韦旋度方程的差分格式 .....	(195)
5.4.6 柱坐标系中的时域有限差分法 .....	(196)

---

§ 5.5 环路法和曲面模拟 .....	(199)
5.5.1 环路法 .....	(199)
5.5.2 良导体的曲面模拟 .....	(201)
5.5.3 介质体的曲面模拟 .....	(204)
§ 5.6 适用于色散媒质的时域有限差分格式 .....	(205)
5.6.1 时域中的色散媒质 .....	(205)
5.6.2 适用于色散媒质的电位移的时间差分格式 .....	(206)
5.6.3 德拜色散介质的递归卷积 .....	(207)
5.6.4 多阶色散介质的递归卷积 .....	(208)
5.6.5 色散介质中二维 TM 波的差分方程 .....	(209)
§ 5.7 在电磁散射问题中的应用 .....	(210)
5.7.1 网格空间和散射体模拟 .....	(210)
5.7.2 网格空间中的总场、散射场和入射场 .....	(211)
5.7.3 二维网格空间中的连接边界条件 .....	(212)
5.7.4 二维网格空间中的入射平面波 .....	(216)
5.7.5 三维网格空间中的连接边界条件和入射平面波 .....	(218)
5.7.6 稳态问题和瞬态问题 .....	(225)
§ 5.8 时域有限差分法的发展 .....	(230)
<b>第六章 其他时域方法.....</b>	(233)
§ 6.1 时域多分辨分析法 .....	(233)
6.1.1 基于 Haar 小波基的时域多分辨分析法 .....	(234)
6.1.2 基于 Battle-Lemarie 小波基的时域多分辨分析法 .....	(238)
6.1.3 时域多分辨分析法的应用 .....	(247)
§ 6.2 时域有限元法 .....	(248)
6.2.1 基于麦克斯韦旋度方程的时域有限元法 .....	(248)
6.2.2 基于矢量波动方程的时域有限元法 .....	(251)
§ 6.3 时域积分方程法 .....	(257)
6.3.1 由频域积分方程导出时域积分方程 .....	(257)
6.3.2 时域积分方程的直接导出 .....	(259)
6.3.3 用势函数表示的时域积分方程及其步进解法 .....	(261)
6.3.4 时域平面波法用于时域积分方程求解 .....	(268)
<b>第七章 吸收边界条件.....</b>	(274)
§ 7.1 Bayliss-Turkel 辐射算子 .....	(274)
7.1.1 标量场的 Bayliss-Turkel 辐射算子 .....	(274)
7.1.2 矢量场的辐射算子 .....	(276)

---

§ 7.2 Engquist-Majda 单向波方程和吸收边界条件 .....	(277)
7.2.1 单向波与吸收边界条件 .....	(277)
7.2.2 单向波吸收边界条件的近似表示 .....	(280)
7.2.3 吸收边界条件的时域有限差分格式 .....	(283)
§ 7.3 Higdon 辐射算子和 Ramahi 辅助算子 .....	(288)
7.3.1 Higdon 辐射算子 .....	(288)
7.3.2 Ramahi 辅助算子 .....	(290)
§ 7.4 Berenger 完全匹配层 .....	(291)
7.4.1 平面波对半空间媒质分界面入射的无反射条件 .....	(291)
7.4.2 Berenger 完全匹配层 .....	(293)
7.4.3 Berenger 完全匹配层在时域有限差分法中的应用 .....	(298)
§ 7.5 各向异性完全匹配层 .....	(299)
7.5.1 Gedney 完全匹配层 .....	(299)
7.5.2 Gedney 完全匹配层的时域有限差分格式 .....	(301)
§ 7.6 完全匹配层在有限元法中的应用 .....	(304)
7.6.1 完全匹配层在频域有限元法中的应用 .....	(304)
7.6.2 完全匹配层在时域有限元法中的应用 .....	(306)
<b>第八章 线性代数方程组的快速解法</b> .....	(308)
§ 8.1 线性代数方程组的数值解与系数矩阵的性态 .....	(308)
8.1.1 线性代数方程组的系数矩阵 .....	(308)
8.1.2 方程组的性态和条件数 .....	(309)
8.1.3 方程组解法的数值稳定性 .....	(310)
§ 8.2 线性代数方程组的直接解法 .....	(311)
8.2.1 LU 分解法 .....	(311)
8.2.2 $LDL^T$ 分解法 .....	(315)
§ 8.3 共轭梯度法 .....	(315)
8.3.1 线性代数方程组的等价变分问题 .....	(316)
8.3.2 最速下降法 .....	(317)
8.3.3 共轭方向法 .....	(319)
8.3.4 共轭梯度法 .....	(321)
8.3.5 双共轭梯度法 .....	(325)
§ 8.4 预处理共轭梯度法 .....	(325)
§ 8.5 CG-FFT 法 .....	(326)
<b>第九章 计算电磁学中的并行计算方法</b> .....	(329)
§ 9.1 电磁场并行计算方法研究的必要性 .....	(329)

---

9.1.1 计算需求的增长和并行计算技术的发展 .....	(329)
9.1.2 电磁场计算并行化的必要性 .....	(332)
§ 9.2 并行算法设计和并行程序设计 .....	(333)
9.2.1 并行算法设计的一般方法和基本技术 .....	(333)
9.2.2 并行算法设计的一般过程 .....	(334)
9.2.3 并行算法的性能检测 .....	(336)
9.2.4 并行程序设计 .....	(337)
9.2.5 基于消息传递接口的并行程序设计 .....	(338)
9.2.6 并行计算环境 .....	(341)
§ 9.3 时域有限差分法的并行算法 .....	(342)
9.3.1 时域有限差分法的并行算法设计 .....	(342)
9.3.2 时域有限差分法并行算法的加速比性能分析 .....	(345)
§ 9.4 多层快速多极子算法的并行化 .....	(348)
参考文献 .....	(351)
附录 计算电磁学的数学基础概述 .....	(358)
§ 1 希尔伯特空间 .....	(358)
§ 2 线性算子和线性泛函 .....	(362)
§ 3 泛函的极值问题 .....	(364)
§ 4 线性算子方程 .....	(366)
§ 5 广义函数和算子方程的广义解 .....	(374)
§ 6 小波变换和小波正交基 .....	(378)
参考文献 .....	(381)

# 第一章 緒論

现代计算电磁学自诞生起,已有三十多年的历史,积累了非常丰富的内容,应用领域非常广泛。作为一本篇幅有限的教材或教学参考书,本书不可能充分反映计算电磁学的全貌,只能就重点问题进行讨论。但是,如果没有对计算电磁学的整体了解,则会造成知识上的缺陷。鉴于这样的考虑,在对具体问题展开讨论之前,本章对计算电磁学作一全面的概括性介绍是十分必要的。

## § 1.1 计算电磁学的形成、意义和特点

### 1.1.1 计算电磁学的形成

1864 年,麦克斯韦 (Maxwell) 用一组优美的数学方程概括了宏观电磁场的基本规律,从而奠定了理论电磁学的基础。应该指出的是,现在广泛使用的麦克斯韦方程组实际上是由赫兹 (Hertz) 对原方程组简化而来的。自那时起,电磁场理论的研究取得了丰富成果并得以广泛地应用,大大促进了科学技术的发展和人类社会生活的变化。电磁场理论在 20 世纪 60 年代的研究成果大部分总结在几部经典著作中,主要有 J. A. Stratton 的《电磁理论》<sup>[1]</sup> (Electromagnetic Theory, 1941)、R. F. Harrington 的《正弦电磁场》<sup>[2]</sup> (Time-Harmonic Electromagnetic Fields, 1961) 和 R. E. Collin 的《导波场论》<sup>[3]</sup> (Field Theory of Guided Waves, 1960) 等。这些研究成果均可归结为麦克斯韦方程组在各种条件下的求解问题。在很长一段时间里,理论研究的重点主要是希望获得这些问题的解析解,但完全用解析方法求解的问题是非常有限的。于是,又发展了一些近似方法甚至数值方法,以满足科学技术中亟待解决的电磁场问题的需要。

对求解麦克斯韦方程组的近似方法和数值方法的研究可以追溯到麦克斯韦本人的研究工作。他在 1879 年曾试图用一种被称为面积法的近似方法求有关矩形平板电容的积分方程的数值解。在后来众多理论家的研究工作中,又逐渐发展了一些有效的近似方法,如变分法、扰动法、级数展开法和渐近法等。但是,由于计算条件的限制,这些方法都无法充分发挥其作用,使得一些原则上可以解决的问题却不能得到实际解决。

电子计算机的出现和发展开创了电磁场计算研究的新时代。进入 20 世纪 60 年代,几种适用于在计算机上进行大型计算的电磁场的数值计算方法陆续出

现. 1968 年, Harrington 的《计算电磁场的矩量法》<sup>[4]</sup> (Field Computation by Moment Methods) 的出版被认为是一个标志性事件, 宣告了计算电磁学的形成. 该书系统地论述了用矩量法 (method of moment, 简称 MoM, 或 moment method, 简称 MM) 求电磁场理论中积分方程数值解的研究成果, 已成为计算电磁学的经典著作之一. 在此前后, 是计算电磁学蓬勃发展的一个时期. 除了较古老的有限差分法用于电磁场计算之外, K. S. Yee 于 1966 年发表的论文<sup>[5]</sup> 标志着用于电磁场计算的一个全新方法的诞生, 后来被称为时域有限差分 (finite-difference time-domain, 简称 FDTD) 法. 在此期间, 还将在其他学科中已获成熟应用的有限元法 (finite element method, 简称 FEM) 移植过来, 使电磁场的计算方法变得更加丰富. 应该指出的是, 所有这些方法在应用于电磁场计算之前, 数学家们都作了长期深入的基础性的研究, 奠定了牢固的数学基础.

综上所述, 计算电磁学的形成以电子计算机的应用为主要标志, 并以数学方法的研究成果为基础. 虽然, 作为一门新兴学科, 计算电磁学还没有一个权威性的定义, 但可以将其看做是数学方法、电磁场理论和计算机技术相结合的产物. 随着计算电磁学的不断发展, 原来很多不能解决的复杂电磁场问题均获得了达到满意精度的数值解.

然而, 随着科学技术的不断发展和电磁场应用领域的不断扩大, 越来越多的更复杂的电磁场问题被提出, 从而推动了计算电磁学的快速发展.

经过众多科学家三十多年的不懈努力, 计算电磁学已经有了全新的面貌. 一方面, 计算电磁学中的各种方法建立在现代数学的雄厚基础之上, 并用泛函分析和算子理论统一描述, 进而将现代数学的一些研究成果迅速地引用到计算电磁学中. 小波分析方法的应用就是一个突出的例证. 另一方面, 计算机软硬件的高速发展为计算电磁学提供了更优越的技术基础. 除了存储量大大增加和计算速度大大加快之外, 多种软件可以实现网格的自动剖分、形成及计算结果的可视化处理. 尤其是并行计算机的发展直接推动了各种并行算法的研究, 克服了已有算法本身存在的一些问题, 进一步提高了计算效率. 在以上各方面推动力的作用下, 计算电磁学正向着高精度、高速度和高效能的目标迅速地发展, 这正是现代计算电磁学所展现的巨大活力. 从这个意义上也可以说, 现代计算电磁学是现代数学方法、现代电磁场理论与现代计算机技术相结合的一门新兴学科.

### 1.1.2 计算电磁学的意义

一般认为, 当代科学的研究的主要手段是科学实验、科学理论和科学计算.

计算电磁学的重要意义主要体现在需要解决的问题、所能解决的问题以及这些问题本身对科学技术的影响等方面.

现代技术的许多方面都与电磁场尤其是高频电磁场有关. 对复杂的高频电

磁系统的分析与综合,以及对高频电磁场与复杂目标相互作用的分析和计算,都成为现代技术发展的重要课题。在通信、雷达、物探、电磁防护、电磁兼容、医疗诊断、战略防御以及工农业生产和日常生活的各个领域中,高频电磁场的传输、辐射、散射和透入等问题都起着非常重要的作用,大量课题需要深入研究。所有电磁场问题解决的最终要求是,求得满足实际条件的麦克斯韦方程的精确解,获得封闭形式的解析解并给予正确的物理解释。然而,只对一些典型的几何形状和结构相对简单的问题才有可能求得严格的解析解。现代电磁场工程中高频电磁场问题的主要特点是电磁系统的高度复杂性。虽然对很多典型问题的解析分析有助于加深对电磁规律的认识,但解析方法往往对工程问题的解决无能为力。

现代的电磁系统大多是在一个非常复杂的环境中工作,与电磁波相互作用的也往往是形状和结构都极为复杂的系统。例如,很多在飞机、火箭或舰船上使用的电磁系统本身作为与电磁波相互作用的对象而构成复杂的电磁散射系统。首先,这些系统往往是电大的(即线度往往要延伸数十个波长或更多);其次,其外形常常很不规则,并包含多种形态的构件,还可能包括多种材料成分及孔、缝、内腔和负载等各种内部结构。一个复杂的电磁系统中往往同时存在多种复杂的电磁物理过程,系统的结构对其电磁特性有强烈的影响。

现代电磁场工程不仅关心稳态简谐电磁波的作用,还关心核电磁脉冲、雷电和高能微波脉冲的影响,后者属于瞬态电磁场。在研究瞬态电磁场与物体的作用时,不仅要考虑其宽频带特性,而且要考虑物体的局部特性将起到的重要作用。此外,在一些问题中,不仅要考虑入射电磁波的远场(平面波),有时还要考虑其辐射近场,这时必须了解近场的特性,还要考虑辐射源与物体之间的相互作用。

电磁场工程涉及非常广泛的领域,包括各种电磁场问题。仅就散射问题已经看到,现代电磁场工程中所需解决的电磁场问题具有高度复杂性。综合各种实际的复杂因素,简单的电磁模型已经远远不能满足现代电磁场工程的要求。

对这种复杂的问题,不仅解析方法无能为力,实验手段也不可能给予全面的解决,更不用说经济上付出的代价。而且,计算电磁学所能提供的信息的丰富程度也是实验方法无法比拟的。可以说,计算电磁学的发展改变了现代电磁场工程的设计过程,越来越多地依赖计算机辅助设计。很多原来无法处理的问题,现在可以解决了。

需要特别强调的一点是,几乎所有与电磁场有关的科学技术领域无不因为计算电磁学的发展而受益。在这些领域中,凡是需要定量分析和精心设计的,往往都需要用计算电磁学的方法加以解决。

从理论研究的角度看,计算电磁学的出现已改变了电磁场理论的面貌,使人们能用更统一的方法去解决各种复杂的电磁场问题,并更直接地用场的观点去阐述各种现象。可以说,计算电磁学正在成为电磁场理论研究的重点。

### 1.1.3 计算电磁学的特点

为了对计算电磁学有更深入的了解,以便更有效地加以利用,需要对其特点加以分析。现代计算电磁学以现代数学方法、现代电磁场理论和现代计算机技术三门学科为基础,涉及的知识面比较广,因此必须在这些方面有足够的基础才能全面掌握。

计算电磁学的另一个特点是理论和实践的统一。学习计算电磁学的目的是用其解决各种实际的复杂的电磁场问题。从理论到实践不是一目了然的,必须通过解决实际问题才能真正体会并真正掌握所需要的技巧。此外,每个具体问题都有其特殊性,运用任何方法解决实际问题都要处理一般理论、方法中没有涉及的方面,需要发挥创造性。也就是说,没有现成的方法或程序可以一成不变地用来解决各种问题。因此,电磁场计算的正确性必须经过验证,没有经过验证的计算结果不能简单地被确定为科学结论。

需要提及的第三个特点是计算电磁学应用的广泛性。计算电磁学所涉及的学科、领域之多是其他学科无法比拟的。从另一个角度说,所要解决的问题也是多种多样的,这就需要针对问题的特点选用合适的方法。此外,由于问题的复杂性,往往单一方法很难有效、准确地解决问题,因此需要灵活地将不同方法结合起来。

由于计算电磁学与数学方法、电磁场理论和计算机技术直接相关,任一方面的发展都会对其发展产生影响。越来越多的亟待解决的复杂问题,尤其是国防科技的需要,构成了计算电磁学发展的巨大动力,更增加了这一新兴学科迅速发展的必要性和紧迫性。在这些推动力的作用下,计算电磁学的发展极为迅速,其面貌不断地发生变化。只有不断地学习新的知识,才能保证始终居于该学科的研究前沿。

## § 1.2 电磁场计算方法的分类

电磁场计算方法的分类多种多样。按数学模型可分为微分方程法、积分方程法和变分方程法等;按解域可分为频域法(空间-频率域)和时域法(空间-时间域);按近似性则可分为解析法、半解析法、渐近法和数值法等。本节仅按最后一种分类加以讨论。

### 1.2.1 解析法

用解析法解决电磁场问题就是求得由麦克斯韦方程组导出的各种数学方程封闭形式的数学解答。这是长期以来人们所追求的一种解决问题的理想方法,其