



现代控制理论 及应用

于长官 等编著



哈尔滨工业大学出版社

现代控制理论及应用

于长官 等编著

哈尔滨工业大学出版社
哈尔滨

内 容 简 介

本书系统地介绍了现代控制理论的基本内容及其应用。主要内容包括:控制理论的基础概念、线性控制系统的状态空间描述、线性控制系统的运动与离散化、线性控制系统的能控与能观测性、状态反馈与状态观测器、最优控制系统设计、随机系统与卡尔曼滤波、控制系统的李亚普诺夫意义下的稳定性理论、自适应控制系统设计、鲁棒控制系统设计、智能控制。各章均有理论的应用部分及相应的例题、习题和习题答案。

本书可作为高等院校自动控制专业的硕士研究生(包括工程硕士研究生)和博士研究生的教材,也可作为科技人员培训与自学教材。

图书在版编目(CIP)数据

现代控制理论及应用/于长官等编著. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社, 2005. 1

ISBN 7-5603-2018-X

I. 现… II. 于… III. 现代控制理论
IV. 0231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 122770 号

出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
印 刷 肇东粮食印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 23 字数 557 千字
版 次 2005 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 7-5603-2018-X/TP·200
印 数 1~4 000
定 价 30.00

前 言

20 世纪 60 年代迅速发展起来的现代控制理论,其理论体系已非常完善,它在不断揭示控制的本质规律的同时,还提供了不同场合与要求的新的强有力的设计方法,不但解决了导弹制导、宇宙航行等领域中的一些高精度控制问题,而且广泛应用于工农业生产、交通运输及国民经济的各个部门,可以说现代控制理论已应用到科技、生产的各个层次和各个领域。

随着自控技术的发展和现代生产对自控技术要求的日益提高,现代控制理论及应用越来越为高等院校的教学、科研院所的培训及广大科技人员的重视。为适应这种需求,我们编著了这本具有基本理论深度、一定应用背景和便于教学与自学的《现代控制理论及应用》。我们还回顾了几十年的教学与科研的经验与成果;总结了 1998 年以来工程硕士研究生教学的经验与实践;在认真向专家们与同行们学习、请教与借鉴的基础上,完成编著工作,旨在为学习与应用现代控制理论尽一臂之力。

现代控制理论及应用,以单输入单输出线性定常系统为基本背景,较全面介绍了现代控制理论的基本内容与问题。全书共十一章,基本分为三大部分。第一部分为第一章控制理论的基本概念,是从现代控制理论角度,总结、归纳古典控制理论的几个基本问题,为后面学习现代控制理论作必要的基本的准备;第二部分为第二~五章及第八章,是现代控制理论的基础部分,主要介绍系统的状态空间描述、系统的运动与离散化、系统的能控性与能观测性、系统的状态反馈与状态观测器,以及系统的李亚普诺夫稳定性理论;第三部分为第六章、第七章、第九章、第十章,是现代控制理论的基本理论,主要介绍最优控制、最佳估计、自适应控制、鲁棒控制;第十一章智能控制,是作为对智能控制及大系统理论的展望,仅作了简单介绍。

本书在编著思路,完全从教学角度出发,每章介绍均从问题提出、基本概念、基本思路出发,从展示矛盾开始,由浅入深。既求概念清晰,又求理论深化,重视基本定理的推导、基本运算的掌握、应用条件的分析,最后以简明的结论与示例及应用结束。全书注重逻辑性、教学可操作性及实际应用性的体现。既便于教师(尤其是年轻教师)教学,也便于学生学习,还便于广大科技工作者自学,在具备基本条件后,可逐步看得懂、学得进、有收获、用得上。

本书作为教材,对研究生可按 60~80 学时组织教学,讲授第二章至第十章内容。对工程硕士研究生可按 40~60 学时组织教学,讲授第一章至第六~八章内容。对现代控制理论及应用培训班可按 24~40 学时组织教学,讲授第一~十章中的基本部分。其他方面的教学,可据听课者的实际情况安排学时,有些内容可以自学,但必须保持讲授的连贯性。

本书主要由哈尔滨工业大学于长官教授编著,参加编著的还有刘勇志、任风升、王宁夏、靳宝民、陈正烈、王淑杰、郁翔、田野、王佩红、尹贵增。

由于编著者的水平及时间限制,书中难免有这样那样的不妥之处,故请使用者给予批评指正。

编著者

2004年10月

目 录

第一章 控制理论的基础概念	(1)
1.1 控制理论的发展过程	(1)
1.2 系统的传递函数	(3)
1.3 绝对稳定性与相对稳定性	(8)
1.4 极点与系统性能	(14)
1.5 连续系统的离散化	(23)
1.6 现代控制理论与经典控制理论	(26)
1.7 控制理论在水泥生料配比中的应用	(28)
1.8 控制理论在水泥球磨机最优控制中的应用	(33)
第二章 线性控制系统的状态空间描述	(38)
2.1 状态空间描述的概念	(38)
2.2 系统的一般时域描述化为状态空间描述	(42)
2.3 系统的频域描述化为状态空间描述	(46)
2.4 据状态变量图列写线性系统的状态空间描述	(52)
2.5 据系统方块图导出状态空间描述	(55)
习题	(57)
第三章 线性控制系统的运动与离散化	(62)
3.1 矩阵指数概念	(62)
3.2 矩阵指数的计算方法	(64)
3.3 线性定常系统的受控运动	(67)
3.4 离散系统的状态空间描述	(70)
3.5 线性定常离散系统受控运动	(73)
3.6 线性连续系统的离散化	(77)
习题	(84)
第四章 线性控制系统的能控性与能观测性	(89)
4.1 能控性和能观测性的概念	(89)
4.2 线性定常系统的能控性判据	(90)
4.3 线性定常系统的能观测性判据	(97)
4.4 线性离散定常系统的能控能观测判据	(101)
4.5 能控规范型和能观测规范型	(104)
4.6 系统的能控性与能观测性的对偶原理	(112)
习题	(113)

第五章 状态反馈与状态观测器	(119)
5.1 状态反馈	(119)
5.2 单输入-单输出状态反馈系统的极点配置法	(121)
5.3 状态重构问题	(130)
5.4 观测器的极点配置	(134)
5.5 带观测器状态反馈闭环系统	(138)
5.6 降维观测器的设计	(144)
5.7 用极点配置法设计倒立摆系统	(150)
习题	(154)
第六章 最优控制系统设计	(156)
6.1 最优控制的基本概念	(156)
6.2 无约束最优控制的变分方法	(158)
6.3 具有二次型性能指标的线性调解器	(161)
6.4 具有二次型性能指标的线性伺服器	(170)
6.5 导弹制导与控制	(176)
6.6 二次型最优控制在导弹制导中的应用	(179)
6.7 受约束最优控制的极小值原理	(182)
6.8 最小时间系统的控制问题	(185)
6.9 导弹燃料消耗最少控制问题	(193)
6.10 极小值原理在离散最优控制系统中的应用	(196)
习题	(200)
第七章 随机系统与卡尔曼滤波	(204)
7.1 线性估计问题	(204)
7.2 线性最小方差估计	(206)
7.3 随机线性系统的数学描述	(208)
7.4 卡尔曼滤波的基本思想	(214)
7.5 离散系统的卡尔曼滤波	(216)
7.6 离散卡尔曼滤波的推广	(224)
7.7 有色噪声情况下的线性系统的滤波	(227)
7.8 连续时间系统的卡尔曼滤波	(230)
7.9 卡尔曼滤波器的实际应用问题	(237)
7.10 随机线性系统的最优控制	(247)
习题	(251)
第八章 控制系统的李亚普诺夫稳定性理论	(254)
8.1 李亚普诺夫第二法的概述	(254)
8.2 李亚普诺夫意义下的稳定性	(256)
8.3 李亚普诺夫稳定性定理	(258)

8.4 线性系统的李亚普诺夫稳定性分析	(261)
8.5 变量梯度法	(270)
8.6 基于李亚普诺夫第二法的参数最佳问题	(275)
习题	(277)
第九章 自适应控制系统设计	(280)
9.1 自适应控制系统概述	(280)
9.2 用局部参数最优化法设计自适应控制系统	(285)
9.3 基于李亚普诺夫稳定性理论的设计	(287)
9.4 模型参考自适应控制的直接法	(291)
9.5 超稳定性理论的应用	(295)
9.6 适应式模型跟随系统的设计	(301)
9.7 非线性系统模型参考自适应控制器的设计	(309)
9.8 模型参考自适应控制在卫星跟踪伺服系统中的应用	(311)
9.9 最小方差控制	(314)
9.10 自校正控制	(318)
习题	(324)
第十章 鲁棒控制系统设计	(326)
10.1 H_{∞} 控制系统概述	(326)
10.2 H_{∞} 问题的频域描述	(327)
10.3 H_{∞} 标准控制的基本问题	(330)
10.4 H_{∞} 状态反馈控制问题	(335)
10.5 H_{∞} 鲁棒性能控制问题	(337)
10.6 H_{∞} 控制系统的设计示例	(339)
10.7 μ 控制理论的基本概念	(342)
10.8 μ 分析与 μ 综合	(344)
第十一章 智能控制	(346)
11.1 智能控制的基本概念	(346)
11.2 模糊控制的基本思路	(349)
11.3 模糊控制的构成与原理	(351)
11.4 模糊控制在飞机倾斜运动中的应用	(353)
参考文献	(358)

第一章 控制理论的基础概念

1.1 控制理论的发展过程

为了说明现代控制理论在整个控制理论中的地位,我们把控制理论的发展划为不同阶段。这种阶段性的发展过程是由简单到复杂、由量变到质变的辩证发展过程。

经典控制理论多半是用来解决单输入-单输出的问题,所涉及的系统大多是线性定常系统,非线性系统中的相平面法也只含两个变量。在人类社会早期实践活动中,虽然也使用了一些简单的“反馈”和“前馈”思想,但相当稀少与原始。而蒸汽机的出现,极大地刺激了反馈控制技术的发展。在 19 世纪,为了解决蒸汽机离心调速器的控制精度和系统稳定性之间的矛盾,马克斯维尔 1868 年提出了用基本系统的微分方程模型分析反馈系统的数学方法。同时韦士乃格瑞斯克阐述了调节器的数学理论;1895 年劳斯与古尔维茨分别提出了基于特征根和行列式的稳定性代数判别方法。进入 20 世纪后,电信工业的发展导致了奈奎斯特频率域分析技术和稳定判据的产生,伯德进一步研究开发了易于实际应用的伯德图;1948 年伊文思提出了一种易于工程应用的、求解闭环特征方程根的简单图解法——根轨迹分析法。这样便开始形成一套完整的、以传递函数为基础、在频率域对单输入单输出控制系统进行分析与设计的理论,即所谓经典(古典)控制理论。

由上述不难看出,经典控制论是与生产过程的局部自动化相适应的,它具有明显的依靠手工进行分析和综合的特点,这个特点是与 20 世纪 40~50 年代生产发展的状况,以及电子计算机技术的发展水平尚处于初级阶段密切相关的。在对精确度要求不是很高的情况下是完全可用的。经典控制理论最大的成果之一就是 PID 控制规律的产生, PID 控制原理简单,易于实现,具有一定的自适应性与鲁棒性,对于无时间延迟的单回路控制系统很有效,在工业过程控制中仍被广泛应用。

现代控制理论主要用来解决多输入-多输出系统的问题,系统可以是线性或非线性的、定常或时变的。20 世纪 50 年代后期,空间技术的发展和计算机的发展与普及,促使控制理论由经典控制理论向现代控制理论转变。被控对象复杂,生产过程的精确要求,对系统的控制要求也越来越高,经典控制理论显得无能为力,简单反馈已无法满足解决不确定性问题的需要,这不仅在航天飞行器、导弹、火炮等控制方面需要新的控制理论,随着工业生产对产品的质量和产量要求的提高,人们也关注新的控制理论。在这种背景下,更为精巧的控制方法应运而生。其中最具代表性的就是基于模型的现代控制理论。

其中最优控制的惊人成果,是由原苏联庞德亚金等学者提出的极大值原理,并找到最优控制问题存在的必要条件,该原理为解决控制量有约束情况下的最短时间控制问题提供了一个有效方法。同时美国学者别尔曼也提出了解决最优控制问题的动态规划法。而

当时正在美国从事数控研究的青年科学工作者 R·E·卡尔曼,对系统采用了状态方程描述方法,指出了系统的能控性、能观测性。与此同时,证明了在二次型性能指标下线性系统最优控制的充分条件,进而提出了对于估计与预测有效的卡尔曼滤波,并证明了对偶性。基于上述结果,人们确认了控制系统的状态方程描述方法的实用性。当时,将这种与状态方程有关控制理论称为“现代控制理论”。因此现代控制理论是以庞德亚金的极大值原理、别尔曼的动态规划和卡尔曼的滤波理论为其发展里程碑,揭示了一些极为深刻的理论结果。

给予现在控制理论以正确、全面评价是十分必要的。现代控制理论基于时域内的状态空间分析法,着重实现系统最优控制的研究。这种方法从数学角度而言,是把系统描述为四个具有适当阶次的矩阵,不少控制问题可归结为,这几个矩阵或它们所代表的映射应具有的要求和满足的关系,使控制系统的一些问题转化为数学问题,尤其是线性代数问题。状态空间法的应用,使人们对控制领域里的一些重要问题认识更加深化,也使人们能较容易解决多输入多输出问题,并提供将线性定常系统中的结论推广到复杂系统中的手段。由于在空间技术中,对性能指标的要求比较单一,用状态空间法可设计出结构较复杂的最优控制器。所以现代控制理论在空间技术以及军事工程上获得了成功的应用。

面对现代控制理论的快速发展及成就,人们对这种理论应用于工业过程寄予了期望。但现代控制在工业实践中遇到了理论、经济和技术上的一些困难。这是因为工业过程复杂而难于建模;性能指标很难用单一模式概括,且要求控制器结构要简单成本低廉;由于现代控制技术应用与工业过程涉及一系列学科,如计算机技术、管理技术、系统工程及过程本身的工艺与机理等等,使过程控制的研究在一定程度上受到严重的制约;从理论上而言,状态空间法将控制系统开环频率特性带来的优点被淹没了。在已建立起来的技术与新的理论之间不够衔接,使依赖于物理概念进行设计的工程技术人员接受这种方法有困难;特别是在过去的时间内,现代控制理论对于反馈控制的某些中心问题,如困扰工业过程控制的模型不确定,还缺乏基本的阐述。所有这些都说明,现代控制理论还存在许多问题,并不是“完整无缺”,这是事物存在矛盾的客观性反应,并将推动现代控制理论向更深、更广方向发展。就工业过程控制而言,其控制系统的设计,仅仅采用现代控制理论原有的方法是不够的,尚须针对工业过程的特殊性及其不同要求,研究与开发新的控制策略及控制结构。因此,自 20 世纪 20 年代以来,陆续出现了非线性控制、预测控制、自适应控制、鲁棒控制、智能控制,力图较好地解决因工业过程的复杂性而带来的困难。

大系统理论和智能控制理论的出现,使控制理论发展到一个新阶段^[5,30]。所谓大系统,是指规模庞大、结构复杂、变量众多的信息与控制系统,它涉及生产过程、交通运输、生物控制、计划管理、环境保护、空间技术等多方面的控制和信息处理问题。而智能控制系统是具有某些仿人智能的工程控制与信息处理系统,其中最典型的是智能机器人。该阶段尚处于初始形成过程,往往体现为现代控制理论的推广及延伸。

1.2 系统的传递函数

一、拉氏变换

控制系统的微分方程,是在时域中描述系统动态性能的数学模型。在给定外作用及初始条件下,求解微分方程可以得到系统的输出响应。这种方法比较直观,尤其是借助于电子计算机,可迅速而准确地求解。但是,如果系统中某个参数变化或者结构形式改变,则需要重新列写并求解微分方程,不便于对系统进行分析与设计。用拉氏变换将线性常微分方程转化为易处理的代数方程,可以得到系统在复数域中的数学模型,称为传递函数。它不仅可以表征系统动态特性,而且可借以研究系统的结构或参数变化对系统性能的影响。经典控制理论广泛应用的频率法和根轨迹法,就是在传递函数基础上建立起来的。因此,拉氏变换成为自动控制理论的数学基础。

1. 拉氏变换的概念

若将实变量 t 的函数 $f(t)$ 乘以指数函数 e^{-st} (其中 $s = \sigma + j\omega$, 是一个复变数), 再在 $0 \sim \infty$ 之间对 t 进行积分, 就得到一个新的函数 $F(s)$ 。 $F(s)$ 称为 $f(t)$ 的拉氏变换, 并可用符号 $L[f(t)]$ 表示。

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1.1)$$

上式称为拉氏变换的定义式。为了保证式中右边积分存在, $f(t)$ 应满足下列条件:

- ① 若 $t < 0$, 则 $f(t) = 0$ 。
- ② 若 $t > 0$, 则 $f(t)$ 分段连续。
- ③ 若 $t \rightarrow \infty$, 则 e^{-st} 较 $f(t)$ 衰减得更快。

由于 $\int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ 是一个定积分, t 将在新函数中消失。因此, $F(s)$ 只取决于 s , 它是复变数 s 的函数。拉氏变换将原来的实变量函数 $f(t)$ 转化为复变量函数 $F(s)$ 。

拉氏变换是一种单值变换, $f(t)$ 和 $F(s)$ 之间具有一一对应的关系。通常称 $f(t)$ 为原函数, $F(s)$ 为象函数。

2. 常用函数的拉氏变换^[38]

实用中, 常把原函数与象函数之间的对应关系列成对照表的形式。通过查表, 就能够知道原函数的象函数, 或象函数的原函数, 这十分方便。常用函数的拉氏变换对照表见表 1.1。

3. 拉氏变换的基本定理

(1) 线性定理

两个函数和的拉氏变换, 等于每个函数拉氏变换的和, 即

$$L[f_1(t) + f_2(t)] = L[f_1(t)] + L[f_2(t)] = F_1(s) + F_2(s)$$

函数放大 K 倍的拉氏变换, 等于函数拉氏变换的 K 倍, 即

$$L[Kf(t)] = KF(s)$$

表 1.1 常用函数拉氏变换对照表

原函数 $f(t)$	象函数 $F(s)$
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$t^n (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

(2) 微分定理

函数求导的拉氏变换, 等于函数拉氏变换乘以 s 的求导次幂(这时, 初始条件须为零), 即当初始条件 $f(0) = 0$ 时, $L[f'(t)] = sF(s)$ 。

同理, 若初始条件

$$f(0) = f'(0) = \dots = f^{(n-1)}(0) = 0$$

则有

$$L[f^{(n)}(t)] = s^n F(s) \quad (1.2)$$

(3) 积分定理

函数积分的拉氏变换, 等于函数拉氏变换除以 s 的积分次幂(这时, 初始条件须为零), 即当初始条件 $\int f(t) dt |_{t=0} = 0$ 时, $L[\int f(t) dt] = \frac{F(s)}{s}$ 。

同理, 当初始条件为零时, 则有

$$L[\underbrace{\int \dots \int}_{n} f(t) dt^n] = \frac{F(s)}{s^n} \quad (1.3)$$

(4) 初值定理

函数的初始值($t \rightarrow 0$ 的数值), 等于函数的拉氏变换乘以 s 后的 $t \rightarrow \infty$ 的极限值, 即

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad (1.4)$$

(5) 终值定理

函数的稳态值($t \rightarrow \infty$ 的数值), 等于函数的拉氏变换乘以 s 后的 $t \rightarrow 0$ 的极限值, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (1.5)$$

二、传递函数

1. 定义

在线性定常系统中,当初始条件为零时,输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比,定义为传递函数。

若线性定常系统用 n 阶微分方程描述,即

$$\begin{aligned} y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_{n-1} \dot{y}(t) + a_n y(t) = \\ b_0 u^{(m)}(t) + b_1 u^{(m-1)}(t) + \cdots + b_{m-1} \dot{u}(t) + b_m u(t) \end{aligned} \quad (1.6)$$

式中, $y(t)$ 是系统输出量; $u(t)$ 是系统输入量; $a_1, \cdots, a_n, b_0, b_1, \cdots, b_m$ 是与系统结构参数有关的系数。在初始条件为零时,进行拉氏变换,得 s 的代数方程为

$$(s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n) Y(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m) U(s)$$

则传递函数为

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{M(s)}{D(s)} \quad (1.7)$$

2. 典型环节(元件) 传递函数

放大环节的传递函数为放大倍数,即

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K \quad (1.8)$$

积分环节的传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s} \quad (1.9)$$

惯性环节(亦称一阶系统)的传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ts + 1} \quad (1.10)$$

式中, T 为时间常数。

随动系统中的枢控电机传递函数(考虑负载) 为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)} \quad (1.11)$$

式中, K_m 为电机的增益常数; T_m 为电机的时间常数。

3. 传递函数的性质

① 传递函数描述既适用于元件,也适用于系统(开环或闭环系统)。它是描述其动态特性的一种关系式,与系统或元件的运动方程对应。

② 传递函数是通过复数形式来表征系统和元件的内在性质,与外作用无关。

③ 传递函数是从实际物理系统出发,用数学方法抽象出来的,但是它不代表系统或元件的物理结构,许多物理性质不同的系统或元件,可以具有相同的传递函数。

④ 传递函数是复变量 s 的有理分式,分母多项式的最高阶次 n 高于或等于分子多项式最高阶次 m ,即 $n \geq m$ 。这是因为实际系统或元件总具有惯性,以及能源为有限所致。

⑤ 定义零点与极点。令传递函数分母 $D(s)$ 等于零,即 $D(s) = 0$,求得的根称为极

点。同样令传递函数分子 $M(s)$ 等于零, 即 $M(s) = 0$, 求得的根称为零点。

三、方块图

1. 定义

将组成系统中的每个环节(元件), 用标有传递函数的方块形式表示出来, 然后从比较环节(亦称相加点)入手, 按输入信号流经的先后次序, 将各方块单元连接起来, 表示系统功能的图形为系统方块图。

假如有一个随动系统, 它以枢控电机作为执行环节, 带动的对象为工作机械(即旋转体对象)。该系统的方块图如图 1.1 所示。

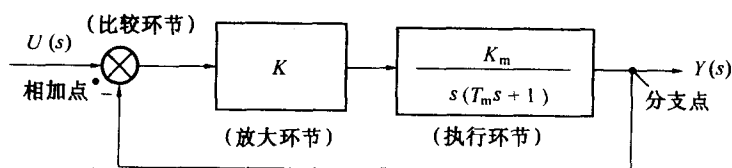


图 1.1 随动系统方块图

方块图是控制工程中描述复杂系统的一种简便方法, 也给人们提供了求取复杂闭环系统传递函数的捷径。

2. 开环系统传递函数

串联环节组成的开环系统, 如图 1.2 所示。

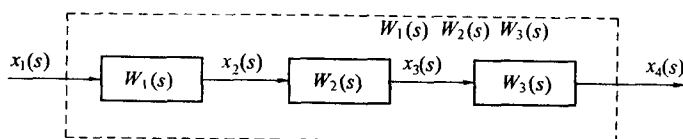


图 1.2 串联环节组成的开环系统

结论是数个元件串联(元件间无负载效应)后的传递函数, 等于每个串联元件的传递函数的乘积。

并联环节组成的开环系统, 如图 1.3 所示。

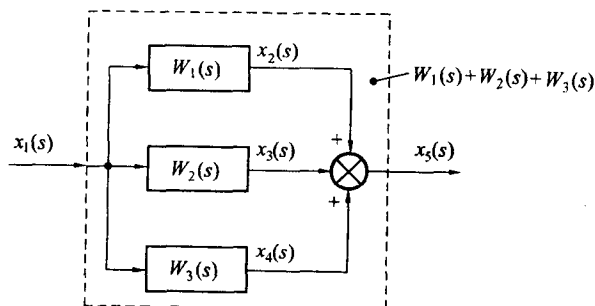


图 1.3 并联环节组成的开环系统

结论是数个元件并联(同方向)后的传递函数,等于每个并联元件的传递函数之和。

3. 标准形式闭环系统传递函数

当系统具有多个反馈回路时,如果各回路或称各环无互相交叉现象时,则称该闭环系统为标准形式。如图 1.4 所示。

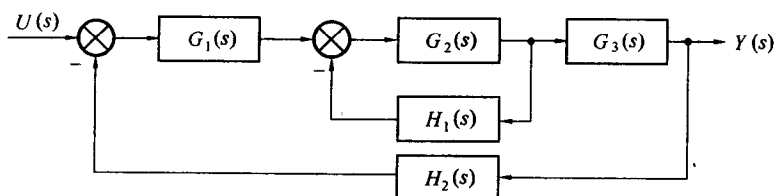


图 1.4 标准闭环系统

显而易见,其基本回路(环)如图 1.5 所示。

其闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (1.12)$$

将其结论概念化,即闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{\text{关注的输出量拉氏变换}}{\text{关注的输入量拉氏变换}} = \frac{\text{关注的输入输出间的前向通道传递函数}}{1 + \text{关注的前向通道传递函数} \times \text{相应的反馈通道传递函数}} \quad (1.13)$$

如求 $\varepsilon(s)/U(s)$ 的传递函数,即为

$$\Phi_e(s) = \frac{\varepsilon(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \quad (1.14)$$

当 $H(s) = 1$ 即单位负反馈时,如图 1.6 所示。

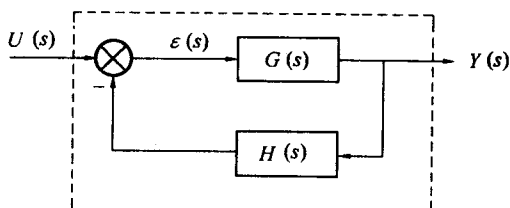


图 1.5 闭环系统的基本回路方块图

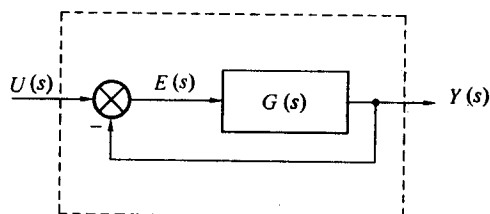


图 1.6 单位负反馈闭环系统方块图

其闭环传递函数有输入输出间的传递函数

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \quad (1.15)$$

误差与输入间的传递函数

$$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + G(s)} \quad (1.16)$$

对于多回路标准形式闭环系统,由内回路至外回路,利用公式(1.12)将方块图化简,

最后求出闭环系统的传递函数。

4. 非标准形式闭环系统传递函数

当系统具有多个反馈回路时,如果各回路或称各环有互相交叉现象时,则称该闭环系统为非标准形式。如图 1.7 所示。

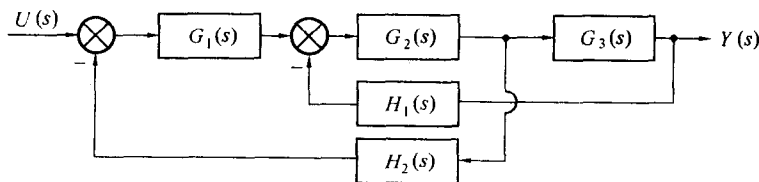


图 1.7 非标准闭环系统

求该闭环系统传递函数有两种方法:其一是化简法,应用输出等效原则将非标准形式变换为标准形式,然后化简方块图,求得闭环系统传递函数;其二是直接法,用下式求出整个闭环系统的传递函数,即

$$\Phi(s) = \frac{\text{前向通道各串联环节传递函数连乘积}}{1 + \sum_{i=1}^n (\text{每一个负反馈回路的开环传递函数})} \quad (1.17)$$

式中, n 为反馈回路的数目(非独立闭环)。很明显,它是基本回路式(1.13) 在多回路中的推广,所以该公式也适用于标准形式闭环。

1.3 绝对稳定性与相对稳定性

一、稳定定义与充要条件

稳定性是指自动控制系统在受到扰动作用使平衡状态被破坏后,经过调节,能重新达到平衡状态的性能。当系统受到扰动后(如负载转矩变化,电网电压变化等),偏离了原来的平衡状态,若这种偏离不断扩大,即使扰动消失,系统也不能回到平衡状态,这种系统就是不稳定的;若通过系统自身的调节作用,使偏差逐渐减小,系统又逐渐恢复到平衡状态,那么,这种系统便是稳定的。

对于控制系统的稳定,可定义如下:

对于控制系统来说,在初始条件影响下,系统产生的过渡过程随时间的增长而逐渐衰减,并最终趋于零,则此系统定义为稳定。

如果此过程是发散的(单调发散或振荡发散),则此系统定义为不稳定。

这里要对定义中的初始条件有正确的理解。所谓初始条件,是指系统有扰动时,输出有变化,输出反映为 $c(t)$, $\dot{c}(t)$, $\ddot{c}(t)$, $\dots$, 在把扰动去掉的瞬时(定义该瞬时时间为 $t = 0$), 扰动作用虽不存在,但该瞬时影响存在,即 $c(0)$, $\dot{c}(0)$, $\ddot{c}(0)$, $\dots$ 仍存在,称 $c(0)$, $\dot{c}(0)$, $\ddot{c}(0)$, $\dots$ 为系统的初始条件。这样就完全排除外部影响,而能表现出系统内部自己的性

质。

稳定的线性系统受到扰动后, 均能回到原来的平衡状态, 所以称线性系统的稳定为渐近稳定, 它与初始条件无关。但在自然界中, 纯粹线性系统实际不存在, 严格地说, 实际系统均是非线性系统, 只不过它们的非线性程度不同而已。因此, 上述稳定定义是指未超出线性系统的范围。

据稳定的定义, 若系统或元件为稳定, 则当其输入端加一脉冲信号时, 其对应输出信息 $c_0(t)$ 必随时间增长而衰减, 即 $t \rightarrow \infty, c_0(t) \rightarrow 0$ 。由此可推出: 系统或元件稳定的充要条件为, 代表系统或元件传递函数的极点必须全部在 $[s]$ 平面的左侧。

由于传递函数的极点就是特征方程式的根, 因此, 系统或元件稳定的充要条件可转述为: 要求系统或元件特征方程式的所有根之实数部分均为负数。

二、系统的绝对稳定性

回答系统是否稳定的问题为绝对稳定性问题, 可用时域法中的劳斯判据及频域法中的奈氏判据。

1. 劳斯判据

根据稳定的充要条件判断系统的稳定性, 必解出系统特征方程式的根。对 $n > 4$ 的高阶系统, 求根工作量很大且困难, 为了解出根而能判断系统的稳定性, 常常希望用简便方法。

该方法是 1877 年由劳斯提出的, 用特征方程的系数来判断系统稳定性的方法, 称为劳斯判据, 这种判据是稳定的充要条件。应用劳斯判据时, 需要画出劳斯阵列表。

【劳斯阵列表构造方法】

首先将特征方程各项按 s 降幂方式排列, 然后把特征方程各项系数排成两行, 第一行由第 1, 3, 5, ... 项系数组成, 第二行由 2, 4, 6, ... 项系数组成, 而后各行系数按交叉相乘、相减、相除程序逐行计算, 这种过程一直进行到第 n 行为止, 第 $n + 1$ 行仅第一列有值, 该值等于特征方程的常数项 a_n 。在劳斯表中, 系数排列呈三角形。具体过程如下:

将系统的特征方程写成如下标准形式(以 4 阶为例)

$$D(s) = s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0$$

列劳斯阵列表

s^4	1	a_2	a_4
s^3	a_1	a_3	0
s^2	$\frac{a_1 \cdot a_2 - 1 \cdot a_3}{a_1} = b_1$	$\frac{a_1 \cdot a_4 - 1 \times 0}{a_1} = b_2$	
s^1	$\frac{b_1 \cdot a_3 - a_1 \cdot b_2}{a_1} = d_1$		