

北京朗曼教学与研究中心资料

中学数学 1+1

——初一数学同步讲解与测试
(下 册)

主编 张志朝 张雷

中国青年出版社

敬告读者

《中学1+1》系列丛书为作者精心之作，自首发以来，深受全国广大读者欢迎及肯定，作者值此再版之际向全国千百万热心读者深表谢意。

本书读者如有疑难问题，可来信与我们联系，本中心将本着为读者服务及负责的精神，及时帮助你排忧解难，与你共同切磋，共同研究，携手共勉，建立友谊。

作者声明：《中学1+1》系列丛书为北京朗曼教学与研究中心专项研究成果，已报国家专利局注册，请读者认准封面上1+1注册商标、“北京朗曼教学与研究中心成果”、“宋伯涛主编”等字样，以防假冒。凡以《中学1+1》或以宋伯涛主编名誉出版的任何其它版本均为侵权行为。

作者声明：凡与本书内容雷同的任何其它版本，均为盗版物。保护正版是每个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现盗版，请及时来信告诉我们，我们将根据有关法律及规定对盗版者和非法买卖盗版书的个人及单位作出严肃处理。本书在全国各地均有销售，也可来信与我们联系。

来信请寄：北京市朝阳区亚运村邮局100101-89号信箱北京朗曼教学与研究中心宋伯涛收，邮编100101。

前 言

本书是由北京朗曼教学与研究中心根据初一数学教材最新出版的《中学1+1》系列丛书之一。其特点在于结合教材对各单元重点、难点、疑点、易混淆点、考点逐条进行讲解，内容详尽，条理清晰，分析透彻，例题丰富。所涉及内容主要是各单元所应掌握的基础知识、知识运用、思维方法、解题思想、技巧等。同步测试部分根据各单元特点对基础知识、重点难点、知识应用进行巩固性的训练。其中采用了目前各地较为常用的题型，题目丰富，综合性强，旨在帮助学生巩固知识，提高综合运用知识的能力。

学生在使用本书过程中，应结合教科书，认真学习重点难点部分，努力掌握重点、难点、知识点的各种用法及注意事项，对某些重点难点要进行仔细的研究、分析和理解，结合例题，努力掌握其用法。做同步练习时要独立思考，结合教科书及讲解认真解题，然后对照题解，弄通弄懂为什么用这个答案而不用那个答案，为什么要这样说而不那样说，还可以怎样说，怎样才对，从一个点进行发散性联想思维。课后还应对某些重点题目进行反复的再思考、再分析、再理解。有问题主动询问，及时解决。本中心答疑信箱就是为这一目的而开设的。

出版前，作者对书中许多地方作了较为合理的修改，但仍难免存有不尽人意之处，谨请广大读者及听众批评指正。凡需要本书以及本系列其它丛书的读者可与本中心联系，联系电话：010—64962054，64985587。

宋伯涛

2000年12月于北师大

目 录

代 数 部 分

第五章 二元一次方程组	(1)
【本章教材分析】	(1)
5.1 二元一次方程组	(1)
【学习目标要求】	(1)
【知识点讲解】	(2)
【典例剖析】	(3)
【强化训练】	(9)
5.2 用代入法解二元一次方程组	(10)
【学习目标要求】	(10)
【知识点讲解】	(11)
【典例剖析】	(12)
【强化训练】	(18)
5.3 用加减法解二元一次方程组	(19)
【学习目标要求】	(19)
【知识点讲解】	(20)
【典例剖析】	(21)
【强化训练】	(29)
5.4 三元一次方程组的解法举例	(30)
【学习目标要求】	(30)
【知识点讲解】	(31)
【典例剖析】	(31)
【强化训练】	(38)

5.5 一元方程组的应用	(39)
【学习目标要求】	(39)
【知识点讲解】	(39)
【典例剖析】	(40)
【强化训练】	(51)
【本章习题答案及提示】	(52)
本章专题总结	(57)
【知识结构总结】	(57)
【思想方法总结】	(57)
【注意事项总结】	(58)
本章综合检测题	(58)
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(61)
【本章教材分析】	(61)
6.1 不等式和它的基本性质	(61)
【学习目标要求】	(61)
【知识点讲解】	(62)
【典例剖析】	(63)
【强化训练】	(67)
6.2 不等式的解集	(68)
【学习目标要求】	(68)
【知识点讲解】	(69)
【典例剖析】	(70)
【强化训练】	(74)
6.3 一元一次不等式和它的解法	(75)
【学习目标要求】	(75)
【知识点讲解】	(76)
【典例剖析】	(77)
【强化训练】	(82)
6.4 一元一次不等式组和它的解法	(84)
【学习目标要求】	(84)
【知识点讲解】	(85)

【典例剖析】	(86)
【强化训练】	(93)
本章专题总结	(98)
【知识结构总结】	(98)
【思想方法总结】	(98)
【注意事项总结】	(99)
本章综合检测题	(100)
下学期期中考试试题	(101)
第七章 整式的乘除	(104)
【本章教材分析】	(104)
一、整式的乘法	(105)
7.1 同底数幂的乘法	(105)
【学习目标要求】	(105)
【知识点讲解】	(105)
【典例剖析】	(106)
【强化训练】	(108)
7.2 幂的乘方与积的乘方	(110)
【学习目标要求】	(110)
【知识点讲解】	(110)
【典例剖析】	(111)
【强化训练】	(115)
7.3 单项式的乘法	(116)
【学习目标要求】	(116)
【知识点讲解】	(116)
【典例剖析】	(117)
【强化训练】	(120)
7.4 单项式与多项式相乘	(121)
【学习目标要求】	(121)
【知识点讲解】	(122)
【典例剖析】	(122)
【强化训练】	(126)

7.5 多项式的乘法	(127)
【学习目标要求】	(127)
【知识点讲解】	(127)
【典例剖析】	(128)
【疑难问题举例】	(130)
【强化训练】	(132)
二、乘法公式	(133)
7.6 平方差公式	(133)
【学习目标要求】	(133)
【知识点讲解】	(133)
【典例剖析】	(134)
【强化训练】	(139)
7.7 完全平方公式	(141)
【学习目标要求】	(141)
【知识点讲解】	(141)
【典例剖析】	(142)
【强化训练】	(147)
7.8 同底数幂的除法	(148)
【学习目标要求】	(148)
【知识点讲解】	(149)
【典例剖析】	(150)
【强化训练】	(153)
三、整式的除法	(155)
7.9 单项式除以单项式	(155)
【学习目标要求】	(155)
【知识点讲解】	(155)
【典例剖析】	(155)
【强化训练】	(157)
7.10 多项式除以单项式	(159)
【学习目标要求】	(159)
【知识点讲解】	(159)

【典例剖析】	(159)
【强化训练】	(163)
本章专题总结	(171)
【知识结构总结】	(172)
【公式总结】	(172)
【思想方法总结】	(172)
【注意事项总结】	(173)
本章综合检测题	(173)
代数下学期期末考题	(175)

几 何 部 分

第一章 线段、角	(178)
【本章教材分析】	(178)
一、直线、射线、线段	(178)
1.1 直 线	(178)
【学习目标要求】	(178)
【知识点讲解】	(179)
【典例剖析】	(180)
【强化训练】	(183)
1.2 射线、线段	(185)
【学习目标要求】	(185)
【知识点讲解】	(186)
【典例剖析】	(187)
【强化训练】	(190)
1.3 线段的比较和画法	(192)
【学习目标要求】	(192)
【知识点讲解】	(193)
【典例剖析】	(195)

【强化训练】	(198)
二、角	(200)
1.4 角	(200)
【学习目标要求】	(200)
【知识点讲解】	(200)
【典例剖析】	(202)
【强化训练】	(204)
1.5 角的比较	(205)
【学习目标要求】	(205)
【知识点讲解】	(206)
【典例剖析】	(208)
【强化训练】	(210)
1.6 角的度量	(213)
【学习目标要求】	(213)
【知识点讲解】	(214)
【典例剖析】	(215)
【强化训练】	(218)
1.7 角的画法	(220)
【学习目标要求】	(220)
【知识点讲解】	(220)
【典例剖析】	(221)
【强化训练】	(223)
本章专题总结	(227)
【知识结构总结】	(228)
【思想方法总结】	(228)
【注意事项总结】	(229)
本章综合检测题	(230)
第二章 相交线、平行线	(233)
【本章教材分析】	(233)
一、相交线、垂线	(233)
2.1 相交线、对顶角	(233)

【学习目标要求】	(233)
【知识点讲解】	(234)
【典例剖析】	(235)
【强化训练】	(239)
2.2 垂 线	(241)
【学习目标要求】	(241)
【知识点讲解】	(242)
【典例剖析】	(244)
【强化训练】	(246)
2.3 同位角、内错角、同旁内角	(249)
【学习目标要求】	(249)
【知识点讲解】	(249)
【典例剖析】	(251)
【强化训练】	(252)
二、平行线	(255)
2.4 平行线及平行公理	(255)
【学习目标要求】	(255)
【知识点讲解】	(256)
【典例剖析】	(257)
【强化训练】	(259)
2.5 平行线的判定	(260)
【学习目标要求】	(260)
【知识点讲解】	(260)
【典例剖析】	(261)
【疑难问题举例】	(264)
【强化训练】	(265)
2.6 平行线的性质	(267)
【学习目标要求】	(267)
【知识点讲解】	(268)
【典例剖析】	(269)
【强化训练】	(273)

2.7 空间里的平行关系	(276)
【学习目标要求】	(276)
【知识点讲解】	(277)
【典例剖析】	(278)
【强化训练】	(279)
三、命题、定理、证明	(279)
2.8 命 题	(279)
【学习目标要求】	(279)
【知识点讲解】	(280)
【典例剖析】	(281)
【强化训练】	(283)
2.9 定理与证明	(284)
【学习目标要求】	(284)
【知识点讲解】	(284)
【典例剖析】	(285)
【强化训练】	(288)
本章专题总结	(296)
【知识结构总结】	(296)
【思想方法总结】	(296)
【注意事项总结】	(297)
本章综合检测题	(297)
几何期末考试试题	(300)

代 数 部 分

第五章 二元一次方程组

【本章教材分析】

本章的主要内容有二元一次方程、二元一次方程组、二元一次方程组的解等概念，二元一次方程组的解法，三元一次方程组的解法举例，以及二元、三元一次方程组的应用。

本章的重点是二元一次方程组的解法——代入法、加减法，以及列出二元一次方程组解简单应用题，后者同时又是难点。熟练地解一元二次方程组，关键在于理解消元的思想方法，设法消去方程中的一个未知数，把“二元”变成“一元”，同时，要通过例、习题，学会灵活运用代入法和加减法。正确地列出二元一次方程组解简单应用题，关键在于正确地找出能正好表达应用题全部含义的两个相等关系。

本章内容是在已掌握了有理数、整式的加减、一元一次方程的基础知识后予以展开的。二元一次方程组是学习线性方程组和二元二次方程组的基础；在进一步学习一次函数和平面解析几何中的部分内容时，也要经常遇到二元一次方程组和它的求解问题；此外，很多工农业、国防、科技和生活实际问题要用二元、三元一次方程组来解决。

5.1 二元一次方程组

【学习目标要求】

1. 弄懂二元一次方程、二元一次方程组和它的解的含义；

2. 会检验一对数是不是某个二元一次方程组的解.

【重点、难点】

重点是二元一次方程、二元一次方程组、二元一次方程组的解,以及检验一对数值是不是某个二元一次方程组的解;难点是二元一次方程组的解的概念.

【中考要求】

1. 了解二元一次方程的概念,会把二元一次方程化为用一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式,会检查一对数值是不是某个二元一次方程的一个解.

2. 了解方程组和它的解、解方程组等概念;会检验一对数值是不是某个二元一次方程组的一个解.

【知识点讲解】

1. 二元一次方程

(1) 二元一次方程的概念

像 $x+y=2$, $2x-y+5=0$ 这样,含有两个未知数,并且未知数的次数是 1 的方程叫做二元一次方程.

注意:二元一次方程定义中“未知数的次数是 1”是指含有未知数的项(单项式)的次数是 1,切不可理解为两个未知数的次数都是 1.例如,方程 $3xy-2=0$ 中含有两个未知数,且两个未知数的次数都是 1,但是,未知项 $3xy$ 的次数是 2.所以,它是二元二次方程,而不是二元一次方程.

任何一个二元一次方程经过整理,都可以化成下面的形式:

$ax+by+c=0$ ($a \neq 0, b \neq 0$) 这种形式叫做二元一次方程的一般形式.

注意:判定某个方程是不是二元一次方程,一般要先把它化为一般形式,然后根据定义判断.

(2) 二元一次方程的解

使二元一次方程左右两边的值相等的一对未知数的值,叫做二元一次方程的一个解.

注意:①一般情况下,一个二元一次方程有无数多个解,但如

果对其未知数的取值附加某些限制条件，那么也可能只有有限个解。

②二元一次方程的每一个解，都是一对数值。

③二元一次方程的解的求法。

通常求二元一次方程的解的方法是：先用一个未知数的代数式表示另一个未知数，如 $x-3y=2$ 变形为 $x=3y+2$ ，然后给出 y 的一个值，就能求出 x 的一个对应值，这样得到的 x 、 y 的每对对应值，都是二元一次方程 $x-3y=2$ 的一个解。

2. 二元一次方程组

(1) 二元一次方程组的概念

如果两个二元一次方程所含未知数相同，那么把这两个二元一次方程合在一起，就组成了一个二元一次方程组，如

$$\begin{cases} x+y=25 & \text{①} \\ x-2y=8 & \text{②} \end{cases}$$

注意：①上述是二元一次方程组的描述性定义，并不严格；

②方程组中各方程中，同一个字母，必须表示同一个数量。

(2) 二元一次方程组的解

一般地，使二元一次方程组的两个方程左、右两边的值都相等的两个未知数的值，叫做二元一次方程组的解。

(3) 检验一对数值是不是某二元一次方程组的解

判定方法是：将两个未知数的一对数值分别代入方程①和方程②，如果这对数值既满足方程①，又满足方程②，那么它就是方程组的解。否则，就不是。

注意：“满足方程①”就是代入方程①后，能使左、右两边的值相等。

【典例剖析】

例1 下列各式：

$$(1) xy+2x-y=7, \quad (2) 4x+1=x-y, \quad (3) \frac{1}{x}+y=5,$$

$$(4) x=y, \quad (5) x^2-y^2=2, \quad (6) 5x-2y,$$

$$(7) x+y+z=1, \quad (8) y(y-1)=2y^2-(y^2-x)$$

属于二元一次方程的个数有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

分析: (1) $xy+2x-y=7$ 是方程, 但未知项 xy 的次数是 2, 所以它不是二元一次方程.

(2) $4x+1=x-y$ 是方程, 整理后为 $3x+y=-1$, 符合二元一次方程的一般形式, 所以它是二元一次方程.

(3) $\frac{1}{x}+y=5$ 是方程, 但 " $\frac{1}{x}$ " 不是整式, 所以它不是二元一次方程.

(4) $x=y$ 是方程, 符合二元一次方程的一般形式, 所以它是二元一次方程.

(5) $x^2-y^2=2$ 是方程, 但未知项 x^2 、 y^2 的次数均是 2, 所以它不是二元一次方程.

(6) $5x-2y$ 不是等式, 也就不是方程, 所以它不是二元一次方程.

(7) $x+y+z=1$ 是方程, 但它含有三个未知数, 所以它不是二元一次方程.

(8) $y(y-1)=2y^2-(y^2-x)$ 是方程, 整理后是 $x+y=0$, 符合二元一次方程的一般形式, 所以它是二元一次方程.

答: C.

例 2 已知二元一次方程 $2x+3y+5=0$

(1) 将已知方程写成用 y 的代数式表示 x 的式子;

(2) 任意求出方程的 5 个解.

分析: (1) 欲表示 x , 只要将二元一次方程 $2x+3y+5=0$ 中的 y 看作已知数, 即把 $2x+3y+5=0$ 看作关于 x 的一元一次方程, 解这个一元一次方程即可; (2) 任意给出 y 的 5 个值, 就可求出 x 的 5 个对应值, 把每对对应值用大括号合在一起即可.

解: (1) 移项, 得 $2x=-3y-5$

$$\therefore x = \frac{-3y-5}{2} \quad \text{①}$$

(2) 将 $y=-2, -1, 0, 1, 2$ 分别代入方程①, 得对应的

x 值分别为 $\frac{1}{2}, -1, -\frac{5}{2}, -4, -\frac{11}{2}$, 于是得方程 $2x+3y-5=0$ 的 5 个解如下:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -2 \end{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{11}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

注意: (1) 将二元一次方程中的一个未知数用另一个未知数的代数式表示出来, 这个过程实质是方程的一个变形, 这种变形的方法是: 把二元一次方程看作一元一次方程, 其中, 把要表示的未知数仍看作是未知数, 把另一个未知数看作已知数, 然后, 解这个一元一次方程即可.

(2) x 、 y 的对应关系是 $x_1 \rightarrow y_1, x_2 \rightarrow y_2, \dots$, 对应值不能混淆.

例 3 判断下列各组数是不是二元一次方程组

$$\begin{cases} 2x - y = 5 & \text{①} \\ 3x + y = 10 & \text{②} \end{cases} \text{的解}$$

$$(1) \begin{cases} x = 7 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

分析: 将每对数值分别代入原方程组中的两个方程, 即满足方程①, 又满足方程②的是此方程组的解, 否则就不是.

解: (1) 将 $\begin{cases} x = 7 \\ y = 7 \end{cases}$ 代入方程①

$$\because \text{左边} = 2 \times 7 - 7 = 7, \text{右边} = 5, \text{左边} \neq \text{右边}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 7 \\ y = 7 \end{cases} \text{不满足方程①}$$

故 $\begin{cases} x = 7 \\ y = 7 \end{cases}$ 不是原方程组的解.

(2) 将 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入方程①

$$\because \text{左边} = 2 \times 3 - 1 = 5 = \text{右边}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \text{是满足方程①}$$

将 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入方程②

$$\because \text{左边} = 3 \times 3 + 1 = 10 = \text{右边}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \text{也满足方程②}$$

故 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ 是原方程组的解.

注意: 当已验证 $\begin{cases} x=7 \\ y=7 \end{cases}$ 不满足方程①时, 无须再检 $\begin{cases} x=7 \\ y=7 \end{cases}$ 是否满

足方程②, 就可以判定 $\begin{cases} x=7 \\ y=7 \end{cases}$ 不是方程组的解.

例 4 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} 2x+(m-1)y=2 \\ nx+y=1 \end{cases}$ 的解, 求 $m+n$ 的值.

分析: 因为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} 2x+(m-1)y=2 & \text{①} \\ nx+y=1 & \text{②} \end{cases}$ 的解, 所

以 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 同时满足方程①和方程②, 将 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 分别代入方程①和方

程②, 可得 $\begin{cases} 4+m-1=2 & \text{③} \\ 2n+1=1 & \text{④} \end{cases}$, 由③和④可求出 m 、 n 的值.

解: $\because \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组的解, 所以将其代入后原方程组中的

两个等式仍成立, 即 $\begin{cases} 2 \times 2 + (m-1) \times 1 = 2 \\ 2n + 1 = 1 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} m=-1 \\ n=0 \end{cases}$

$\therefore m+n=-1+0=-1$

注意: 仔细体会“已知方程组的解”这类已知条件的用法, 并加深理解方程组的解的意义.

例 5 已知 $(4x+3y-1)^2 + |2x-y+7| = 0$, 求 xy 的值.

分析: 因为 $(4x+3y-1)^2$ 是一个非负数, 且 $|2x-y+7|$ 也是一个非负数, 由题意可知它们必定都是零. 所以可得到关于 x 、 y 的

方程组 $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 2x-y+7=0 \end{cases}$, 解出 x 、 y 进一步求出 xy 的值.

解: 由题可得

$$\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 2x-y+7=0 \end{cases} \therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases} \therefore xy=-6$$

注意: 关于非负数的表现形式除上述两种形式外, 还有其它形式.

例 6 关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 3x-y=m \\ 5x+2y=m+1 \end{cases}$ 的解, 是否是方程 $2x+3y=1$ 的解? 若是, 请给予证明, 若不是, 可举一反例.