

★ 奥林匹克系列丛书

数 学

奥
林
匹
克

小学六年级



SHUXUE OLYMPIC

COMPETITION



吉林教育出版社

丛书主编	阎秀敏	张劲松
主 编	杨志刚	王凤杰
副 主 编	庄 晶	庄 群

奥林匹克

前言



为了扩大广大学生的知识面，增加知识储备，激发学生学习的兴趣，有效地培养科学的思维方法和综合解题能力，我们编写组的全体成员经过艰苦工作，历时一年多的时间在“春绣人间千里绿肥红壮艳，歌传广宇万家书灿墨浓香”的氛围中和广大的热心读者见面了。

本丛书旨在开启学生的心扉，震撼学生的心灵、挖掘深层信息，架设由已知、经可知、达未知的桥梁，运用发散思维“进行思维与灵魂的对话”，使学生真正体味“纸上得来终觉浅，心中悟出方知深”的真谛。

致天下之治者在人才，成天下之才者在教化。奥林匹克丛书是一种把过去和现在联系起来的多媒体。本丛书在如林的教辅材料中，博采众家之长，自成完整的知识体系。是望子成龙、望女成凤的家长的理想选择。是莘莘学子的好帮手。“诗也，书也，文也，无非心其得也，知之，好之，牙之，当从学而习之”。

寸有所长，尺有所短，由于我们水平有限，书中不足之处在所难免，敬请各位不吝赐教。



奥 林 匹 克

目 录



一、最大与最小一极值问题	(1)
二、最大公约与最小公倍	(10)
三、比和比例的应用	(14)
四、数字谜、幻方	(23)
五、巧算图形面积	(32)
六、排列、组合简介	(43)
七、数列	(48)
八、巧算分数求和	(55)
九、方阵问题	(62)
十、数的整除	(66)
十一、可能性问题	(76)
十二、统筹方法的应用	(82)
十三、圆、圆柱和圆锥	(87)
综合测试题 (一)	(97)
综合测试题 (二)	(105)

奥 林
匹 克一、最大与最小
极值问题

▲知识要点

这是一类很古老而且很有趣味的问题，几百年来，不少数学爱好者都迷于这类问题，并深入钻研它。同学们，你也试试吗？

在天平的左边放砝码，右边放物体称重量，最少应准备多少个砝码就能称出1到60克之间的整克数的物体重量？这几个砝码分别是多少克？

注意：问题是最少应准备多少个砝码？怎样准备才能尽可能少呢？

首先必须有1克的砝码，因为称量的起点是1克。

第二个砝码应该是 $1+1=2$ 克，用1、2克两个砝码可称出1、2、3克的物体的重量。

第三个砝码应该是 $3+1=4$ 克。

用1、2、4克三个砝码可称出1至7克物体的重量。

第四个砝码应该是 $7+1=8$ 克。用1、2、4、8四个砝码可称出1至15克物体的重量。

第五个砝码的重量是多少？用这些砝码可称出的重量是多少？还需要几个多重的砝码呢？请同学们自己想一想。

通过分析，可以得出，少于六个砝码是不行的。这六个砝码的重量分别是1、2、4、8、16、32克。

上面这道题是这类问题中很有代表性的一道题。我们小学数学中也常出现“最多”、“最少”、“最大”、“最小”、“最长”、“最短”之类的问题。这类问题可以称为极值问题。这些想法在生活中是很有用处的。在这一章里，我们来探讨这类问题的某些规律。解这类问题的关键是进行



比较分析、探索、尝试，最后归纳出所有可能的情况中的极端情况是哪一种。

▲典型例题解析

例1：五名同学共做了78道数学题，问其中做题最多的一名同学不少于多少道题？其中做题最少的一名同学不多于多少道题？

分析：关键是看平均数，最多和最少的都以此为基准作比较。 $78 = 15 \times 5 + 3$ 假如做题最多的同学做题少于16道，别的同学又不能超过他，就达不到78道题，所以做题最少的同学不能多于15道题。

答：做题最多的同学不能少于16道题，做题最少的同学不能多于15道题。

例2：从1至9这九个数中选出八个数，分别填在下面八个圆圈里，使算式的结果尽可能大。

$$[\bigcirc \div \bigcirc \times (\bigcirc + \bigcirc)] - (\bigcirc \times \bigcirc + \bigcirc - \bigcirc) =$$

你的计算结果是：_____

分析：为了研究方便，我们用字母代替圆圈。

$$[A \div B \times (C + D)] - (E \times F + G - H) =$$

可以看出，为了使算式的结果尽可能大，其中A、C、D、H必须尽可能大，B、E、F、G尽可能小，而且必须A最大和B最小，这就确定了A=9和B=1，由于C与D相加后还要与A÷B的商相乘。它们的增加可以使答案增大很多，而H不与别的数相乘，因此其余的大数应首先分配给C与D，于是得C=8、D=7（或C=7，D=8）及H=6。E与F也要相乘，把小数先分配给它们，于是得E=2，F=3（或E=3，F=2）后可得G=4，将它们填入算式就是：

$$[9 \div 1 \times (8 + 7)] - (2 \times 3 + 4 - 6) = 131$$

答：计算结果是131。

例3：能被2整除，有约数3，又是51的倍数的最小四位数是多少？最大四位数是多少？

分析：要求的四位数是51的倍数， $51 = 3 \times 17$ ，则这个四位数必有



约数3；又因这个四位数能被2整除，所以这个四位数必是102的倍数，满足条件的最小四位数是1020；最大四位数是9996。

例4：十个同样的直角三角形的卡片，拼成了如图1-1的平面图形，这种三角形的卡片的三个角中最小的角是多少度？

分析：图1-1中，每个直角三角形，除直角外，还有两个锐角一大一小，汇集在中心的是8个小角和2个大角。

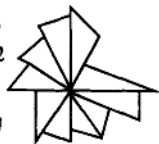


图1-1

因为，一个大角加一个小角等于 90° ，而在中心的10个角度之和 360° ，即8个小角+2个大角 $=360^\circ$ 所以

$$6 \text{ 个小角} + 2 (1 \text{ 个大角} + 1 \text{ 个小角}) = 360^\circ$$

$$6 \text{ 个小角} + 180^\circ = 360^\circ$$

$$6 \text{ 个小角} = 180^\circ$$

$$1 \text{ 个小角} = 30^\circ$$

例5：把14分成两个自然数，怎样分才能使这两个数的乘积最大？

分析：通过这道题我们来探求两个数的和一定，怎样分这两个数才能使乘积最大的规律，让我们从试验中来寻找规律。

$$1 + 13 = 14 \rightarrow 1 \times 13 = 13$$

$$2 + 12 = 14 \rightarrow 2 \times 12 = 24$$

$$3 + 11 = 14 \rightarrow 3 \times 11 = 33$$

$$4 + 10 = 14 \rightarrow 4 \times 10 = 40$$

$$5 + 9 = 14 \rightarrow 5 \times 9 = 45$$

$$6 + 8 = 14 \rightarrow 6 \times 8 = 48$$

$$7 + 7 = 14 \rightarrow 7 \times 7 = 49$$

$$8 + 6 = 14 \rightarrow 8 \times 6 = 48$$

.....

$$13 + 1 = 14 \rightarrow 13 \times 1 = 13$$

可以看出把14分成7和7时，乘积最大。

想一想：把15分成两个数，怎样分才能使它们的乘积最大？

(注意：这两个数没有限制必须是自然数。)



通过以上的研究，我们可以发现：一个数由小到大取值，另一个数由大到小取值时，两个数的积先由小到大，又由大到小，中间是最大的，也就是两个数越接近，它们的乘积就越大，两个数相等时，乘积最大。

答：把 14 分成 7 和 7 时，乘积最大。

例 6：有甲、乙、丙三种溶液，分别重 $4\frac{1}{6}$ 千克、 $3\frac{1}{4}$ 千克和 $2\frac{2}{9}$ 千克，现要分别装入小瓶中，每个小瓶装入液体的重量相同，并且无剩余，问：最少要装多少瓶？每瓶装多少千克？

分析：题中指出要分别装入小瓶中，每个小瓶装入液体的重量相同，并且无剩余，这个条件说明要求出三种液体重量的公约数，而最少要装多少瓶，就是说每瓶最多装多少液体，它与前面条件相结合，就是要求三种液体重量的最大公约数，求出最大公约数即可求出最少要装多少瓶。

解：因为甲、乙、丙三种溶液分别重 $4\frac{1}{6}$ 千克、 $3\frac{3}{4}$ 千克、 $2\frac{2}{9}$ 千克。

$$4\frac{1}{6} = \frac{25}{6}, 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}, 2\frac{2}{9} = \frac{20}{9}$$

它们分母的最小公倍数是 36，分子的最大公约数是 5，所以这三个分数的最大公约数是 $\frac{5}{36}$ 。

$$\frac{25}{6} \div \frac{5}{36} = 30, \frac{15}{4} \div \frac{5}{36} = 27, \frac{20}{9} \div \frac{5}{36} = 16$$

$$30 + 27 + 16 = 73$$

答：最少要装 73 瓶，每瓶要装 $\frac{5}{36}$ 千克。

例 7：用 40 米长的铁丝，做一个长、宽、高均为自然数的长方体（可以把铁丝折断），问如何安排这个长方体的长、宽、高才能使它的体积最大，最大体积是多少？

分析：由题意可知：40 米长的铁丝构成长方体的十二条棱，有四条棱长都等于长，另一组四条棱长等于宽，还有一组四条棱长等于高，则长 + 宽 + 高 = $40 \div 4 = 10$ ，这个问题就转化为：“已知三个自然数的和



是一个定值，求在什么情况下，它们的和最大”的问题。我们知道这一问题的解是：当这三个自然数最接近时，它们的积最大，当长、宽、高分别为4、3、3时它们的体积最大。

解：由题意得：长+宽+高=40÷4=10

当长、宽、高取4、3、3这组数时，这个长方体的体积最大，它的最大体积为36立方单位。

例8：七个小队共种树100棵，各小队种的棵数皆不相同，其中种树最多的小队种了18棵，问种树最少的小队至少种了多少棵？

分析：这道题是让我们求出种树最少的小队种的棵数要尽可能的少，也就是少到多少棵不能再少了。因为已知种树最多的小队种了18棵树，植树的总数是100棵，为了让种树最少的小队尽可能的多，还有一个重要的条件：各小队种的棵数皆不相同。那么从18开始，种树比较多的六个小队种树的情况是18，17，16，15，14，13所以种树最少的小队种树的棵数是：

$$100 - (18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13) = 100 - 93 = 7 \text{ (棵)}$$

答：种树最少的小队至少种了7棵。

例9：把1-9这九个数，分别填在图1-2中九个小三角形中，要求每条边上的五个小三角形内所写数的和相等，这个和的最小值是多少？

分析：依题意在图1-2中可知，每一边中间那个小三角形中填写的数字只用一次，其余的小三角形中填写的数字均用二次，所以处于每边中间的那三个小三角形中，必填写7、8、9三个数，这样填写后的所有数字之和为：

$$\begin{aligned} & 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + 7 + 8 + 9 \\ &= 2 \times 21 + 24 = 66 \end{aligned}$$

所以每条边上的五个小三角形内所填写的数字和的最小值为 $66 \div 3 = 22$ ，经调整，可填入的数如图所示。



图1-2





▲竞赛训练

1. 五个连续自然数的和是 300，其中最大的那个数是多少？
2. 一把钥匙只能开一把锁，现在有 4 把钥匙，4 把锁，但不知哪把钥匙开哪把锁，最多要试几次才能打开所有的锁。
3. 用一根长 16 米的铁丝围成一个长方形，长、宽分别等于多少米时其面积最大，最大面积为多少平方米？
4. 小虎有 8 分、1 角和 2 角的邮票，总值为 1 元 2 角 2 分，那么他至少有多少张邮票？
5. 用天平称 1~40 克的物品，至少需要多少个分别是多重的砝码？
6. 一个圆圆的西瓜切三刀，吃完后最多剩下多少块瓜皮？
7. 一个直角三角形的两直角边之和为 24 厘米，问如何安排两条直角边的长，可使三角形有最大面积？
8. 把 14 分成几个自然数的和，再求出这些数的乘积，要使得到的乘积尽可能大，问这个乘积是几？
9. 把 10 个苹果分成三堆，每堆至少一个则有多少种不同的分法？
10. 把 135 个苹果分成若干份，任意两份的苹果数都不相等，最多可分成多少份。
11. 27 只乒乓球中有一只是次品，次品较正品轻些，现在有一天平，最少称几次一定能把次品找到。
12. 用一只平底锅煎饼，每次能同时放两个饼，如果煎一个饼需要 2 分钟（假定正反面各需 1 分钟）则煎 m 个饼至少需多少分钟？
13. 把 100 写成不同的自然数之和，这些数中最多有多少个偶数？最少有多少个偶数？
14. 120 名少先队员选举大队长，有甲、乙、丙三个候选人，每个少先队员只能选他们之中一个人，不能弃权，若前 100 票中，甲得了 45 票、乙得了 35 票，甲要当选至少还需要多少张选票？
15. 一箱玻璃弹子若干颗（不多于 1000 颗），如果按 2 颗一次或 3 颗一次，或 4 颗一次，或 5 颗一次，或 6 颗一次取出时，最后箱子里总



还剩下一颗；如果按 7 颗一次取出时，箱子里就一颗也不剩。箱子中原来最多有玻璃弹子多少颗？

16. 有红球、黄球、白球各一堆（每堆数量很多）每个红球重 3 克，每个黄球重 5 克，每个白球重 7 克，取出 130 克的球，颜色不限，如何取才能使取出的球的数目最少？

17. A、B 两个村子中间隔了一条小河，现在要在小河上架一座桥使它垂直于河岸，请在河两岸选择合适的架桥地点，使 A、B 两村之间路程最短。

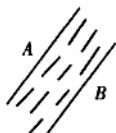


图 1-3

参考答案

1. 因为中间一数是五个连续自然数的平均数，所以
 $300 \div 5 = 60$ ，那么最大的那个数是 $60 + 2 = 62$

2. 从最不利情况考虑，开第一把锁时前三把钥匙均未打开，当然第四把钥匙就可打开第一把锁，开第二把锁时，同样道理最多试三次，开第三把锁时，最多试两次，开第四把锁时，只用一次即可。

所以最多试 $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ （次）

3. 依据“当两个数的和一定时，则这两个数相等时，它们的积最大。”因为长 + 宽 = $16 \div 2 = 8$

所以当长 = 宽 = 4 米时，面积最大，最大面积为 $4 \times 4 = 16$ （平方米）。

4. 面值大的张数应尽可能多，因为总面值的个数是 2，可定 8 分邮票的张数。

因为 $8 \times 4 = 32$ 或 $8 \times 9 = 72$

所以，当然应取张数少的 4。

因为 $122 - 32 = 90 = 20 \times 4 + 10$

即小虎最少有 4 张 8 分，1 张 1 角，4 张 2 角共 9 张邮票。

5. 如果砝码只能放在天平一端，需六个砝码，它们分别为 1、2、4、8、16、32 克，如果砝码能放在天平的两端，只需四个砝码，分别是 1、3、9 和 27 克。



6. 沿互相垂直的三个方向切三刀，吃完瓜后，最多剩下 8 块瓜皮。

7. 两直角边各为 12 厘米时，直角三角形面积最大。

8. 要想把 14 拆成几个自然数且乘积最大，拆的个数要尽可能多且不含 1；其次拆成的数不宜大于 4，例如 5 可再拆成 2 和 3，而 $2 \times 3 > 5$ ，因此拆成的数大于 4 的应尽量再拆；再有拆成的数 2 的个数不宜多于 2 个，若多于 2 个比如 3 个 2，因为 $2+2+2=6$ 而 $6=3+3$ ， $3 \times 3 > 2+2+2$ ，因此应尽量多拆出 3 来，这样可将 14 拆成 4 个 3 和一个 2，

即 $14 = 3 + 3 + 3 + 3 + 2$

此时的最大乘积为 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 162$

9. 有 8 种不同的分法，分别是：

(1、1、8)，(1、2、7)，(1、3、6)，(1、4、5)

(2、2、6)，(2、3、5)，(2、4、4)，(3、3、4)

10. 尽可能使每份的苹果数少，故可分成：1，2，3……， n

当 $n = 16$ 时，需要的苹果数： $1 + 2 + 3 + \cdots + n$

$$= (1 + 16) \times 16 \div 2$$

$$= 136 > 135$$

所以最多只能分成 15 份。

11. 将 27 只乒乓球分成三堆，每堆 9 个，第一次将天平两端各放 9 个乒乓球，可以判断次品在哪一堆上，再将此堆分成三份，每份三个，将其中二份放上天平，可判断出次品在哪一份中，再将这份中的二个乒乓球放上天平，即可得知次品是哪个球。所以，至少要称三次。

12. $m = 1$ 或 2 时，需要 2 分钟

当 $m \geq 3$ 时，需要 m 分钟。

13. 最多可有 9 个不同的偶数，理由是，如果用了 10 个不同的偶数，那么它们的和最小为 $2 + 4 + 6 + \cdots + 20 = 110 > 100$ ，所以至多用 9 个不同的偶数。另一方面用 9 个不同的偶数与另外两个不同的奇数如 2、4、6、8、10、12、14、16、18，1 和 9（或 3 和 7）它们的和恰是 100，可见最多用 9 个不同的偶数，最少用 0 个偶数，因为事实上 $1 + 3 + 5 + \cdots + 19 = 100$ ，可见不包含偶数的不同的 10 个自然数之和也能是



100。

14. 前 100 张选票显示结果, 能当选的仅为甲丙二人。从最不利的情况考虑, 甲得剩余 20 张选票中 5 张, 丙得其中 15 张, 则二人得的选票数均为 50 张, 所以甲要当选, 至少还需 6 张选票。

15. 根据题意按 2, 3, 4, 5, 6 颗分别一次取出时, 箱子里还剩一颗, 也就是说颗数应比这几个数的公倍数多 1, 而这几个数的最小公倍数是 60, 所以可用 “ $60 \times K + 1$ ” (≤ 1000) 来表示总颗数, 这样 $K < 17$, 又根据 7 颗一次取出时, 没有剩余, 可知 $60 \times K + 1$ 能被 7 整除。

当 $K = 5$ 时, $60 \times K + 1 = 301 < 1000$ 能被 7 整除, 容易知道

当 $K = 5 + 7 = 12$, $K = 5 + 7 \times 2 = 19$ 时...

$60 \times K + 1$ 也能被 7 整除

但当 $K = 19$ 时, 大于 17 不合题意, 所以 $K = 12$ 即 $60 \times K + 1 = 721$ 因此, 箱子里原来最多有玻璃弹子 721 颗。

16. 因为白球最重, 所以要使取出的总球数最少, 应尽量多取白球, 而白球最多取 18 个, 这是因为:

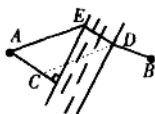
$$126 = 18 \times 7 < 130 < 19 \times 7 = 133$$

如果取 18 个白球, 还差 $130 - 126 = 4$ (克), 这时没有 4 克重的球。

如果取 17 个白球: $17 \times 7 = 119$, 还差 $130 - 119 = 11$ 克

这时只要取一个黄球 (5 克), 2 个红球 ($3 \times 2 = 6$ 克) 即可, 可见最少取球 $17 + 1 + 2 = 20$ (个), 其中红球 2 个、黄球 1 个、白球 17 个。

17. 过 A 点作河岸的垂线, 在垂线上截取 AC 的长为河宽, 连结 B、C 交河岸于 D 点, 作 DE 垂直于河岸, 交对岸于 E 点, D、E 两点, 就是使两村行程最短的架桥地点, 即两村的最短路程是 $AE + ED + DB$ 。如图。





奥林匹克

二、最大公约与最小公倍

▲知识要点

一位老人，有三个孩子，都已工作，老大每隔3天休息一天，老二每隔7天休息一天，老三每隔9天休息一天，一次三个孩子都用休息日看望老人，恰好遇到一起，老人非常高兴，于是老人说：你们还都用休息日一同来看我一次。

同学们帮助算算，这样的时间最少还要经过多少天？

这实际是求3，7，9这三个数的最小公倍数问题。本章主要内容是公倍数与公约数问题。

许多具有周期性的问题，与整除有关的问题，往往需要用公约数、公倍数，甚至用最大公约数，最小公倍数的理论和方法去分析求解。我们把这类问题称为公约数与公倍数问题。

解这类问题，一般需要先分析题意，看看究竟是和公约数还是和公倍数有关，有什么具体关系。然后再按条件求出结果来。

▲典型例题解析

例1：把一张长240厘米，宽140厘米的薄铁，截成相等的最大正方形，每边长多少厘米？至少能裁多少块？

解：以求正方形的边长，需能同时整除240与140的数，故应是： $(240, 140) = 20$ （厘米）

顺长截，每行可截成： $240 \div 20 = 12$ （块）

顺宽截，可截成： $140 \div 20 = 7$ （块）

共可以裁成最大正方形块数： $12 \times 7 = 84$ （块）



答：最大正方形的边长是 20 厘米，至少能裁成 84 块。

例 2：甲、乙、丙三轮船都来往于 A、B 两港间，每来往一趟，甲要 6 天，乙要 8 天，丙要 10 天，此三轮船同日同时从 A 港出发后，每两轮船相遇最少要几天？三轮船相遇最少要几天？

解：显然在日期的最小公倍数时，即可相遇，故有：

甲乙轮船相遇的最少天数是： $[6, 8] = 24$ （天）

乙、丙轮船相遇的最少天数是： $[8, 10] = 40$ （天）

甲、丙轮船相遇的最少天数是： $[6, 10] = 30$ （天）

甲、乙、丙三只轮船相遇的最少天数是： $[6, 8, 10] = 120$ （天）

答：甲乙轮船相遇最少天数是 24 天，乙丙轮船相遇最少天数是 40 天，甲丙相遇最少天数是 30 天，甲乙丙三只轮船相遇最少天数是 120 天。

例 3：两个数的最大公约数是 29，最小公倍数是 696，求这两个数。

解：(1) 两个数与其最大公约数、最小公倍数的关系是最小公倍数除以最大公约数，得出两个互质数商的积：

$$696 \div 29 = 24$$

(2) 把 24 分解成两个互质数的乘积：

$$\textcircled{1} 24 = 24 \times 1$$

$$\textcircled{2} 24 = 8 \times 3$$

(3) 用最大公约数 29，分别去乘每组一对的互质因数所得二数便是所求：

$$\textcircled{1} 24 \times 29 = 696 \quad 1 \times 29 = 29$$

$$\textcircled{2} 8 \times 29 = 232 \quad 3 \times 29 = 87$$

答：这两个数是 696 和 29 或是 232 和 87。

例 4：有一个电子钟，每走 9 分钟亮一次灯，每到整点响一次音乐，中午 12 点整，电子钟响了音乐又亮了灯，下一次既亮灯又响音乐是几点钟？

分析：因为每到整点时，就要响一次音乐，这说明电子钟的分针走了 60 分钟。每 9 分钟亮一次灯，说明分针走了 9 分钟，下次既响音乐又亮灯的时间应是 9 和 60 的最小公倍数所表示的时间。

$$\text{解：} [9, 60] = 180$$



$$180 \div 60 = 3 \text{ (小时)} \quad 12 + 3 = 15 \text{ (点)}$$

例 5: a 和 b 的最大公约数是 15, 最小公倍数是 180, 求 a 和 b 各是几?

分析: 根据最大公约数和最小公倍数的关系可知, 最小公倍数与最大公约数的商, 就是 a 和 b 分别除以最大公约数后所得到的两个商的乘积, 再根据 $a = mq$, $b = mp$, 只要把两个商的乘积再分解成为两个互质的数, 再分别乘以最大公约数, 就可以求出 a 和 b 各是多少。

$$\text{解: } 180 \div 15 = 12 \quad 12 = 3 \times 4 \quad 12 = 1 \times 12$$

$$3 \times 15 = 45 \quad 4 \times 15 = 60$$

$$1 \times 15 = 15 \quad 12 \times 15 = 180$$

所以 a 和 b 可能是 45 和 60, 也可能是 15 和 180。

▲ 竞赛训练

1. 有三根钢丝, 第一根长 18 米, 第二根长 30 米, 第三根长 66 米, 现在要把它们截成同样长的小段而没有剩余, 每段最长有多少米? 一共能截成多少段?

2. 有两个咬合的齿轮, 一个有 21 个齿, 另一个有 30 个齿, 某一对齿从第一次相咬合到第二次这两齿相咬合, 两齿轮各要转动几周?

3. 两个数的最大公约数是 3, 最小公倍数是 180, 求这两个数。

4. 用某数除 193 余 4, 除 1077 不足 3, 最大除数应是多少?

5. 求用 4, 5, 6, 9 去除而分别余 3, 4, 5, 8 的最小数是多少?

6. 两个数的最大公约数是 15, 最小公倍数是 180, 已知其中一个数是 60, 另一个数是多少?

7. 红旗印刷厂印刷学生手册若干本, 每 12 本打成一捆, 就多出 11 本, 每 18 本打成一捆, 就少一本; 每 15 本打成一捆就有 7 捆各多 2 本, 已知总本数在 500 与 600 之间, 这批学生手册共有多少本?



参考答案

1. $(18, 30, 66) = 6$ (米)

$$18 \div 6 + 30 \div 6 + 66 \div 6 = 19 \text{ (段)}$$

答：每段最长有 6 米，一共能截成 19 段。

2. $(21, 30) = 3$

$$21 \div 3 = 7 \text{ (周)}$$

$$30 \div 3 = 10 \text{ (周)}$$

答：两齿轮各要转动 7 周和 10 周。

3. 这两个数有以下四种可能

① 3 和 180

② 9 和 60

③ 12 和 45

④ 15 和 36

4. 最大除数是 27。

5. 最小数是 179。

6. $180 \div 15 = 12$

$$\textcircled{1} 12 = 3 \times 4$$

$$3 \times 15 = 45$$

$$4 \times 15 = 60$$

$$\textcircled{2} 12 = 1 \times 12$$

$$1 \times 15 = 15$$

$$12 \times 15 = 180 \text{ (舍去)}$$

$\therefore$ 另一个数是 45。

7. $(12, 18, 15) = 180$ (本)

$$180 \times 3 = 540 \text{ (本)}$$

$$540 - 1 = 539 \text{ (本)}$$

答：这批学生手册共有 539 本。