



21世纪交通版

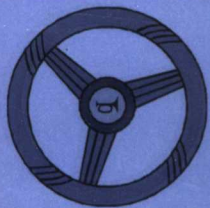
高等学校车辆工程专业教材



汽车振动与噪声控制

Qiche Zhendong yu Zaosheng Kongzhi

◎ 陈南 主 编
◎ 张建润 / 孙蓓蓓 / 李 普 副主编



人民交通出版社
China Communications Press



21世纪交通版

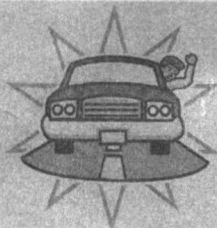
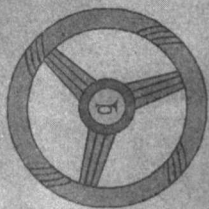
高等学校车辆工程专业教材



汽车振动与噪声控制

Qiche Zhendong yu Zaosheng Kongzhi

◎ 陈 南 主 编
◎ 张建润 / 孙蓓蓓 / 李 普 副主编



北方工业大学图书馆



00592214

人民交通出版社 S(J40/08)

内 容 提 要

本书首先介绍线性振动和声学基础理论。

在介绍基础理论之后,书中对汽车的发动机-动力传动总成,转向及底盘悬架总成,车身系统和制动时的振动、噪声及整车平顺性问题进行了系统的建模和分析,并介绍了一些常用和新的控制方法。

本书可以作为高等理工院校车辆工程类或制造类专业本科生及研究生的振动和噪声控制课程的教材,也可供从事相关领域研究的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

汽车振动与噪声控制/陈南主编. —北京:人民交通出版社,2005.3

ISBN 7-114-05469-6

I.汽... II.陈... III.①汽车-振动-分析②汽车噪声-噪声控制 IV.U467.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第015479号

高等学校车辆工程专业教材

书 名:汽车振动与噪声控制

著 者:陈 南

责任编辑:钟 伟

出版发行:人民交通出版社

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址:<http://www.cpress.com.cn>

销售电话:(010)85285656,85285838,85285995

总 经 销:北京中交盛世书刊有限公司

经 销:各地新华书店

印 刷:北京凯通印刷厂

开 本:787×980 1/16

印 张:14.25

字 数:280千

版 次:2005年8月 第1版

印 次:2005年8月 第1次印刷

书 号:ISBN 7-114-05469-6

印 数:0001—4000册

定 价:22.00元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)



高等学校车辆工程专业教材

21 世纪交通版高等学校车辆工程专业教材

编委会名单

编委会主任

陈礼璠(同济大学)

编委会副主任(按姓名拼音排序)

陈南(东南大学)

杜子学(重庆交通学院)

方锡邦(合肥工业大学)

谷正气(湖南大学)

编委会委员(按姓名拼音排序)

陈明(同济大学)

陈全世(清华大学)

陈鑫(吉林大学)

戴汝泉(山东交通学院)

邓亚东(武汉理工大学)

杜爱民(同济大学)

冯崇毅(东南大学)

冯晋祥(山东交通学院)

龚金科(湖南大学)

关家午(长安大学)

过学迅(武汉理工大学)

韩英淳(吉林大学)

何丹娅(东南大学)

何仁(江苏大学)

何耀华(武汉理工大学)

黄韶炯(中国农业大学)

金达锋(清华大学)

李晓霞(长安大学)

刘晶郁(长安大学)

鲁植雄(南京农业大学)

栾志强(中国农业大学)

罗虹(重庆大学)

任恒山(湖南大学)

谭继锦(合肥工业大学)

王国林(江苏大学)

温吾凡(吉林大学)

吴光强(同济大学)

席军强(北京理工大学)

张红(中国农业大学)

张启明(长安大学)

赵福堂(北京理工大学)

钟诗清(武汉理工大学)

教材策划组成员名单

刘敏嘉 白 峭 钟 伟 翁志新 黄景宇

前 言

汽车性能的一个重要方面是振动和噪声水平。世界汽车市场竞争激烈,在每个市场层次上都充斥着各生产商推出的功能上大同小异的类似车型。消费者挑选汽车时往往首先感受的是驾驶或乘坐汽车时的振动和噪声状态,或者讲是在有意无意地比较其振动和噪声控制水平。因此汽车振动和噪声控制作为汽车设计、制造方面的一个重要课题,受到广泛重视。

近年来国内高校有加强基础、淡化专业、侧重素质的趋势。这对于培养更适合市场经济需求的基础扎实、方向灵活的高水平人才是有利的。本教材试图顺应这个趋势。

为满足宽基础的要求,本教材统一而精炼地介绍了线性振动和声学基础理论,并将其作为基础篇。就其深度来讲,振动部分涵盖了线性振动理论的基本内容,包括对分析汽车振动问题非常必要的随机振动基础;对于声学基础部分,本教材强调理解物理现象,并以此为基础来介绍分析方法和控制措施。

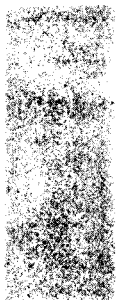
本教材另一重点是动力学建模。这是希望学生理解,线性振动和声学理论本身已发展得比较成熟而成为一套“规范”,其实践应用的重点往往是针对不同问题的动力学建模。基础篇之外的各章,就是针对汽车几大基本总成的主要振动和噪声问题的建模分析,包括:发动机动力传动总成、转向底盘总成、车身振动和噪声及整车平顺性。当然,深入上述任何一个问题,都需要几本专著来论述。本教材试图做到的仅是就振动和噪声问题,抓住重点,理清思路,并介绍一些新技术概念以开拓学生视野。

本教材适用于 32~36 学时课堂教学,基础部分内容自成体系,可相对独立地讲授。本书由陈南主编,其中第 2 章和第 6 章由张建润编写,第 3 章和第 5 章由孙蓓蓓编写,第 7 章和第 8 章由李普编写,陈南编写第 1 章和第 4 章并对全书进行统稿。东南大学孙庆鸿教授审阅全书。

本书部分内容涉及的工作获得下列研究基金的支持: Ford - NSFC 研究发展基金(50122153),国家自然科学基金(50375027)及教育部博士点学科专项科研基金(20020286017);作为教材,本书也引用了许多前辈和同仁的教学科研成果,在此一并表示衷心感谢。

要在相对紧凑的篇幅里介绍如此之多的内容,确是一个艰巨任务。又鉴于我们的学识水平,书中一定存在疏漏和欠妥之处,欢迎各位指正。

编 者



目 录



第 1 章 振动理论基础	1
1.1 介绍	1
1.2 单自由度系统	3
1.2.1 自由振动	3
1.2.2 强迫振动——谐波激励和周期激励	6
1.2.3 对任意激励的响应	13
1.3 多自由度系统	16
1.3.1 多自由度系统运动微分方程	16
1.3.2 实模态分析	18
1.3.3 复模态分析	25
1.4 连续系统振动	29
1.4.1 一维弹性体振动	30
1.4.2 梁的横向振动	36
1.4.3 薄板的横向振动	43
1.4.4 模态截断法	48
1.5 随机振动分析基础	50
1.5.1 随机振动的特点	50
1.5.2 相关函数和功率谱密度函数	51
1.5.3 线性系统在平稳随机激励下的响应	57
练习题	62
第 2 章 声学理论基础	68
2.1 波动方程与声的基本性质	68
2.1.1 理想介质中的声场波动方程	68
2.1.2 声波与声源	71
2.2 声传播及结构声辐射	78
2.2.1 声波的反射、折射、透射	78



2.2.2	振动结构的声辐射	80
2.2.3	封闭空间的声场分析—统计能量法	82
2.3	声阻抗、声强及声功率	84
2.3.1	声阻抗、声强和声功率的定义	84
2.3.2	声压级、声强级、声功率级测量及声谱分析	86
2.4	噪声及其控制技术	89
2.4.1	噪声的概念	89
2.4.2	噪声源识别	91
2.4.3	噪声的被动控制技术	92
	练习题	98
第3章	汽车发动机的振动分析与控制	100
3.1	发动机的振动激励源分析	100
3.1.1	单缸发动机的激励源	100
3.1.2	多缸发动机的激励源	104
3.2	发动机隔振技术	105
3.2.1	隔振原理	105
3.2.2	发动机悬置系统动力学模型及优化设计	108
3.3	发动机气门振动	116
3.3.1	发动机气门振动模型	116
3.3.2	气门振动控制措施	118
	练习题	119
第4章	汽车动力传动及转向系统振动	121
4.1	振动分析的传递矩阵法	121
4.1.1	扭转振动分析的传递矩阵法	121
4.1.2	弯曲振动分析的传递矩阵法	124
4.2	汽车动力传动系统振动	126
4.2.1	汽车动力传动系统扭转振动	126
4.2.2	汽车动力传动系统弯曲振动	135
4.3	汽车转向系统振动	137
4.3.1	汽车前轮及前桥的振动	137
4.3.2	前轮摆振的影响因素	141
4.4	制动时汽车的振动	143
4.4.1	汽车制动动力学模型	143
4.4.2	汽车制动动力学简化模型求解	144
4.4.3	制动的一些因素对汽车振动的影响	145
	练习题	146

第5章 汽车平顺性	148
5.1 汽车平顺性定义	148
5.2 人体反应与平顺性评价	149
5.2.1 人体对振动的反应	149
5.2.2 平顺性评价指标	151
5.3 道路路面不平度的统计描述	153
5.3.1 路面谱及其分类	153
5.3.2 空间频率功率谱密度 $G_q(n)$ 与时间频率功率谱密度 $G_q(f)$ 的换算	155
5.3.3 前后车轮两个输入之间的互谱	156
5.3.4 四轮输入时的功率谱密度	157
5.4 平顺性分析	158
5.4.1 常用平顺性分析模型	158
5.4.2 单质量系统平顺性分析	160
5.4.3 双质量系统平顺性分析	163
5.5 影响汽车平顺性的结构因素	169
练习题	171
第6章 发动机及动力总成噪声	172
6.1 发动机及动力总成噪声分析与控制	172
6.1.1 发动机及动力总成噪声源	172
6.1.2 发动机机械噪声及其控制	173
6.1.3 发动机燃烧噪声及其控制	174
6.2 传动系噪声	175
6.2.1 传动系齿轮噪声及其控制	175
6.2.2 传动系轴承噪声及其控制	176
6.3 发动机的空气动力噪声	177
6.3.1 进气及排气噪声	177
6.3.2 其他空气动力噪声	178
练习题	178
第7章 底盘系统噪声	179
7.1 轮胎噪声	179
7.1.1 轮胎噪声的分类	179
7.1.2 轮胎直接噪声的产生机理	180
7.1.3 轮胎噪声的实验测试方法及部分实测结果	181
7.1.4 轮胎噪声的影响因素及控制措施	183
7.2 制动噪声	185
7.2.1 制动噪声的产生机理	186



7.2.2 制动噪声的控制	187
练习题	189
第8章 车身及整车噪声	190
8.1 车身结构噪声及其控制	190
8.1.1 车身结构噪声	190
8.1.2 车身结构噪声的控制	191
8.2 车内噪声	192
8.2.1 车内噪声的产生机理、特性及传播途径	192
8.2.2 车内封闭空腔的声学有限元分析模型	196
8.2.3 车内噪声控制方法	201
8.3 汽车整车噪声及其控制	208
8.3.1 汽车整车噪声的分类、特性及控制标准	208
8.3.2 车外噪声控制技术	210
8.3.3 车内声学环境舒适化	211
8.4 汽车噪声有源控制	212
8.4.1 噪声有源控制概述	212
8.4.2 汽车排气噪声的有源消声控制	214
8.4.3 车内噪声有源控制	215
练习题	216
参考文献	217



第1章 振动理论基础

本章介绍了线性振动理论的基本内容。从不同着眼点对振动系统简单分类;从单自由度振动系统出发,定义振动问题和振动系统的基本概念;分析自由振动与强迫振动,瞬态振动与稳态振动解的表达形式及代表的物理意义;从线性单自由度振动系统对任意激励的响应表达,通过模态分析,获得对多自由度系统问题的一般解的形式,并进一步分析指出,该形式对于连续振动系统响应表达仍然有效;针对汽车振动问题分析的特定要求,介绍了线性随机振动响应分析的基本内容。

1.1 介绍

振动理论是分析任何机器和结构的动态特性(又称动力学特性)的理论基础之一。

汽车是一种复杂的机器,虽然它在结构形式、工作状态方面有其特殊性,但在做动力学性能分析时,仍将其看成一个振动系统。所谓振动系统,是对一般机器或结构系统的一类抽象数学模型,当研究的目的是关于这个系统的振动性能时,所抽象的系统模型,就称为振动系统。

同一切动力学系统一样,振动系统也有复杂和简单之分。而被抽象出的振动系统复杂与否主要是由研究问题的目的决定。一个构成相对复杂的机器系统,比如汽车,如果研究的目的只要求考虑其质心垂直方向的运动,则可将该汽车简化成相对简单的振动系统,如将整车质量假想集中于质心上则将其简化为单自由度系统;一个看似简单的汽车上某梁状或板状零件,根据研究的目的要求,也可将其抽象为相对更加复杂的多自由度系统甚至连续系统。

上面提到振动系统可以按自由度来分类,这是为数学处理的方便和自然而使用的振动问题分类描述的方法之一。按自由度来分,振动系统可分为离散系统和连续系统。

离散系统又称为集中参数系统,它的特点是描述运动状态的方程是多元常微分方程组。其自变量元的物理意义往往是系统中某质量点的空间运动坐标或空间运动增量坐





标,而自变量元的个数就称为振动系统的自由度维数;既然定义出适当个数的自变量元是利用运动方程完全地描述出系统的空间几何位置所要求的,振动系统的自由度数就定义为在运动全过程中能完全确定系统的空间几何位置所需的独立坐标元的数目。有限个自变量元的系统通常称为多自由度振动系统,如描述问题只要求有一个自变量元,则称为单自由度系统。

所谓连续系统是指描述其运动状态的参数,如质量、刚度和阻尼都是连续定义的,对应的运动方程是多元偏微分方程组。既然自变量元代表质量点的运动坐标或运动增量坐标,当考虑的点无限密布于考虑的结构区域时,系统运动微分方程由常微分方程组转化为偏微分方程组,自由度数由有限变为无限多个,系统模型也就由集中参数的离散系统转化为分布连续参数系统,连续振动系统由此而得名。

在进行振动系统分析时,所考虑的系统是线性系统还是非线性系统,很大程度地决定了分析可用的方法。从物理实质上讲,任何实际系统都是非线性的。但为了使分析能够方便地进行,并且所得结论在给定工况下能够基本真实反应出实际系统的主要特性,常常采用线性化近似作为振动系统建模的第一步。线性化的方式一般有三类:一是将实际物理系统的各种非线性因素近似线性化,从而得线性动力学方程;二是精确利用非线性关系获得非线性动力学方程,再将方程中的非线性小项忽略;最后一种是将系统非线性动力学方程在系统的平衡工作点附近展开,在该平衡工作点附近用近似线性(包括几何运动的和物理性态的)增量关系代替原非线性关系。

当实际动力学系统涉及某些随机变量或随机过程时,对应的系统动态特性分析要求运用随机振动理论。在工程中最常见的是机械或结构本身构成是确定性的,而它们所工作的环境却是随机性的,即对确定性构成的物理系统的激励是随机性的,按自然发展的因果关系论,系统的响应自然也应是随机性的。汽车是这样一个随机振动系统的典型,因为汽车行驶工况的主要激励输入是它所行驶的路面,路面千差万别是随机性的,因而,作为设计者最为关心的汽车的响应输出,也是由随机路面和汽车本身构成所决定或导致的随机过程。这里的关系正是随机振动系统分析的内容。而随机振动系统的概念,包括系统输入(激励)、系统本身和系统输出(响应)三部分。

本章主要谈及线性振动理论,它是振动理论中最成熟、最规范的部分,也是具有最广泛工程实际应用的部分。其成熟和规范体现在:无论怎样的实际工程结构,当确定是需要解决线性振动理论范围内的动力学问题时,其着手处或出发点,甚至讲分析问题的主要部分是考虑如何将该实际结构或机器抽象、归类为线性振动理论所设计的理论模型形式;当得到了这样的理论模型后,其分析方法和可能得到的结论,完全就由“线性振动理论”这一类逻辑的“模板”所预定了。

由此可见,解决线性振动问题,其核心在“建模”上。因而,对于汽车振动问题分析,如果要求在线性范围内处理,其相当大的部分也就是针对汽车各大总成具体不同的结构,研





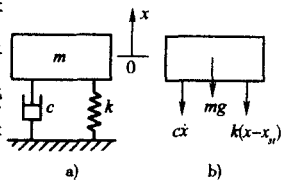
究如何合理地抽象为要求的振动力学模型。

虽然这里强调建立数学模型的重要性,但线性振动理论的主要内容却主要不是讲建模,而是在已建好模型后,处理模型的数学方法和分析逻辑,并且给出一个形式完美的结果表达。线性振动理论的数学方法和分析逻辑所定义的概念和建立的关系,是从复杂实际系统中抽象出合理模型的理论基础。

1.2 单自由度系统

1.2.1 自由振动

所谓自由振动是指某振动系统受到某种初始外界激励后,并在所定义的时间零点开始后不再受外界激励情况下,系统表达的运动。既然系统此时已经不再遭受外界的影响,它的振动所表现出来的性质,就仅仅是系统本身的构造分布所决定的。正因为如此,系统自由振动所表达的运动学规律,对于我们理解系统构成与振动运动特征之间的关系,进而定义一些描述振动特征的量,就有特殊重要的意义。考虑如图 1.2-1a)所示的单自由度系统。



单自由度系统是最简单,也是最基础的有限自由度集中参数系统。这里引入了集中参数振动系统的 3 个最基本物理参数:质量 m , 弹簧 k , 阻尼 c 。

质量 m 是实际系统的惯性的代表,在模型中被抽象为仅有质量 m (单位:kg) 的质点;弹簧 k 是系统的弹性的代表,被抽象为无质量的、有刚度系数为 k (单位:N/m) 的弹簧。在线性振动范围内,认为是线性弹簧,即刚度系数 k 不随弹簧变形的大小而改变;阻尼 c 是实际系统振动运动中各种机械能耗散机制的代表,如各种阻力,像流体摩擦阻力,干摩擦阻力等。虽然实际结构系统振动运动时机械能耗散的物理机制很多,线性振动理论范围内的典型做法是将其等价于线性粘性阻尼,即假设阻尼力与阻尼器两端点间的相对运动速度成正比,比例系数为 c (单位:N·s/m),称之为粘性阻尼系数。在单自由度系统中,运动只考虑一个方向维,所有物理参数如 m 、 k 和 c 也只相对于所考虑的这个运动方向维定义。

建立图 1.2-1a)所示系统的运动微分方程。其方法遵循以下步骤:

- (1)取隔离体;
- (2)进行受力分析;
- (3)运用牛顿第二定律建立运动微分方程。

该系统的隔离体和受力分析如图 1.2-1b)所示,其运动微分方程为



$$m\ddot{x} = -mg - k(x - x_{st}) - c\dot{x}$$

式中, x_{st} 为质量块的初始静位移。将坐标原点放在质量块的静平衡位置, 应有 $kx_{st} = mg$, 整理上述方程得

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1.2-1)$$

先不考虑阻尼的效应, 即假设 $c = 0$, 并令 $\omega_n^2 = k/m$ 方程(1.2-1)成为

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (1.2-2)$$

由常微分方程理论可知, 方程(1.2-2)的通解可表示为

$$x = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t$$

式中, C_1 与 C_2 为任意常数, 由系统初始条件确定。

设系统初始条件为: $t = 0$ 时, $x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0$, 两任意常数可确定为: $C_1 = x_0, C_2 = \dot{x}_0/\omega_n$, 则系统无阻尼自由振动解为

$$x = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t = B \sin(\omega_n t + \phi) \quad (1.2-3)$$

式中,

$$B = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2}, \phi = \arctg \frac{\omega_n x_0}{\dot{x}_0}$$

方程(1.2-3)表明, 质量块将作简谐振动运动, 其振动的圆频率为

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \quad (1.2-4)$$

而振动的频率即为:

$$f_n = \omega_n/2\pi$$

由 f_n 的表达式可看出, 此频率只与系统的刚度和质量有关, 与外界激励(系统初位移和初速度)无关, 故称之为系统的固有频率。它是描述系统振动性能的一个非常重要的特征量, 因为从式(1.2-3)看出, 系统受到初始激励后, 将持续进行频率为 f_n 的往复运动, 此往复运动的频率仅由系统本身的质量和刚度分布决定; 往复运动的幅度大小(振幅) B 及初相角 ϕ 则取决于外界初始激励以及系统本身的质量和刚度分布(注意 B 及 ϕ 的表达式中包括 x_0, \dot{x} 和 ω_n)。

在上面的讨论中, 略去了运动所受的阻力, 系统在自由振动中机械能守恒, 因而振幅 B 保持不变。实际系统能量耗散机制总是存在的, 所以有必要考虑存在阻尼情况下 ($c \neq 0$) 的自由振动。

对 $c \neq 0$, 定义阻尼比

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{c}{c_c} \quad (1.2-5)$$

式中, $c_c = 2\sqrt{km}$ 。计及 ω_n 的定义式(1.2-4), 方程(1.2-1)可转化为

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (1.2-6)$$

令方程(1.2-6)的特解为 $x = e^{st}$, 代入该方程, 得系统特征方程为





$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (1.2-7)$$

由方程(1.2-7)可解得系统的特征根为

$$s_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n$$

则方程(1.2-6)的通解为

$$x = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad (1.2-8)$$

式中, C_1 与 C_2 仍是由系统初始条件确定的常数。

由于包括了能量耗散机制,由式(1.2-8)代表的单自由度系统的自由振动总体表达为衰减运动,并随着阻尼比 ζ 不同的取值范围有所不同,这说明系统的运动衰减形态是由其阻尼比决定的。但是,从阻尼比的定义式(1.2-5)可以看出,阻尼比并不仅仅取决于粘性阻尼系数,它还同系统的质量和刚度有关,因此阻尼比 ζ 与固有频率 ω_n 一样,是描述系统振动特性的一个本质特征参数。正是这个特征参数,由其不同的取值范围,将系统初始扰动后的衰减分为不同的运动形态。

主要的形态有两种,当 $\zeta < 1$ 时称之为欠阻尼形态;当 $\zeta > 1$ 时称之为过阻尼形态;欠阻尼到过阻尼的临界点 $\zeta = 1$,称之为临界阻尼形态。以下分别讨论。

(1) 欠阻尼形态($\zeta < 1$),特征根为

$$s_{1,2} = (-\zeta \pm j\sqrt{1 - \zeta^2})\omega_n$$

上式中 j 为虚数单位。应用欧拉公式,式(1.2-8)可转化成

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} (A \cos\omega_d t + C \sin\omega_d t) \quad (1.2-9)$$

或写为 $x = e^{-\zeta\omega_n t} B \sin(\omega_d t + \phi) \quad (1.2-10)$

可见此时运动为衰减振动,其振动频率为

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

称之为系统的阻尼固有频率。该运动曲线如图1.2-2。

式(1.2-9)中的常数 A 和 C 或式(1.2-10)中的振幅 B 及初相角 ϕ 由系统初位移、初速度及系统本身参数确定,有

$$A = x_0, C = \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d}$$

$$B = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d}\right)^2}, \phi = \arctg \frac{\omega_d x_0}{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}$$

(2) 过阻尼形态($\zeta > 1$),此时特征根 s_1 和 s_2 为负实数。从运动表达式(1.2-8)可以看出,系统被初始扰动后的运动并不振荡,只是单调地以指数规律衰减趋于平衡位置。

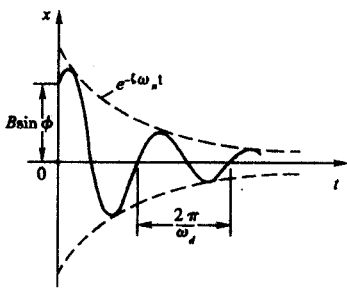


图 1.2-2 欠阻尼系统衰减振动曲线



(3) 临界阻尼形态($\zeta = 1$), 此时 s_1 和 s_2 是重根, 都等于 $-\omega_n$, 则方程(1.2-6)的通解的形式为

$$x = e^{-\omega_n t}(D + Et)$$

这也是非振荡衰减运动。式中, D 和 E 为由系统初始条件及系统本身参数确定的常数。

可以想象, 作为一个孤立的点, 临界阻尼形态物理上是很少遇到的, 但临界阻尼概念的提出实际是为了引入一个分析上更有意义的量: 临界阻尼系数 c_c 。回顾式(1.2-5), 对 $\zeta = 1$, 有

$$c = c_c = 2\sqrt{km} \quad (1.2-11)$$

c_c 为临界阻尼系数, 物理本质上 c_c 和系统的阻尼无关, 如式(1.2-11), $c_c \equiv 2\sqrt{km}$, 它是由系统的质量和刚度决定的量。定义出 c_c 实际是想说明, 当系统的物理粘性阻尼系数 c 小于由该系统质量和刚度确定的量 $c_c = 2\sqrt{km}$ 时, 初始扰动后系统会表现出振荡衰减运动, 否则, 运动将只衰减而不振荡。

1.2.2 强迫振动——谐波激励和周期激励

强迫振动是指系统有外部激励期间表现的振动, 外界激励可以是作用在质量块上的力, 如图 1.2-3 所示; 也可以是系统支承的运动, 如图 1.2-5 所示。

1. 谐波激励响应

如果作用在质量块上的力是某个频率的简谐力, 那么系统的响应就称为谐波响应。单自由度系统的谐波响应是线性振动理论分析的基础。

对图 1.2-3a) 所示系统, 设坐标原点在系统静平衡位置, 略去平衡的质量重力和弹簧静反力, 得隔离体受力分析图如图 1.2-3b)。系统运动微分方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1.2-12)$$

考虑谐波响应时, 设

$$f(t) = F\sin\omega t \quad (1.2-13)$$

按常微分方程理论, 方程(1.2-12)的解由该方程的齐次方程即方程(1.2-1)的通解加该非齐次方程的任一个特解组成, 系统的初始条件为方程整个解的定解条件。

设系统有初始条件 $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, $f(t)$ 为式(1.2-13)形式的简谐力, 式(1.2-12)完整的解为

$$\begin{aligned} x(t) = & e^{-\zeta\omega_n t} \left(x_0 \cos\omega_d t + \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d} \sin\omega_d t \right) \\ & + X e^{-\zeta\omega_n t} \left[\sin\psi \cos\omega t + \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} (\zeta \sin\psi - \lambda \cos\psi) \sin\omega t \right] \\ & + X \sin(\omega t - \psi) \end{aligned} \quad (1.2-14)$$

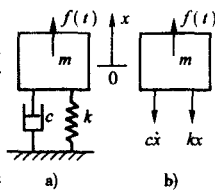


图 1.2-3 单自由度系统强迫振动



式中, $\omega_n = \sqrt{k/m}$, $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$, $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$, $\lambda = \frac{\omega}{\omega_n}$,

$$X = \frac{F}{k \sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}, \psi = \arctg \frac{2\zeta\lambda}{1 - \lambda^2}$$

由式(1.2-14)可看出,完整的谐波振动响应包括3个部分。式(1.2-14)中的第1部分就是由系统初始扰动导致的自由振动响应。这里给出的是欠阻尼特征的系统响应表达。随着时间增加,这部分将衰减到零;式(1.2-14)中的第2部分称之为系统伴随自由振动,是由于初始条件和激励的引入而导致的系统本征振动(其振动频率为系统的阻尼固有频率 ω_d)。注意即使系统初始条件为零,此部分仍存在;由于代表阻尼效应的时间负幂指数函数作为乘子存在,此部分也随时间衰减到零;式(1.2-14)中的第3部分振动不随时间增加而衰减,它始终存在并且有和激励谐波力相同的频率。忽略前两部分仅由这一项所代表的系统振动就称为稳态振动或稳态响应,对应项称为稳态项;包括所有三个部分并在初始时刻附近时段的系统振动称之为瞬态振动或过渡过程响应。式(1.2-14)中的前两部分称为瞬态项。

进一步讨论系统的稳态响应。重写式(1.2-14)并忽略瞬态项,有

$$x(t) = X \sin(\omega t - \psi) \quad (1.2-15)$$

注意响应振幅为

$$X = \frac{F}{k \sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} = \frac{X_s}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}$$

式中, $X_s = F/k$ 为激励力幅值静态地作用于系统时可导致的变形位移,而动态响应振幅则是系统静载变形位移的放大,为 $X = X_s \beta$

这里 $\beta = \frac{1}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} = \frac{X}{X_s}$ (1.2-16)

为动态放大因子。它随频率比 $\lambda = \omega/\omega_n$ 和阻尼比 ζ 而变化。

另外 $\psi = \arctg \frac{2\zeta\lambda}{1 - \lambda^2}$ (1.2-17)

是响应 $x(t)$ 滞后于谐波激励力 $f(t)$ 的相位角。

β 和 ψ 随 λ 的变化曲线被称为系统的幅频曲线及相频曲线,它们分别给出在图 1.2-4a) 和 b) 中。由两曲线可见:

(1) 当激励频率远大于系统固有频率时, $\lambda \gg 1$, 不论阻尼比 ζ 的大小, β 趋于零。故系统工作于 $\lambda \gg 1$ 称之为在相对高频带, 此时响应振幅小于静载变形位移。动态响应振幅小是因为激振力变化太快而质量有惯性跟不上(见相频曲线, 响应相位滞后趋于 180° , 说明激振力与响应位移几乎反相), 故认为在相对高频段系统响应主要由其质量惯性所决定。所谓相对高频是指激励频率相对于系统固有频率较高, 并不是绝对意义上的



激振频率高。

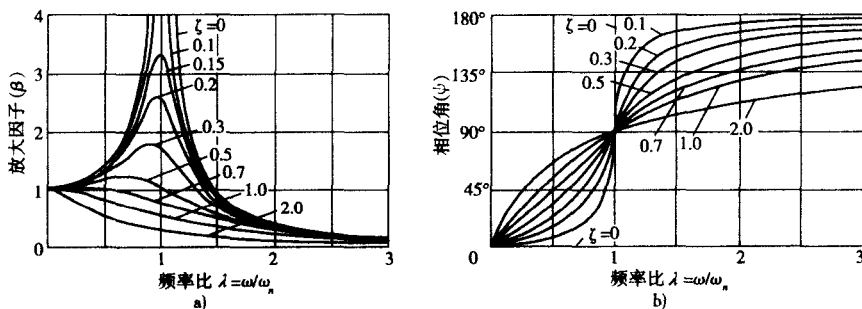


图 1.2.4 幅频曲线和相频曲线

a)幅频曲线;b)相频曲线

(2)当激励频率远小于系统固有频率时, $\lambda \ll 1$, 不论阻尼比 ζ 大小, β 趋于 1, 响应振幅趋于静载变形位移。 $\lambda \ll 1$ 就称为**相对低频段**。静载变形由系统刚度决定其大小, 故在相对低频段, 系统响应主要由其刚度决定。

(3)当激励频率在系统固有频率附近时, $\lambda \approx 1$, 阻尼比 ζ 的大小极大地影响 β 。这段范围称为**共振区**, 因为 β 的最大值 β_{\max} 在 $\lambda = \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ 达到。实际物理系统中一般有 $\zeta^2 \ll 1$, 故通常认为在 $\lambda \approx 1$ 时响应位移达到最大值, 即发生共振。此时有 $X_{\max} = \frac{X_s}{2\zeta}$, 可见阻尼比越小共振峰值越大, 并且非常敏感。因此讲, 只有在共振频段范围内, 阻尼才对响应的大小有很好的控制作用。注意, 这里的阻尼指的是阻尼比 $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$, 它实际代表系统的粘性阻尼系数和系统的质量及刚度之间的一个比例。由阻尼比定义可见, 即使粘性阻尼系数 c 不变, 减少 k 和 m 同样可以增大阻尼比。

注意到当 $\lambda = 1$ 时无论 ζ 多大, 总是有 $\psi = 90^\circ$, 这也是共振时的一个典型现象。

2. 支承谐波激励响应

单自由度系统支承运动激励的模型如图 1.2-5。

设支承运动的简谐运动为

$$x_g = X_g \sin \omega t$$

由隔离体受力图, 可得系统运动微分方程

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = kx_g + c\dot{x}_g \quad (1.2-19)$$

可以利用复函数方法求解式(1.2-19)的稳态振动。

令

$$x_g = X_g e^{j\omega t}, \quad x = X e^{j(\omega t - \psi)}$$

代入式(1.2-19), 得 $(-m\omega^2 + j\omega c + k) X e^{-j\psi} = (k + j\omega c) X_g$

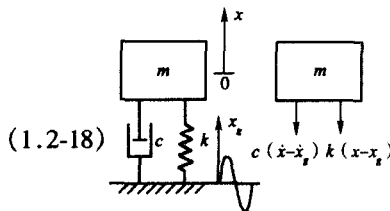


图 1.2.5 支承运动激励