

孙子算经

张邱建算经

夏侯阳算经

导读

纪志刚 主编  
湖北教育出版社



(鄂)新登字 02 号

---

孙子算经、张邱建算经、夏侯阳算经导读

© 纪志刚主编

出版：湖北教育出版社  
发行：

武汉市解放大道新育村 33 号  
邮编：430022 电话：85443568

---

经销：新华书店

印刷：文字六〇三厂

(441021·襄樊市盛丰路 45 号)

开本：850mm×1168mm 1/32

5 插页 10 印张

版次：1999 年 11 月第 1 版

1999 年 11 月第 1 次印刷

字数：245 千字

印数：1—1 000

---

ISBN 7-5351-2391-0/O·28

定价：28.00 元

---

如印刷、装订影响阅读，承印厂为你调换

# 目 录

第一篇 《孙子算经》导读 .....	1
第一章 《孙子算经》 .....	3
1. 内容概述 .....	3
2. 作者与成书年代 .....	4
3. 版本与校勘 .....	9
第二章 筹算制度 .....	13
1. 筹筹记数 .....	13
2. 筹算的乘法与除法 .....	16
3. 筹算的分数运算 .....	19
4. “九九表” .....	23
5. “大数之法” .....	27
第三章 算法、算例与算理 .....	31
1. 问题的分类 .....	31
2. 今有术 .....	32
3. 衰分术 .....	35
4. 开方术 .....	37
5. 盈不足术 .....	44
6. “方程”术 .....	47
7. 杂题 .....	51
第四章 中国剩余定理 .....	58
1. “物不知数” .....	58
2. 流传与影响 .....	60
3. 秦九韶的“大衍总术” .....	61

---

4. 清代学者的工作 .....	66
5. 中国剩余定理 .....	67
《孙子算经》正文(附:注释与校勘) .....	70
<b>第二篇 《张邱建算经》导读</b> .....	<b>107</b>
<b>第一章 《张邱建算经》</b> .....	<b>109</b>
1. 作者与成书年代 .....	109
2. 内容概述 .....	111
3. 注释者 .....	113
4. 版本与校勘 .....	115
<b>第二章 《张邱建算经》的算法特色</b> .....	<b>121</b>
1. 分数运算 .....	121
2. 分数的公共周期 .....	125
3. 开带从平方法 .....	129
4. 开立方术 .....	133
5. 比率算法与应用 .....	139
6. “盈不足”类问题的算术解法 .....	144
7. 勾股比率与勾股测量 .....	151
8. 等差数列问题 .....	156
<b>第三章 百鸡术</b> .....	<b>162</b>
1. 古算文献中的“百鸡问题” .....	162
2. 关于“百鸡原本”的存疑 .....	165
3. 清代学者关于“百鸡问题”的研究 .....	167
4. 几点分析 .....	173
5. “百鸡问题”的流传 .....	176
《张邱建算经》正文(附:注释与校勘) .....	179

---

第三篇 《夏侯阳算经》导读 .....	253
第一章 《夏侯阳算经》考辨 .....	255
1. 《夏侯阳算经》 .....	255
2. 传本《夏侯阳算经》的改纂 .....	256
3. 版本与校勘 .....	258
第二章 《夏侯阳算经》的内容分析 .....	261
1. 原本《夏侯阳算经》所遗内容 .....	261
2. 韩延《夏侯阳算经》基本内容分析 .....	263
第三章 韩延《夏侯阳算经》中计算技术的进步 .....	265
1. 十进小数 .....	265
2. 筹算乘除捷法 .....	267
《夏侯阳算经》正文(附:注释与校勘) .....	271

3263102

第一篇

「孙子算经」导读



## 第一章 《孙子算经》

### 1. 内容概述

公元3世纪是中国古代数学的一个辉煌时期。刘徽注《九章算术》、赵爽注《周髀算经》，阐释了深蕴于《九章算术》、《周髀算经》中的数学原理，提出了丰富多彩的创见与发明。但是，无论《九章算术》还是《周髀算经》，都是专门性数学著作，非为初学者而作。因此，作为普及数学教育之需的启蒙读本，正是《孙子算经》的编纂目的。这在《孙子算经》“序言”中已有明白的表述：

心开者幼冲而即悟，意闭者皓首而难精。夫欲学之者，必务量能揆己，志在所专。如是则焉有不成者哉。

现传本《孙子算经》共有三卷与一篇序言。卷上详述度量衡、“大数之法”、筹算制度、乘除法则与“九九算表”；卷中与卷下通过各种问题具体说明分数算法、开平方算法、比率算法以及盈不足术、“方程”术。在基本计算方法方面，《九章算术》所没有明确表达的，《孙子算经》都一一加以阐述。这些不仅在当时起到了普及数学教育的目的，对今天考证古代算术也提供了宝贵的资料。书中的“河妇荡杯”、“鸡兔同笼”、“物不知数”等问题已成为脍炙人口的历史名题。特别是《孙子算经》利用“物不知数”这一通俗有趣的形式，



构造了一次同余式组及其解法,引起了千余年来中算家对同余问题的兴趣,形成了中国古代不定分析研究的重要领域。

唐立算学,李淳风等奉敕注释十部算经,作为“明算科”的数学教材,《孙子算经》列为其一<sup>①</sup>,因此得到更广泛的流传。公元702年,日本始立学校,讲授算术,《孙子算经》传入日本<sup>②</sup>。

## 2. 作者与成书年代

《孙子算经》作者是谁?书成于何时?这些问题自清代起就有种种不同的说法。今择要归纳如下:

### (1) 先秦成书说

主张此说者概因书名冠以“孙子”,认为是书为春秋时代军事家孙武所作。清代学者朱彝尊《曝书亭集》卷五十五《孙子算经》跋云:

《孙子算经》三卷,汉志不著于录,而隋唐“经籍志”有之,首言度量所起,合乎兵法,地生度、度生量、量生数之文,次言乘除之法,设为之数,十三篇中所云廓地、分利、委积、运输、贵买、兵役、分数比之九章:方田、粟米、差分、商功、均输、盈不足之目,往往相符,而要在得算多,多算胜,以是此编非伪托也。

毕以珣《孙子兵法叙录》则云:

又按今所传《孙子算经》三卷,无名字,《宋史·艺文志》不知名,考《孙子兵法》“形篇”云:兵法一曰度,二曰量,三曰数,

① 《唐会要》卷六十六称:“显庆元年(AD656),尚书左仆射于志宁奏置(算学),令习李淳风等注释五曹、孙子等十部算经,为分二十卷行用。”

② 李俨:《中算输入日本的经过》,载《中算史论丛》(五),科学出版社,上海,1957年。

四曰称，五曰胜。地生度，度生量，量生数，数生称，称生胜。而《算经》则云度之所起，起于忽；称之所起，起于黍；量之所起，起于粟；凡大数之法，万万曰亿，篇首即以度、量、数、称四事，分为四节，与他算书不同，则断知其为孙武之书无疑也。

毕以珣盲从朱彝尊，以《孙子算经》为孙武作。然而，深入考查书中有关历史材料，皆与孙武所处时代相去甚远。

## (2) 汉、魏成书说

戴震(1724~1777)在《四库全书·孙子算经提要》中，批驳朱彝尊的观点，指出：

……今考书内设有云长安、洛阳相去九百里，又云佛书二十九章，章六十三字，则后汉明帝以后人语。<sup>①</sup>

阮元(1764~1849)于《畴人传》中认为：

考韦曜《博奕论》枯棋三百注引邯郸淳《艺经》，谓棋局十七道，而孙子乃云棋局十九道，则其人当更在汉以后矣<sup>②</sup>。

梁宗巨认为此说比较可信，进一步提出：

《夏侯阳算经》里说：“《五曹》、《孙子》述作滋多，甄鸾、刘徽为之详释”。刘徽是三世纪时人，所以《孙子》成书不会迟于三世纪，大概可以确定在公元67~270年之间<sup>③</sup>。

① [清]戴震：《四库全书提要·孙子算经提要》。

② [清]阮元：《畴人传》卷一，商务印书馆，上海，1955年。

③ 梁宗巨：《世界数学史简编》，辽宁人民出版社，沈阳，1981年。

### (3) 西晋成书说

主张此说者有钱宝琮、严敦杰、李迪、王铃。钱宝琮在早年的一篇文章《〈孙子算经〉考》(1929年)中指出：

书中其他含有时代性之问题，无可证明为先秦作品者，本书非孙武子原著显而易见。余以张邱建为北魏时人，《孙子算经》原本在张邱建之前，或为晋人所作。《孙子兵法》十三篇，或疑为后人伪作，迄今尚无定论。但相传十三篇有曹操注，在三国时当甚风行。晋代畴人撰算书伪托孙子之名以传世，容或有之。其序言文辞骈丽，颇似六朝人手笔。<sup>①</sup>

后在校点《算经十书》(1961年)时，钱宝琮又改成书年代在公元400年前后<sup>②</sup>，但未给出具体的理由。

严敦杰“《孙子算经》研究”一文对算经内具有时代意义的历史资料作了详细的分析，从而论证《孙子算经》成书于西晋<sup>③</sup>。其立论要点有：

《孙子》卷下5问“今有棋局，方一十九道，问用棋几何？答曰三百六十一。”阮元、钱宝琮均据“邯郸淳《艺经》谓棋局纵横各十七道，合二百八十九道，白黑棋子各一百五十枚”以证算经在汉以后。严敦杰则进一步指出“邯郸淳事具见《三国志·王粲传》注，淳尝官魏给事中。……”以断《孙子》成立时代更后于魏。又据钱大昕(1728~1804)“尝见宋李逸民《忘忧清乐集》(棋谱也)首载孙策赐吕范，晋武帝赐王武子两局皆十九道，疑后人假托”等史料，推测魏晋棋

① 钱宝琮：《〈孙子算经〉考》，载《钱宝琮科学史论文选集》，科学出版社，北京，1993年。

② 钱宝琮：《〈孙子算经〉提要》，载《算经十书》(下)，中华书局，北京，1963年。

③ 严敦杰：《〈孙子算经〉研究》，《学艺》，1937年第16卷。

局有 17、19 道交互为用之时。

晋武帝平吴之后(280年),所制户调之法中有“丁男之户,岁输绢三匹,绵三斤”,《孙子》卷下 9 问中“户输绵二斤八两”(2.5 斤)与之相近。而东晋户调绵仅八两,北朝户调制,无户输绵一条。

《九章·商功》28 问李淳风注称“晋武库中,有汉时王莽所作铜斛,其篆书字题云:律嘉量斛,方一尺而圆其外,庑旁九厘五毫,幂一百六十二寸,深一尺,积一千六百二十寸,容十斗,及斛底云律嘉量斗,合侖皆有文字,升居斛旁,合侖在斛耳上,后有赞文,与今《律历志》同,亦魏晋所常用。”<sup>①</sup>《孙子》卷中 10、11、12 三问正以“斛法一尺六寸二分”入算。

此外,严敦杰还对算经中“佛书计字”、“九家输租”、“五侯分橘”等问详作考证,均“与定算经为西晋时人所作无矛盾处”。

李迪的主张是在《我国古代的比重测定和应用》一文中指出<sup>②</sup>。《孙子算经》卷上列有七种常见物质的比重:

黄金方寸重一斤,	铅方寸重九两半,
白银方寸重一十四两,	铁方寸重六两,
玉方寸重一十二两,	石方寸重三两,
铜方寸重七两半,	

李迪以现代公式并分别取晋尺 24.12 厘米、23.04 厘米计算,结果(见表 1.1)表明取晋尺 23.03 厘米较为合理。

再按:晋初承魏制,1 晋尺约为今 24.12 厘米。“泰始九年(273 年),中书监荀勖校太乐,八音不和,始知后汉至魏,尺长于古四分

① 对此注为李淳风,或刘徽,亦或祖冲之所作,尚有不同意见。参见李迪“《九章算术》争鸣问题的概述”,载《九章算术》与刘徽,吴文俊主编,北京师范大学出版社,北京,1982年。

② 李迪:《我国古代的比重测定和应用》,载《科技史文集》(12),上海科学技术出版社,上海,1984年。

有余，勳乃命著作郎刘恭依《周礼》制尺。”<sup>①</sup>时取晋尺约为 23.04 厘米。武帝以勳尺与汉器合，故施用之。而该尺公元 317 年后渐废不用，至东晋 1 尺约合今制 24.45 厘米<sup>②</sup>。因此，据尺度的变化而定《孙子》成书于西晋应是一个有力的证据。

表 1.1

品名	以晋尺 24.12cm 计算	以晋尺 23.04cm 计算	今测
金	15.91	17.56	19.3
白银	13.92	16.24	10.5
铜	7.46	8.7	8.9
铅	9.45	11.02	11.3
铁	5.97	6.96	7.9

#### (4)南北朝成书说

此说系高振儒在“关于《孙子算经》编纂年代的考证”一文中提出<sup>③</sup>。高文的主要论据是“围棋在晋以前只有 17 道，289 路，到了南北朝才改为 19 道 361 路”，从而断定成书上限为公元 420 年。

综观上述所论，秦以前成书说，确不成立；汉魏之说失之笼统，并且刘徽是否注释过《孙子算经》史无凭证；南北朝之说的判断忽视了围棋在两晋时从 17 道变为 19 道交互使用的过渡时期，故其立论亦不充分。因此，通过对《孙子算经》中社会典章制度、经济文化背景的全面分析，定其成书年代为西晋（公元 265～317 年）是较为合理的。

① 《晋书》卷 3“武帝纪”。

② 吴承洛：《中国度量衡史》，商务印书馆，1937 年，第 65 页。

③ 高振儒：《关于〈孙子算经〉编纂年代的考证》，《山西大学学报》（哲社版），第 4 期（增刊），1982 年。

### 3. 版本与校勘

《隋书·经籍志》载《孙子算经》二卷，《旧唐书·经籍志》称《孙子算经》三卷，甄鸾注。《新唐书·艺文志》称李淳风注甄鸾《孙子算经》三卷。

北宋元丰七年(1084年)，秘书省刊刻算经，这是《孙子算经》最早的刻本(称为京监本)，宋王室南渡后，嘉定六年(1213年)，鲍澣之据监本复刻于汀洲学校(称为南宋本)，明万历年间收入《永乐大典》(1403, 1407, 称为《大典》本)。

乾隆三十八年(1773年)，戴震任《四库全书》馆纂修，从《永乐大典》中“裒集编次，仍为三卷，冠以原序。”<sup>①</sup>加以校勘，采入《四库全书》。《四库全书》本、武英殿聚珍版本、孔继涵微波榭《算经十书》本、鲍廷博《知不足斋丛书》本、刘铎《古今算学丛书》本，都以戴震校本为蓝本。

清初，太仓王杰家藏有南宋鲍澣之刻本，后来这一孤本先是为常熟毛晋收藏于汲古阁，后为阳城张敦仁所得，今存上海图书馆。毛晋之子毛扆又有一个影宋抄本，后来转入清宫，为今影印《天禄琳琅丛书》本。

据史料所载，为《孙子算经》作注者有北周甄鸾、唐李淳风。传本《孙子算经》卷首题有“唐朝议大夫行太史令上轻车都尉臣李淳风等奉敕注释”。但现存各本算经之内均无甄、李的注释。

考南宋本《孙子算经》，其中由于误文讹字需要校勘者计约13余处，多数在《大典》本中已得到改正。戴震从《永乐大典》辑录《孙子算经》时，写有19条校勘记。20世纪60年代，钱宝琮先生校点《算经十书》，对戴震的校勘工作提出了尖锐批评，并以《天禄琳琅

① [清]戴震：《四库全书提要·孙子算经提要》

孫子算經序

孫子曰夫算者天地之經緯羣生之元首五常之本末陰陽之父母星辰之建號三光之表裏五行之準平四時之終始萬物之祖宗六藝之綱紀稽羣倫之聚散考二氣之降升推寒暑之迭運步遠近之殊同觀天道精微之兆基察地理從橫之長短采神祇之所在極成敗之符驗窮道德之理究性命之情立規矩準方圓謹法度約尺丈立權衡平重輕剖毫釐析黍粟歷億

孫子  
序  
三、二十三

图 1.1 南宋本“《孙子算经》序”，今存上海图书馆  
“序言”下第一印为“毛晋”

孫子算經卷上

唐開元美行卷上重刊都尉李濟等奉勅注釋

度之所起起於忽欲知其忽蠶吐絲為忽十忽  
 為一絲十絲為一毫十毫為一釐十釐為一分  
 十分為一寸十寸為一尺十尺為一丈十丈為  
 一引五十尺為一端四十尺為一疋六尺為一  
 步二百四十步為一畝三百步為一里

稱之所起起於黍十黍為一糸十糸為一銖二  
 十四銖為一兩十六兩為一斤三十斤為一鈞

图 1.2 南宋本《孙子算经》，“卷上”下第一、三印为“张敦仁”



丛书》本驳正戴震的误校<sup>①</sup>。钱宝琮的校勘基本上清理了各本存在的讹误,但也有些重要的校改尚值得进一步商榷。如卷中19、20两问为筹算开方,前一问以“不加借算而命分”,后一问为“加借算而命分”<sup>②</sup>。戴震辑录《孙子算经》时,错把后一问改为“不加借算”。钱宝琮在20世纪30年代的论文“《孙子算经》考”一文中已指出戴震的误改,可在《算经十书》校点本中又改从戴校,亦未陈明原因。<sup>③</sup>

1992年,新加坡蓝丽蓉(Lam Lay Yong)女士出版了 *Fleeting Footsteps: Tracing the Conception of Arithmetic and Algebra in Ancient China*<sup>④</sup>。书中第一部分讨论《孙子算经》的数学内容,第二部分将《孙子算经》全文译为英文,这是《孙子算经》的第一个英译本。

① 审读钱宝琮的校勘记,约有半数从戴震校改,故仅指责戴震的“校勘工作做得很差”,似责之过严。

② 设  $N = a^2 + r$ , 所谓“加借算命分”, 即取

$$\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a+1},$$

其所谓“不加借算命分”, 乃取

$$\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a}.$$

③ 钱宝琮:《〈孙子算经〉考》,载《钱宝琮科学史论文选集》,科学出版社,北京,1983年。

④ Lam Lay Yong, *Fleeting Footsteps: Tracing the Conception of Arithmetic and Algebra in Ancient China*, Singapore, 1992. ——感谢李文林教授惠示此书。