

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

# 粘性流体动力学基础

*Fundamentals of viscous  
Fluid Dynamics*

陈懋章 编著

高等教育出版社

**研究生教学用书**

教育部研究生工作办公室推荐

# 粘性流体动力学基础

## Fundamentals of viscous Fluid Dynamics

陈懋章 编著

高等教育出版社

## 内容简介

本书为教育部研究生工作办公室推荐的研究生教学用书,按照工程力学专业粘性流体动力学课程教学要求编著的。

湍流是流体运动的主要形式。本书在系统阐述粘性流体动力学基本方程组、层流经典理论和流体运动稳定性理论的基础上,着重讲述湍流的物理机制和半经验统计理论以及与计算机发展密切相关的现代湍流工程计算的基本理论,反映了半个世纪以来这一学科发展的主要轮廓,体现了以湍流为主这一编著本书的基本指导思想。

本书也可用作理工科院校力学等专业本科生教材,并可供有关专业教师、科研人员和工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

粘性流体动力学基础 / 陈懋章编著 .—北京:高等教育出版社,2002 (2004 重印)

ISBN 7 - 04 - 010587 - X

I . 粘... II . 陈... III . 粘性流体 - 流体动力学 -  
研究生 - 教材 IV . 0357

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 042144 号

粘性流体动力学基础

陈懋章 编著

---

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街 4 号  
邮 政 编 码 100011  
总 机 010 - 82028899

购书热线 010 - 64054588  
免 费 咨 询 800 - 810 - 0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所  
排 版 高等教育出版社照排中心  
印 刷 高等教育出版社印刷厂

---

开 本 787 × 960 1/16 版 次 2002 年 12 月第 1 版  
印 张 33.25 印 次 2004 年 2 月第 2 次印刷  
字 数 560 000 定 价 45.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

**版权所有 侵权必究**

## 前　　言

本书是根据国家教委高等工业学校工程力学专业粘性流体力学教材的基本要求,以本人1986年在北京航空学院出版社出版的《粘性流体动力学理论及紊流工程计算》一书为基础,并参考工程力学专业教学指导委员会的建议,重新编著而成。

本书可作为高等工科院校的流体力学专业以及其他有关专业研究生的教学用书,也可供有关专业的本科生、教师、科研工作者和工程技术人员参考。

粘性流体力学是流体力学的重要分支,广泛应用于动力、机械、化工、水利、航空航天、海洋和环保等部门。

湍流是流体运动的主要形式,在与流体运动有关的诸科学技术领域中最经常最大量出现的是湍流。有鉴于此,著者拟订了以湍流为主的编著指导思想,即在系统阐述粘性流体动力学基本方程组、经典层流理论和流体运动稳定性理论的基础上,着重讲述湍流理论,首先是它的物理机制。在上世纪的前半世纪,湍流理论曾沿着两条分支在较大程度上相对独立地发展着,即湍流的相关统计理论和湍流的半经验统计理论,前者侧重于探究湍流机理和结构,后者侧重于实际工程应用。第二次世界大战后计算机的发展促进了具有鲜明特点的现代湍流工程计算理论的形成,它是湍流半经验理论的新发展,并与相关统计理论有更多的结合。计算机的发展也大大促进了湍流的实验研究,发现了一些重要的新现象。本书将以湍流半经验统计理论为主,适当兼顾相关统计理论,并反映计算机冲击下这一学科发展的主要轮廓。

传热学本有自身相对独立的体系,但是传热的某些形式与流体运动紧密相关,在可压缩流中甚至不可能不涉及温度分布而单独求解速度分布。考虑到这种关系,本书将适当顾及温度场问题,但仍以速度场为主。

为使读者能适当拓宽知识面,兼顾某些专业需要,本书内容可能略超出一般本科生教学大纲的要求,教师可根据不同院校和专业的需要,在讲授中作适当调整和选择。书中部分章节附有“\*”号,或用小号字印出可供选择时参考。

本书在编写过程中,承天津大学周恒教授,中国科学技术大学童秉纲教授以及清华大学沈孟育教授等提出了许多宝贵意见,全书稿最后由吴

礼义教授和张炳煊教授审阅，作者对他们表示诚挚的谢意。

由于作者水平所限，本书难免存在缺点和不足之处，诚请广大读者及时给予指正。

作者

# 主要符号表

## 英文符号

<b>A</b>	面积,反对称张量
<b>a</b>	声速,反对称张量
<b>c</b>	实部为波相速度,虚部为增长因子
$c_p$	比定压热容
$c_v$	比定容热容
<b>D</b>	质量扩散系数,速度导数张量
$D_f$	总摩擦阻力
$D_{uf}$	湍动能扩散项
$e$	单位质量流体的内能
$F$	作用于单位质量的彻体力
<b>F</b>	作用力,二维物体单位长度受到的阻力
$f$	法沃克纳-斯坎变换的量纲一流函数
$G$	容积流率
$g$	重力加速度
$H$	边界层形状因子,总焓
$h$	焓,距离,粗糙元的高度
<b>I</b>	涡通量
$i$	$\sqrt{-1}$
<b>J</b>	动量流率
<b>K</b>	湍动能
$k$	流动类型指标,热传导系数
<b>L</b>	长度尺度
$l$	长度尺度,壁面切应力参数,积分尺度,混合长度
<b>M<sub>i</sub></b>	沿浓度减小方向,单位时间 $i$ 组分的质量输运量
$m_i$	组分 $i$ 的质量
$m_{ij}$	粘性应力张量
<b>n</b>	单位外法向矢量
$n$	温度指数,幂次
<b>P</b>	作用于单位容积的表面力

$P$	平均压强,湍流生成项
$p$	压强
$p'$	脉动压强
$Q$	单位时间内单位质量流体由热辐射和化学反应等得到的外热,某时空函数
$\mathbf{q}, q_i$	单位面积热流矢量,热流矢量分量
$q$	均方根脉动速度
$R$	气体常数,半径,相关系数
$r$	温度恢复因子,半径
$R_c$	曲率半径
$S$	对称张量,平均应变变化率张量
$S$	量纲一温度函数,熵
$s$	对称张量,应变变化率张量,流线坐标
$T$	绝对温度,时间,周期
$\mathcal{T}$	表面张力系数
$t$	摄氏温度,时间,横曲率
$T_s$	萨瑟兰常数
$T_r$	摩擦温度
$T_u$	湍流强度
$T_{ij}$	总的平均应力张量
$U, V, W$	笛卡尔坐标平均速度分量
$u, v, w$	笛卡尔坐标瞬时速度分量
$u', v', w'$	笛卡尔坐标脉动速度分量
$U_\infty$	远前方气流速度
$u_r$	摩擦速度
$u_T$	大涡特征速度
$\mathbf{u}$	速度矢量
$V, v$	容积
$V_E$	裹入速度
$v_r, v_\theta$	圆柱坐标径向、周向分速度
$W(y/\delta)$	尾迹函数
$x, y, z$	笛卡尔坐标

### 量纲一参数和系数

$C_D$	阻力系数
$C_E$	裹入速度系数
$C_f$	壁面摩擦阻力系数
$C_L$	升力系数
$C_M$	力矩系数
$C_p$	压力系数
$Eu$	欧拉数
$f$	摩擦因子
$Fr$	弗劳德数
$Le$	路易斯数
$Ma$	马赫数
$m$	量纲一压力梯度参数
$Nu$	努赛尔数
$Pe$	贝克来特数
$Pr$	普朗特数
$Ra$	瑞利数
$Re$	雷诺数
$Ri$	理查孙数
$Sc$	施密特数
$Sr$	斯特劳哈尔数
$St$	斯坦顿数
T	泰勒数

## 希腊文符号表

$\alpha$	攻角,T-S波的波数(实部)和增长因子(虚部)
$\beta$	压力梯度因子,T-S波的频率(实部)和增长因子(虚部)
$\Gamma$	环量
$\gamma$	比热比,间歇因子
$\delta$	边界层厚度
$\delta^*$	边界层位移厚度
$\delta_3$	边界层能量厚度
$\epsilon$	线应变变化率,单位质量耗散率
$\epsilon_m$	涡粘性系数
$\epsilon_h$	涡热扩散系数

---

$\zeta$	速度矢 $u$ 的旋度
$\xi$	量纲一变量
$\eta$	柯尔莫戈罗夫尺度, 几种变换的量纲一 $y$ 向坐标
$\theta$	边界层动量厚度, 柱坐标周向角
$\kappa$	冯·卡门常数, 温度传导系数
$\Lambda$	压力梯度参数
$\lambda$	压力梯度参数, 波长, 泰勒微尺度, 第二粘性系数
$\mu$	动力粘性系数
$\nu$	运动粘性系数
$\Pi_{ij}, \pi_{ij}$	平均和瞬时应力张量
$\Pi(x)$	型面参数
$\rho, \rho'$	密度和脉动密度
$\sigma$	正应力
$\tau$	切应力
$\Phi$	单位体积耗散率, 位势函数, 能谱函数
$\Psi$	流矢函数
$\psi$	流函数
$\omega, \omega_i$	涡量
$\omega$	频率

### 字符上角标

$\bar{\cdot}$	时间平均, 经曼格勒变换的量
$\sim$	质量加权平均, 大涡模拟大尺度分量
*	量纲一化的量
'	相对于时间平均量的脉动量
"	相对于质量加权平均量的脉动量
+	以摩擦速度 $u_*$ 或摩擦温度 $T_*$ 为特征尺度的量纲一量

### 字符下角标

$aw$	绝热壁
$c$	临界层, 拟序量, 中心
$cr$	临界
$e$	远离物面的自由流参数; 某参考点参数
$ef$	等效的
<b>EQ</b>	平衡

f	固壁上的流体参数
h	热量
i	虚部,内层,序号
id	理想流体
l	层流
m	动量
o	外层
r	实部,随机量
s	物体表面
t	湍流,温度
tr	转捩
0(数)	对应于 1 个大气压,0℃ 的状态,某参照量,沿截面的平均值
2D	二维
3D	三维
$\infty$	无穷远前方

# 目 录

## 主要符号表

<b>第一章 粘性流体动力学基础知识</b>	1
§ 1-1 历史概述	1
§ 1-2 粘性流体动力学的意义及范畴	4
§ 1-3 研究粘性流体动力学问题的基本方法	8
§ 1-4 流体的分子输运性质	10
§ 1-5 流体运动与变形	16
§ 1-6 流体的表面应力张量	22
§ 1-7 牛顿流体的应力与应变变化率之间的关系	24
习题	28
<b>第二章 粘性流体动力学基本方程组</b>	31
§ 2-1 质量守恒定律——连续方程	32
§ 2-2 粘性流体的运动方程——动量守恒定律	34
§ 2-3 粘性流体的能量方程	38
§ 2-4 粘性流体动力学方程组的封闭性问题	45
§ 2-5 粘性流体动力学方程组的数学性质	46
§ 2-6 定解条件和定解问题的适定性	50
§ 2-7 纳维－斯托克斯方程组的适用性	53
§ 2-8 粘性流体动力学的相似律和量纲分析	54
§ 2-9 流体的涡旋运动	62
§ 2-10 流函数	72
习题	74
<b>第三章 纳维－斯托克斯方程组的精确解</b>	77
§ 3-1 平行定常流动中的速度分布	78
§ 3-2 平行定常流动中的温度分布	84
§ 3-3 同轴旋转圆筒间的定常流动	86
§ 3-4 平行非定常流动	88
§ 3-5 滞止点附近的流动	91
§ 3-6 旋转圆盘附近的流动	96
§ 3-7 楔形区域内的流动	101
§ 3-8 可压缩流体的库埃特流动	103
习题	109

---

<b>第四章 缓慢流动 .....</b>	111
§ 4-1 缓慢流动的微分方程.....	111
§ 4-2 球的缓慢移动.....	112
* § 4-3 滑动轴承内的流动.....	115
* § 4-4 海莱 - 肖流动.....	120
习题.....	122
<b>第五章 薄剪切层方程 .....</b>	123
§ 5-1 剪切层概念.....	123
§ 5-2 二维流动中的薄剪切层近似.....	130
§ 5-3 轴对称和三维流动中的薄剪切层近似.....	137
§ 5-4 曼格勒变换.....	140
§ 5-5 动量积分方程.....	142
§ 5-6 裹入方程.....	144
§ 5-7 温度边界层及有关方程.....	146
习题.....	149
<b>第六章 层流边界层 .....</b>	151
§ 6-1 剪切层的相似概念.....	151
§ 6-2 法沃克纳 - 斯坎变换.....	152
§ 6-3 层流边界层的相似解, 布拉修斯解 .....	155
§ 6-4 非相似层流边界层的计算方法.....	163
* § 6-5 非耦合层流温度边界层的解.....	168
§ 6-6 二维可压缩定常层流边界层.....	174
§ 6-7 边界层分离.....	182
习题.....	190
<b>第七章 流体运动稳定性和由层流到湍流的转换 .....</b>	192
§ 7-1 概述.....	192
§ 7-2 流动稳定性的一般理论.....	194
§ 7-3 二维平行剪切流的线性稳定性理论.....	197
* § 7-4 三维波动 .....	205
§ 7-5 非线性稳定性理论 .....	209
* § 7-6 二维混合层的失稳和转换过程 .....	213
* § 7-7 二维边界层的转换 .....	217
§ 7-8 影响边界层转换的其他因素 .....	220
§ 7-9 边界层转换的预估 .....	225
* § 7-10 几种典型的流体运动稳定性问题 .....	227
习题.....	236
<b>第八章 湍流基本理论 .....</b>	237
§ 8-1 概述 .....	237

§ 8-2 湍流平均运算、湍流强度及相关概念	242
§ 8-3 不可压流湍流平均运动的质量方程和动量方程	246
§ 8-4 不可压流湍流平均运动的动能方程	250
§ 8-5 不可压流雷诺应力方程和湍流动能方程	252
§ 8-6 可压流湍流平均运动的连续方程和动量方程	259
§ 8-7 湍流平均运动的热焓方程	263
§ 8-8 湍流模型	266
* § 8-9 湍流相关函数的统计理论和谱分析	275
* § 8-10 拟序结构	282
* § 8-11 大涡模拟	286
习题	289
<b>第九章 湍流边界层</b>	<b>290</b>
§ 9-1 湍流边界层的物理特征	290
§ 9-2 光滑表面上的平均速度分布	301
* § 9-3 粗糙表面上的平均速度分布	309
§ 9-4 平板湍流边界层的简单估算方法	312
§ 9-5 有压力梯度的湍流边界层解法(速度型)	319
* § 9-6 非耦合湍流温度边界层	325
§ 9-7 耦合湍流边界层方程	336
* § 9-8 耦合湍流边界层的速度型和温度型	344
§ 9-9 零压力梯度耦合二维湍流边界层的近似估算	348
§ 9-10 有压力梯度的耦合二维湍流边界层解法	354
§ 9-11 湍流边界层的分离和分离泡	357
§ 9-12 激波与边界层的相互作用	360
§ 9-13 边界层控制	369
§ 9-14 三维边界层	372
习题	378
<b>第十章 其他类型的剪切流动</b>	<b>380</b>
§ 10-1 尾迹	380
§ 10-2 射流	388
§ 10-3 两均匀平行流之间的混合层	393
§ 10-4 相似自由剪切流发展的幂数律	397
* § 10-5 壁面射流和薄膜冷却	397
§ 10-6 管道流动	404
§ 10-7 圆柱绕流	418
习题	424
<b>第十一章 粘性流体动力学的数值计算方法</b>	<b>426</b>
§ 11-1 粘流计算的物理数学模型	426

---

§ 11-2 二 维 薄 剪 切 层 方 程 的 数 值 解 法 (外 流) .....	429
§ 11-3 管 流 的 数 值 计 算 .....	434
§ 11-4 纳 维 - 斯 托 克 斯 方 程 的 有 限 差 分 解 法 .....	438
§ 11-5 纳 维 - 斯 托 克 斯 方 程 的 谱 方 法 解 法 .....	446
第十一章附录 .....	449
习题 .....	454
<b>习题答案 .....</b>	<b>455</b>
<b>附录 .....</b>	<b>488</b>
附录一 场论初步 .....	488
附录二 笛卡尔张量初步 .....	493
附录三 正交曲线坐标系中的粘性流体动力学基本方程组 .....	498
附录四 傅里叶变换 .....	509
<b>参考文献 .....</b>	<b>510</b>
<b>名词索引 .....</b>	<b>513</b>
<b>作者简介 .....</b>	<b>515</b>

# 第一章 粘性流体动力学基础知识

## § 1-1 历史概述

人类的生产活动总是与流体运动紧密相关的。考古发掘出的原始人用的箭已具有流线型的尖头和起稳定作用的尾翅,这说明生产活动已使原始人感觉到并部分地解决了流体阻力问题,但使流体力学形成一门科学却是很久以后的事了。

文艺复兴时期,意大利的莱奥纳尔多·达·芬奇(Leonardo da Vinci 1452~1519)正确推导出了一维不可压缩流动的质量守恒方程。在他的笔记中,还记载着波动、水跃、自由射流、钝体后面旋涡的形成、流线型减阻以及旋涡中速度分布的准确描述。

第一个直接研究流体摩擦力的也许是马略特(E. Mariotte 1620~1684)。他建造了世界上第一个风洞,发明了天平系统以测量风洞的人工气流中静止模型的阻力。

1687年牛顿(Isaac Newton 1642~1727)发表了他的名著《自然哲学的数学原理》,对几乎所有普通流体的粘性性状作了这样的描述:“流体的两部分由于缺乏润滑性而引起的阻力,同流体两部分彼此分开的速度成正比。”用现代常用的表述方式即为粘性切应力与应变变化率成正比。有许多种流体,包括水和空气,具有这种性质,现在称这类流体为牛顿流体(§ 1-7)。牛顿用这种关系正确推导出了旋转圆柱体周围的速度分布,这是粘性流动的第一个分析工作。

牛顿的微积分为流体力学提供了强有力的研究工具,使流体力学得到了充分的发展。伯努利(Daniel Bernoulli 1700~1782),欧拉(Leonhard Euler 1707~1783)、达朗贝尔(J. le R. d'Alembert 1717~1783)、拉格朗日(J. - L. Lagrange 1736~1813)和拉普拉斯(P. - S. Laplace 1749~1827)都对这一学科的发展做出了重要的、甚至是奠基性的贡献。由于人类最经常接触的流体是水和空气,它们的粘性都很小,所以他们都忽略了流体的粘性,按照无粘性的理想流体来研究。于是以描写这种流体的欧拉运动方程为基础,以纯粹数学分析为手段,建立和发展了理论流体力学,到19世纪末,这一理论已发展到相当完善的程度。

但是这种理论在某些方面与试验结果相矛盾,即它不能预估管道流动中的压力损失和在流体中运动的固体所受到的阻力(§ 1-2),而从事实际工作的工程师们是需要这些数据的,因此,他们对这种理论不感兴趣。于是根据实际工程技术发展的需要,以试验为基础,建立和发展了水力学。

流体力学的这两个分支互不联系,平行发展的情况一直持续到 19 世纪末。

在 19 世纪 20 年代,已有一些科学家看到了理论流体力学的弱点而想加以改进,即对欧拉理想流体运动方程加上摩擦力项。纳维(C. - L. - M. - H. Navier 1785 ~ 1836)、柯西(A. - L. Cauchy 1789 ~ 1857)、泊松(S. - D. Poisson 1781 ~ 1840)、圣维南(A. J. C. B. de Saint - Venant 1797 ~ 1886)和斯托克斯(G. G. Stokes 1819 ~ 1903)都以不同的完善程度实现了这一点。前四人用一个未知的分子函数写出各自的方程,而斯托克斯首先采用第一粘性系数  $\mu$ ,最后完成了这一工作。现在把这些粘性流体力学的基本方程称为纳维 - 斯托克斯(Navier - Stokes)方程,简称为 N-S 方程(§ 2-2)。

纳维 - 斯托克斯方程的建立使人们对粘性流动问题的分析成为可能。但是用分析方法求解这些方程非常困难,解通常是不稳定的,迄今大约也只求出了 70 个特解。因此,当时的水力学工作者看不出斯托克斯工作的巨大意义,因为纳维 - 斯托克斯方程并未导致有实际意义的结果。

1904 年普朗特(L. Prandtl 1875 ~ 1953)发表的边界层理论完全改变了上述情况。这一理论把流体力学的两个分支统一起来,使理论与实际达到高度的结合,从而开辟了 20 世纪流体力学顺利发展的道路。边界层理论与机翼理论和气体动力学一道成为现代流体力学的基石。

普朗特的边界层理论第一次显示出纳维 - 斯托克斯方程的巨大实际意义,于是对这一方程的研究迅速从纯数学家的圈子中扩展开来。

根据普朗特的观点,当粘性小的流体流过固体时,可将流体分为两个区域:一是固体边界附近的很薄的区域,称为边界层,在边界层中粘性起很重要的作用;另一区域则是边界层外的其余部分,在这个区域中粘性可以忽略,即可按无粘性流体来处理这里的流动。普朗特的理论既在数学上得到了很大的简化,又得出了与实际相符合的结果,解决了过去不能计算阻力的问题。

值得注意的是,普朗特的理论并不是来自纳维 - 斯托克斯方程的精确的解析解,而是来自实验观测所提供的信息,即边界层厚度与物体长度之比很小。根据这一事实,普朗特作了一些重要假设,从而由纳维 - 斯托

克斯方程导出了边界层方程。长期以来,数学家们一直想从数学上证明这一简化的合理性,但至今仍未能对一般的情况给出严格的证明<sup>①</sup>,可见深入物理本质的观察和假设是何等重要。

在 19 世纪末叶,粘性流体力学另一重要的发展就是雷诺(O. Reynolds 1842~1912)的研究工作。在 19 世纪的前叶已发现流体的运动可以分为两种本质不同的类型:一种是很光滑的流动,即流体的速度、压力等物理参数随时间和空间的变化都很平滑,这种流动称为层流;另一种是很不规则的流动,即流体的速度、压力等随时间和空间都以很不规则、很不光滑的方式变化,这种流动称为湍流或紊流。但流动的这两种类型的发现并不意味着湍流理论的建立。

1883 年雷诺首先用实验表明(§ 7-1)影响流动是层流还是湍流的最有决定意义的因素是下述的量纲一参数

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (1.1.1)$$

其中  $\rho$  为流体密度,  $\mu$  为流体的粘性系数(§ 1-4),  $U$  和  $L$  分别为某一特征速度和特征长度。为纪念雷诺,这一量纲一的参数后来被命名为雷诺数,以  $Re$  表示。它是流体运动时惯性力与粘性力的典型值之比(§ 2-8),是粘性流体力学中最重要的量纲一参数。雷诺表明,小的  $Re$  数对应于层流,大的  $Re$  数对应于湍流。

层流与湍流的性质有很多重要的差别。例如,湍流具有大得多的对动量、热量和质量的输运能力(§ 1-4),这些是许多工程技术问题中最关心的性质。因为人类最经常最大量遇到的流态几乎全是湍流,加之问题的复杂性,湍流研究已成为现代流体力学的最重要课题之一。

在 20 世纪,布拉修斯(H. Blasius)、卡门(T. von Kármán 1881~1963)、泰勒(G. I. Taylor 1886~1975)和柯尔莫戈罗夫(A. И. Колмогоров 1903~)等都对粘性流体力学的发展做出过重要贡献。

自从 20 世纪 40 年代中期电子计算机问世以来,用电子计算机对粘性流体力学问题进行数值模拟和计算逐渐成为现实,并开辟了一个新的分支——计算流体力学,它在相当大的程度上改变着该学科的面目,使其内容和方法都发生了一定的变化,并在实际工程技术问题中发挥出越来越大的作用。

20 世纪以来,特别是第二次世界大战以后,实验技术飞速发展,热线风速仪,激光测速仪加上高速数据采集和处理系统,为研究流体的动态结

<sup>①</sup> 匹配渐近展开法在一定条件下证明了边界层方程在数学上的合理性,见 § 5-2。