

DIANZICUANG  
DIANZICUANG

# 电子枪与 离子束技术

张以忱 编著

冶金工业出版社

# 电子枪与离子束技术

张以忱 编著

北 京

冶金工业出版社

2004

## 内 容 提 要

本书主要介绍与电子枪、离子源设计有关的基础理论，离子源及离子束应用技术，特别介绍了常用的强流轴向电子枪、偏转电子枪、HCD 电子枪与 S 枪的设计与计算。

本书集设计理论和具体设计方法于一体，理论与工程实践有机结合，适合于真空技术、真空冶金、材料工程、热处理、焊接等行业从事设计研究、设备应用与维护的技术人员使用，也可供大专院校相关专业师生参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

电子枪与离子束技术 / 张以忱编著. —北京：  
冶金工业出版社，2004.1

ISBN 7-5024-3389-9

I . 电… II . 张… III . ①电子枪②离子束  
IV . TL50

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 100298 号

出版人 曹胜利 (北京沙滩嵩祝院北巷 39 号，邮编 100009)

责任编辑 宋 良 美术编辑 李 心 责任校对 王永欣 责任印制 李玉山  
北京兴华印刷厂印刷；冶金工业出版社发行；各地新华书店经销

2004 年 1 月第 1 版，2004 年 1 月第 1 次印刷

148mm×210mm 9.25 印张；288 千字；284 页；1-4000 册

29.00 元

冶金工业出版社发行部 电话：(010) 64044283 传真：(010) 64027893

冶金书店 地址：北京东四西大街 46 号 (100711) 电话：(010) 65289081

(本社图书如有印装质量问题，本社发行部负责退换)

# 前　　言

电子枪与离子束技术近年来在科学的研究和工业生产中得到了广泛的应用，尤其是在冶金、宇航、电子工业中材料表面改性等领域的新的工艺中更为多见。电子枪与离子束技术是研究荷电粒子束在电场和磁场中的运动，以及研究利用高能荷电粒子束流进行诸如真空熔炼、镀膜、材料表面改性和微加工等工艺处理过程的一门科学。它涉及光学、真空、表面与薄膜物理、材料工程、电子学等多个交叉领域。本书介绍了电子枪与离子束的理论基础，电子与等离子产生的机理，通过电场、磁场或复合场对荷电粒子束进行聚焦、偏转、扫描等各种装置的设计计算。作者根据多年教学和科研实践，较详细地论述了各种电子枪和离子束的设计原理、设计计算方法及其应用，以满足各种工艺要求。

编写过程中，对本书内容进行了仔细的选取，力求做到理论与实际应用相结合，将与电子枪和离子束技术有关的基础理论与设计方法有机地结合在一起，尽量做到在内容上既具有一定的理论深度和系统性，又对相关设备的设计应用具有实践上的指导作用，为读者提供一个既精练清晰，又系统实用的内容体系。在编写过程中，参阅和引录了国内外相关内容的文献资料，特别是参阅了由张树林教授提供的科研资料及讲义，并得到东北大学真空与流体工程研究中心各位老师的大力帮助，定稿后承蒙东北大学张树林教授审评，在此一并致谢！

由于编者学识水平所限，本书难免存在不少问题，恳请读者指正。

张以忱  
2003年8月

# 目 录

<b>1 电子光学</b>	.....	(1)
1.1 电子光学特征	.....	(1)
1.2 轴对称电场中的电子运动	.....	(5)
1.3 电透镜	.....	(10)
1.4 磁透镜	.....	(20)
1.5 实用磁透镜	.....	(28)
1.6 静电透镜与磁透镜的比较	.....	(31)
<b>2 电子束技术基础</b>	.....	(32)
2.1 电子束的产生及性质	.....	(33)
2.2 电子枪概述	.....	(44)
2.3 强流电子枪设计基础	.....	(47)
2.4 电子束蒸发沉积	.....	(73)
<b>3 离子束物理基础</b>	.....	(81)
3.1 等离子体基本性质	.....	(81)
3.2 等离子体的分类	.....	(88)
3.3 等离子体的获得	.....	(90)
3.4 低温等离子体中粒子运动和放电基本过程	.....	(92)
3.5 离子束与材料表面的相互作用	.....	(108)
<b>4 强流轴向电子枪</b>	.....	(116)
4.1 概述	.....	(116)
4.2 轴向电子枪基本结构和工作原理	.....	(117)
4.3 轴向电子束发生系统设计计算	.....	(119)

---

4.4 电子光路系统设计计算 .....	(133)
4.5 枪室真空系统设计 .....	(144)
4.6 电子枪的调试 .....	(145)
4.7 强流轴向枪电源设计 .....	(146)
4.8 电子枪 X 射线的形成与屏蔽防护 .....	(150)
<b>5 偏转电子枪 .....</b>	<b>(163)</b>
5.1 电子束流磁偏转理论基础 .....	(163)
5.2 偏转电子枪工作原理与结构 .....	(165)
5.3 偏转枪 (e型枪) 参数设计 .....	(175)
5.4 偏转电子枪束流设计计算 .....	(180)
5.5 压差孔的设计 .....	(189)
5.6 电子枪头的安装与调试 .....	(195)
5.7 偏转电子枪电源 .....	(199)
<b>6 空心阴极放电 (HCD) 电子枪 .....</b>	<b>(203)</b>
6.1 空心阴极放电效应 .....	(203)
6.2 空心阴极电子枪工作原理 .....	(210)
6.3 空心阴极电子枪设计参数 .....	(212)
6.4 HCD 枪中等离子体的离化率与电流形成 .....	(215)
6.5 偏转电磁场的设计计算 .....	(218)
6.6 空心阴极与辅助阳极的设计 .....	(230)
6.7 离子镀中等离子源的束流偏转 .....	(235)
<b>7 离子束技术 .....</b>	<b>(237)</b>
7.1 离子源 .....	(237)
7.2 离子注入技术 .....	(254)
7.3 离子束沉积技术 .....	(261)
<b>8 S 枪离子溅射源的设计基础 .....</b>	<b>(266)</b>
8.1 S 枪的基本原理与结构 .....	(266)

---

8.2 S 枪溅射源结构设计 .....	(267)
8.3 S 枪磁控溅射的工作特性 .....	(270)
8.4 基本参数的设计计算 .....	(276)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(283)</b>

# 1 电子光学

电子光学所研究的，是自由电子在真空环境中的运动规律，以及如何利用电场或磁场控制自由电子束流在真空中的运动。

## 1.1 电子光学特征

电子光学是以电子束流在电磁场中的运动规律和几何光学的传播规律的相似性为基础而建立起来的。在几何光学系统中，利用折射率不同的各种媒质的适当分布，可以使光线聚焦，形成物体放大或缩小的像。那么，只要能够建立合适的力场（如电场或磁场），使它的位函数的分布处处与某种光学系统中折射率的分布相对应，就可以使质点（如电子）在力场中运动时产生聚焦及成像现象。人们据此制成了各种各样的电子透镜。

### 1.1.1 电子光学的折射率

电磁场对电子有偏转作用。经过分析计算，电子通过平板电容器（静电偏转电极）中的电场所发生的偏转如图 1-1 (a) 所示，它和图 1-1 (b) 的几何光学非常相似。

设有电子从电位为  $U_1$  的区域进入电位为  $U_2$  的区域，两个区域的分界面为  $AB$ ，在  $AB$  两边，电位有跃变。为了实现这种情况，可以对两个很大而非常接近的细密金属网充电，如图 1-2 (a) 所示。在两个区域中，电子的轨迹为直线，其速度各决定于下式

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = eU_1$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = eU_2$$

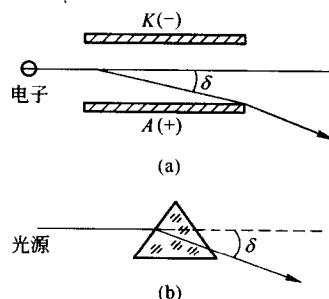


图 1-1 电子和光线折射规律的对比

(a) 电子通过电场的折射；  
(b) 光线通过棱镜的折射

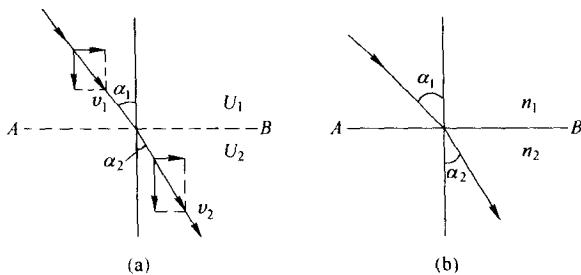


图 1-2 电子束在偶电层上的折射

因为速度的切向分量并不改变，如果轨迹与分界面两边的法线的交角各为  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ ，则有  $v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2$ ，即

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{U_2}}{\sqrt{U_1}} \quad (1-1)$$

由式 (1-1) 可知， $\sqrt{U_2}/\sqrt{U_1}$  起着决定电子运动方向的作用。

在几何光学中，与此相类似的是光线在折射率分别为  $n_1$  和  $n_2$  的媒质分界面 AB 上的折射，如图 1-2(b) 所示。光线的折射遵从折射定律

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1-2)$$

式中， $n_2/n_1$  决定着光线折射方向。比较这两种情况及式 (1-1)、式 (1-2) 可知：电子在偶电层分界面前后方向的改变（决定于  $\sqrt{U_2}/\sqrt{U_1}$ ），类似于光线受到折射时方向的改变（决定于  $n_2/n_1$ ）。所以， $\sqrt{U}$  起着电子光学折射率的作用。上述的质点运动与光线传播之间的类似性，在连续改变的电场、磁场及连续分布的光学媒质之间也是存在着的。

实际应用的电场与图 1-2 所示的电场不同。实际电场的电位在连续地不断变化，因而电子在其中的运动是不断改变着运动方向。这完全类似于光线通过折射率不断变化的介质一样，运动的轨迹不是几何折线，而是曲线。

由于电子是带电的粒子，在磁场或电场的作用下，电子会改变其运动方向和运动轨迹。因此，借助磁场的力作用，可使电子束聚焦，从而

达到成像的目的。同时，利用电场力或磁场力可使电子的运动发生偏移，从而达到改变电子束运动方向的目的。

### 1.1.2 电子光学中的最小作用量原理

在几何光学中，费马原理描述了光线在媒质中传播的普遍原理——光线在光学媒质中传播时是沿着这样一条路径：经过它所需要的时间间隔为极值（一般是极小值，有时可能是极大值或稳定值）。如给定连续分布的媒质  $n$ ，在光学中，折射率为真空中的光速  $c_0$  与媒质中的光速  $c$  之比 ( $n = c_0/c$ )，所以费马原理的数学表达式如下

$$t = \int_{p_1}^{p_2} \frac{ds}{c} \propto \int_{p_1}^{p_2} n ds \rightarrow \text{极值} \quad (1-3)$$

即在  $p_1$  与  $p_2$  之间几何上一切可能的路径中，光线真正走的是这样一条路径：在这条路径上，式(1-3)积分式是极值。实际上，应用式(1-3)就可推出光线在媒质分界面上折射时所遵从的折射定律式(1-2)。

在电子光学中可以证明：电子在电位  $U$ 、矢量磁位  $A$  决定的电场磁场中运动时，从  $p_1$  到  $p_2$  之间几何上一切可能的轨迹中，电子真正走的是这样一条轨迹：在这条轨迹上，下列积分是极小值：

$$\int_{p_1}^{p_2} \left[ \sqrt{U} - \sqrt{\frac{e}{2m}} (A \cdot S) \right] ds \rightarrow \text{极小值} \quad (1-4)$$

式中， $ds$  是弧元， $S$  是轨迹切线方向的单位矢量。力学中称此积分为作用量，即在电子真正走的轨迹上，作用量是极小值。所以，决定电子在电场磁场中运动轨迹的式(1-4)，称为电子光学中的最小作用量原理。

将式(1-4)与决定光线在媒质中传播路径的式(1-3)比较，可知在一般情况下，电子光学折射率是（为了把它化成无量纲的值，可以乘上系数  $\frac{1}{c_0} \sqrt{\frac{2e}{m}}$ ，这样，就和光学中的折射率的形式完全一致了）

$$n_3 = \sqrt{U} - \sqrt{\frac{e}{2m}} (A \cdot S) \quad (1-5)$$

在磁场不存在时， $A \equiv 0$ ，式(1-5)变成  $n_3 = \sqrt{U}$ ，此即电子光学折射率。式(1-3)、式(1-4)具体说明了：如果光学媒质的分布是

$$n = n_3 = \sqrt{U} - \sqrt{\frac{e}{2m}} (A \cdot S)$$

则在起始条件（如起始点的坐标和路径的斜率）相同时，光线在这媒质中走的路径，将完全和电子在式（1-5）决定的电场磁场中运动时的轨迹一样（质点的起始条件与轨迹的关系体现在用式（1-4）决定具体轨迹时，必须用起始条件以决定式（1-4）的积分常数）。于是式（1-5）启示了一种可能性，就是用光学的方法来解决电子束聚集成像等电子光学问题。

### 1.1.3 电子光学折射率的特点

应该指出的是，在实际电场中，即使是均匀的电场，其电位也是连续地改变的，也不是电势均匀的电场。所以，在实际的电场中，为了运用上述规律，可以用实验的方法先画出一系列密度较大的等位面（通常用电解槽实验方法），使两相邻等位面之间的电位差很小，以至于可以近似地认为两相邻等位面之间的电势是相等的，如图 1-3 所示。 $U_1$ 、 $U_2$  两等位面之间的电势，可近似地认为等于  $U_2$ ；而  $U_2$ 、 $U_3$  两等位

面之间的电势，可近似地认为等于  $U_3$ 。以此类推或者这样理解：由于实际电场电位是连续变化的，要在这种情况下建立轨迹，可以将连续的电位分布成许多段，在场中引入间隔为  $\Delta U$  的等位面  $U_1$ ， $U_2 = U_1 + \Delta U$ ， $U_3 = U_2 + \Delta U$ ， $U_4 \dots \dots$ ，而认为

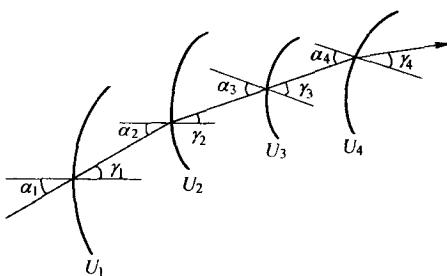


图 1-3 实际电场中的电子轨迹图解

它们之间的电位是不变的，只在经过表面时才跃变一个  $\Delta U$ 。此时在每一等位面处电子运动方向的变化，将由折射率的比例确定

$$\sqrt{U_n/U_{n-1}}$$

当  $\Delta U$  减小时，折线段就减短了；而当  $\Delta U \rightarrow 0$  时的极限情况，所有折线就转变为真正的曲线轨迹了。

电子光学折射率对光学媒质折射率而言，有着一些特点，因而电子光学元件及仪器与光学仪器之间也存在着一些差别。下面就电子光学折射率的特点加以描述：

(1) 光学媒质的折射率可以是坐标的不连续函数。如对一般实用的光学透镜而言，在透镜中，折射率是常数；在边界上，折射率突然变为透镜周围媒质（如空气）的折射率数值。电子光学的折射率是坐标的连续函数，因为在式（1-5）中，电位  $U$  与矢量磁位  $A$  不可能在电子通过的区域中有着突然的改变，因而在电子透镜中，电子轨迹的方向不可能有突然的折射。如图 1-2 中情况，无论栅网是怎样的靠近，由于网眼间电场的渗透，电位是连续改变的。

(2) 实用的光学媒质的折射率，其变化范围很小，至多变化几倍。而电子光学折射率正比于电位的平方根，只需调节电极的电压，便能容易地在很大范围内改变折射率的数值。

(3) 电子光学的折射率与电子速度的绝对值有关。因此，在电磁场中某定点处的折射率，对于自阴极发出的初速不同的电子，有着不同的数值。正如光学媒质折射率与光的波长有关一样。

(4) 有磁场存在时，电子光学折射率是各向异性的。场中某定点处的折射率与电子到达该点时的速度方向有关。只是在纯电场情况下，折射率才与电子速度方向无关。这一点，与各向异性的光学媒质相对应。

(5) 电子光学系统中，必须考虑电子间的排斥力，而在几何光学中无此效应。

(6) 决定电子光学折射率的电位或矢量磁位必须满足一定的微分方程。因此，当电位或矢量磁位的沿轴分布确定时，就同时确定了电磁场中空间每一点的电位或矢量磁位。该特点使得在电子光学仪器中不能应用光学仪器中的方法来消除某些像差。

## 1.2 轴对称电场中的电子运动

### 1.2.1 轴对称电场的基本特点

根据电子在电场中的偏折现象和光的相似性，人们模拟几何光学透镜设计成了电透镜，使从阴极发射出来的电子束也能聚焦、发散、偏转、成像。

静电透镜实际上是一种特殊类型的轴对称电场。电子束通过该电场时，和光束通过透镜相似。这种电透镜是电子光学的基本元件之一。目前常用的电透镜，其电场的等位面如图 1-4 所示。严格地说，应是等位

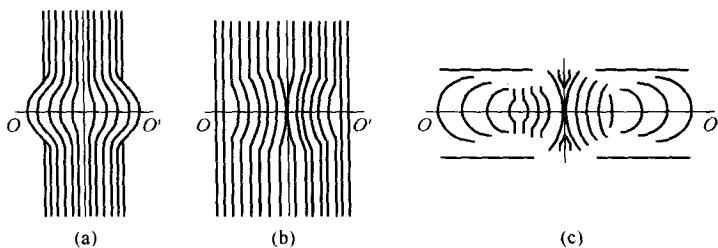


图 1-4 电透镜电场的等位面

(a) 膜孔电场; (b) 模板膜孔组合电场; (c) 圆筒电场

线围绕对称轴  $OO'$  旋转一周所形成的曲面。即电透镜的电场是一种相对于某一直线轴为对称的“轴对称场”。

这种轴对称场，实际上是带电的薄板小孔（膜孔）或带电圆筒产生的。因此通过电透镜的电子束，其电子只是在轴线附近运动，又称之为傍轴电子。轴对称电场的基本特点如下：

(1) 因为轴对称电场的等位面是轴对称的，因此适宜用柱坐标系统  $r$ 、 $\varphi$ 、 $z$  来描写。 $z$  轴方向与场的对称轴一致，如图 1-5 所示。

轴对称电场的电位与角坐标  $\varphi$  无关，仅是另外两个坐标  $r$ 、 $z$  的函数，即

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0; U = U(r, z) \quad (1-6)$$

根据这一特点可知，若包含  $z$  轴取一平面作为  $r-z$  平面（子午面），如图 1-6 所示，且在这平面上画出等位线。当这些等位线绕  $z$  轴旋转一周时，即可得出在空间的等位面。

(2) 在  $r-z$  平面内的等位线相对于  $z$  轴也是对称的。所以  $U(r, z)$  作为二维空间的函数，应是  $r$  的偶函数。即可以把  $U(r,$

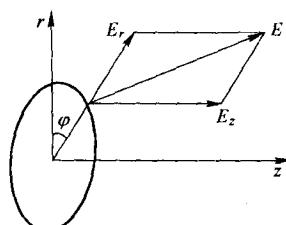


图 1-5 轴对称电场

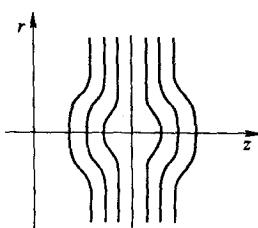


图 1-6 在平面内的等位面

$z$ ) 写作  $r^2$  的函数。由于我们只分析傍轴电子的运动,  $r$  的值很小, 所以其高次项可以忽略不计。

根据上面所叙述的两条, 就可以将函数  $U(r, z)$  近似地用下列函数表示, 即任何轴对称场的电位都可以用  $r$  的升偶次幂的无穷级数表示:

$$U(r, z) = U_0(z) + U_2(z)r^2 + U_4(z)r^4 + \cdots + U_{2n}(z)r^{2n} + \cdots \quad (1-7)$$

为了简化, 可将式 (1-4) 改写成:

$$U(r, z) = U_0(z) + U_2(z)r^2 + O(r^4) \quad (1-8)$$

式中,  $U_0(z)$ 、 $U_2(z)$ 、 $U_4(z)$  等是轴向坐标  $z$  的函数。由于对称条件:  $U(-r, z) = U(r, z)$ , 电位应与  $r$  的符号无关, 所以级数中只有  $r$  的偶次项。 $O(r^4)$  表示  $r$  的方次高于  $r^4$  的所有高次项。

(3) 在式 (1-5) 中,  $U_0(z)$ 、 $U_2(z)$  的物理意义可以从下列分析得出: 从公式 (1-5) 中的  $r=0$ , 得到

$$U(0, z) = U_0(z)$$

$U(0, z)$  是对称轴上坐标为  $z$  的一点的电位, 即对称轴上电位的分布函数, 我们用  $\varphi(z)$  表示, 则有

$$U_0(z) = \varphi(z) \quad (1-9)$$

根据电磁学的基本原理: 若电场中的空间电荷可以忽略不计, 则电场任一点的电位服从拉普拉斯方程

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (1-10)$$

轴对称场的电位分布, 当不考虑空间电荷时, 则满足拉普拉斯方程, 它在圆柱坐标中的形式如式 (1-7)。但当空间电荷不可忽略时, 则应由泊松方程代替拉普拉斯方程。尽管空间电荷是存在着的, 但是为了简化次要因素, 便于讨论主要因素, 所以忽略了空间电荷效应并不影响结果的正确性。

将式 (1-5) 代入上式, 对  $r$  与  $z$  微分后, 重新得到级数

$$4U_2(z) + U''_0(z) + O(r^2) = 0$$

欲使上式左边为零, 只有  $4U_2(z) + U''_0(z) = 0$ , 于是得到

$$U_2(z) = -\frac{1}{4} U''_0(z) = -\frac{1}{4} \varphi''(z) \quad (1-11)$$

结果告诉我们： $U_2(z)$  是单纯由对称轴上电位分布函数  $\varphi(z)$  对  $z$  的二次导数决定的。

将式 (1-9) 和式 (1-11) 两式代入式 (1-8)，并忽略  $r^4$  以上的高次项，得到

$$U(r, z) = \varphi(z) - \frac{1}{4} \varphi''(z) r^2 \quad (1-12)$$

由此可见：对称轴上的电位分布函数  $\varphi(z)$  完全决定了轴对称场整个空间的电位分布  $U(r, z)$ 。因此，如果知道了对称轴上的电位分布，即可将电场中任一点的电位计算出来。

式 (1-12) 是电子光学的基本公式，它表明在处理电子光学问题时，只要知道沿轴电位分布  $\varphi(z)$  就足够了。因为在电子束管（如电子枪）中通常是傍轴电子光学问题，所以式 (1-12) 完全可以满足需要。

(4) 根据场强和电位的关系，可以用式 (1-12) 求出傍轴区域各点的电场强度

$$\text{径向场强} \quad E_r = - \frac{\partial U(r, z)}{\partial r} = \frac{r}{2} \varphi''(z) \quad (1-13)$$

$$\begin{aligned} \text{轴向场强} \quad E_z &= - \frac{\partial U(r, z)}{\partial z} \\ &= -\varphi'(z) - \frac{1}{4} \varphi''(z) r^2 \approx -\varphi'(z) \end{aligned} \quad (1-14)$$

由此可见：

- 1) 傍轴区域任一点场强的轴向分量  $E_z$  和  $r$  无关，而与对称轴上  $z$  值相同一点的场强  $-\varphi'(z)$  相等。
- 2) 傍轴区域任一点场强的径向分量  $E_r$  与该点到对称轴的垂直距离  $r$  成正比。
- 3) 电子所受的径向电场分力总是向轴的，根据式 (1-13)，为

$$F_r = -eE_r = -\frac{e}{2} \varphi''(z) r \quad (1-15)$$

由此可见：当  $\varphi''(z) > 0$  时， $F_r$  指向  $r$  减少的方向，它的作用是使电子束会聚。当  $\varphi''(z) < 0$  时， $F_r$  指向  $r$  增加的方向，它的作用是使电子束发散。故对称轴上电位分布函数的二次导数  $\varphi''(z)$  在分析透镜的会聚或发散特性时起主要作用。

### 1.2.2 电子在轴对称场傍轴区域中的运动

根据式 (1-13) 和式 (1-14)，可求出电子在轴对称电场傍轴区域的运动方程为

$$\begin{aligned} \text{轴向力} \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} &= -eE_z = e\varphi'(z) \\ \text{或} \quad \frac{d^2 z}{dt^2} &= \eta \frac{d\varphi}{dz} \end{aligned} \quad (1-16)$$

$$\begin{aligned} \text{径向力} \quad m \frac{d^2 r}{dt^2} &= -eE_r = -e\varphi''(z)r \\ \text{或} \quad \frac{d^2 r}{dt^2} &= -\frac{\eta}{2} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} r \end{aligned} \quad (1-17)$$

式中， $\eta$  为电子的荷质比  $e/m$ ，因为

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dz}{dt} \right) = \frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} \left( \frac{dz}{dt} \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dz} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2$$

将此式代入式 (1-16)，移项并整理后得到

$$\frac{d}{dz} \left[ \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 - 2\eta\varphi \right] = 0$$

解此微分方程，利用  $\varphi = 0$ ,  $\frac{dz}{dt} = 0$  (即电子未进入电场前电位为零时，轴向速度  $\frac{dz}{dt} = 0$ )，得到

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{2\eta\varphi} \quad (1-18)$$

将此式代入式 (1-17)，并注意到  $\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} \left( \frac{dz}{dt} \frac{dr}{dz} \right)$ ，则得到

$$\sqrt{2\eta\varphi(z)} \frac{d}{dz} \left( \sqrt{2\eta\varphi(z)} \frac{dr}{dz} \right) + \frac{\eta}{2} \varphi''(z)r = 0 \quad (1-19)$$

或经过微分运算后，可以把它写做

$$\varphi(z) \frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{1}{2} \varphi'(z) \frac{dr}{dz} + \frac{1}{4} \varphi''(z)r = 0 \quad (1-20)$$

$$\text{或} \quad \frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{\varphi'(z)}{2\varphi(z)} \frac{dr}{dz} + \frac{\varphi''(z)}{4\varphi(z)} r = 0$$

由此可见，这个方程对于  $\varphi(z)$ 、 $r$  和它们的导数都是线性的，它的解就是关系式  $r = r(z)$ 。因此，该方程是轴对称场中傍轴电子轨迹的微

分方程，是电子光学的基本方程。

由此方程可得出下列结论：

- (1) 傍轴电子的轨迹是由对称轴上的电位分布决定的；
- (2) 傍轴电子的轨迹和荷质比  $\eta \frac{e}{m}$  无关，即不论何种带电粒子，它们的轨迹是相同的；
- (3) 若电场中各点的电位均增加  $K$  倍，电子的轨迹保持不变（在上述方程中用  $K\varphi$  代替  $\varphi$ ，方程的形式保持不变）；
- (4) 若将电子光学系统的几何尺寸放大  $K$  倍，电子的轨迹亦扩大  $K$  倍，而几何图形保持不变。

### 1.3 电透镜

电透镜实质上是能使电子束会聚或发散的静电场。适应这一要求的静电场是轴对称的。根据电位在对称轴上分布的不同，常用的静电透镜有带孔膜片、单透镜、浸没透镜、浸没物镜和阴极透镜等。

#### 1.3.1 带孔膜片

带孔膜片是最简单的电透镜，其两端电场为恒定值。在膜孔附近，电场从一方过渡至另一方，圆孔膜片的弯曲等位面就是透镜。带孔膜片与其他电极组合成的透镜可以是会聚透镜，也可以是发散透镜。

如果在平行的两平板电极（阴极和阳极）之间，平行地插入一膜孔（如图 1-7 所示），则原来的电场在膜孔附近产生畸变。若未插入膜片之前，阴、阳两极板之间的电场为均匀电场，其等位面是一系列平行于极板的平面，则插入膜孔后，由于电场的畸变，在膜孔附近等位面发生弯曲。等位面发生畸变的结果如图 1-7 所示，上边的图形表示等位面在子午面上的等位线分布的情况，中间的图线表示相应的沿轴电位分布的情况，中间的图线表示相应的沿轴电位分布和与其相对应的几何光学的玻璃透镜。

图 1-7 (a) 是膜孔电位和阴极电位相等的情况下。此时，平行于轴线的电子束受到电场力  $f$  的作用，其方向指向轴线，此时电子受到电场力  $f$  的作用方向和场强的方向相反，是垂直等位面指向电位增加的方向。电子在该力的作用下，将向着轴线的方向偏转。通过圆孔的任一平