

中国教坛名师力作

龙门 考典

修订版



高考数学

乔家瑞 主编



龍門書局

龙门考典(修订版)

高 考 数 学

乔家瑞 主 编

龍 門 考 典

1998

本丛书修订版封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪
标志,凡无标志者为非法出版物。

版权所有 翻印必究

举报电话:(打假办)(010) 64022646

龙门考典(修订版)

高 考 数 学

乔家瑞 主 编

责任编辑 张启男

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

一二〇一工厂印刷,

科学出版社总发行 各地新华书店经销

*

1997年9月第 一 版 开本:850×1168 1/32

1998年9月修 订 版 印张:13 $\frac{1}{4}$

1998年9月第三次印刷 字数:478 000

印数:40 001—70 000

ISBN 7-80111-449-3/G · 371

定 价: 14.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《龙门考典》(修订版)

编 委 会

主 编： 希 扬

副 主 编： 裘大彭 董芳明

编 委： 乔家瑞 贺信淳
王维翰 王有声
齐平昌 鲍燕琳
冯连荣 杨 岭
李敬东

学子读精品 鲤鱼跳龙门

——《龙门考典》(修订版)序

我国现行的中考和高考既是水平测试,又是选拔考试。素质教育并非废弃考试。这是因为要公平、公正地考核学生水平和选拔人才,目前还找不到一种可替代考试的方法。

怎样在中考和高考中取得高分?这是学生、教师和家长非常关心的一个大课题。

学生首先要弄清楚中考和高考主要考什么。有些人认为,考的是课本知识,只要死记硬背学过的知识,再大量做所谓“仿真题”就能取得高分。这种认识是极其片面的。中考和高考侧重考查学生平时积累知识和技能的能力和综合应用知识的学科能力,同时也是对学生的心理素质和思想素质的一次大检测。

学生要认真反思自己出现低分的原因。我们在检验平时的教学效果和统计近几年中考和高考低分考生的情况时发现,考生的“超时失分”已成为低分的一大原因。究其原因,一是他们缺乏答题的方法和技巧;二是对规范的解题程序不甚了解;三是对中考和高考的走势、命题思路、考试题型很少掌握。此外,“能力失分”是造成低分的另一个重要原因。考生不能适应“学在课内、考在课外”的能力型考试。解决这些普遍性难题的关键是在学习期间加强“双基”训练和综合能力的培养。

在这次修订中,我们在保留第一版的特色的基础上,对各册的编写框架、结构和内容作了重大调整和增补,并统一了体例,更新了习题,改正了个别差错,尤其是在短短的时间内把九八年的中考和高考试题收录进来,且附有解析,以飨读者。

这套书各册的修订版包括四大部分,充分体现了这套书的特色:

1. **中(高)考试题的回顾与展望**。就中、高考命题的方式、方法及试题难度、题量、题型、取材等进行了详细阐释,并给出了1999年中(高)考的命题趋势。

2. **历届中(高)考典型题分类解析**。把教学大纲、《考试说明》和历届考题有机地结合起来讲述,就是最好的切入点。只有系统地、分门别类地分析和研究历届中(高)考试题,才能把握中(高)考的“脉搏”和其发展变化的规律。

3. **中(高)考常用题型应考题库**。我们强调分类训练,并要多搞些与复习内容同步的分类训练,这样有利于在比较中强化复习的内容。“题库”中的每道题几乎都有解析,这在很大程度上缓解了不少同学“望题兴叹”的畏难情绪。

4. **中(高)考模拟试题**。在书末附有3—5套模拟试题,以供读者在适当的时候作实战演练。

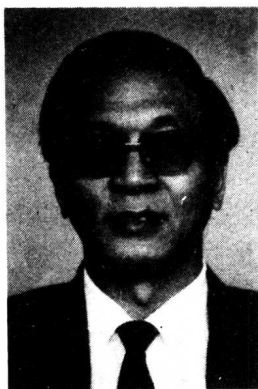
理想的书籍是智慧的钥匙。我们希望奉献给读者的是当之无愧的精品,并衷心地企盼她能成为学子们“过五关斩六将”的得力武器。

金无足赤。尽管本次修订历时半年多,编者在修订中一丝不苟、精益求精,但仍会有疏漏和不妥之处,敬祈广大读者不吝指正。

希 扬

1998年7月

作者简介



姚家瑞 1938年生,大学本科毕业,现在北京教育学院崇文分院任教,特级教师,中国数学奥林匹克高级教练员。

多年来从事中学数学教学工作、数学教师培训工作及理论研究工作。曾参编或主编了《中学生应该怎样学习》、《怎样辅导孩子学数学》、《错题校正与错解分析》、《名师启迪丛书》等数

十部著作。

1979~1982年曾参加中国科学院心理所卢仲衡先生主持的《中学数学自学教材》实验工作。1992年以来参加了由中国科学院心理所朱新明先生主持的《中学数学示例演练实验教材》的编写及实验工作。

1991年曾主编职业高中数学教材,被国家教委评为全国职业高级中学八五规划教材。主编本丛书高考数学分册。

编者 **彭 林 鲁有专 王丽华 高尔柳**

前 言

高考命题的主要依据是教育部考试中心颁发的《普通高等学校招生全国统一考试说明》。

本书就是根据《考试说明》从基础知识、基本技能、基本方法、能力要求、数学思想和方法要求以及试题布局、题型特点等不同角度、不同侧面,对历年高考试题做了较为全面和系统的研究,并在此基础上对高考数学命题的发展趋势做了有益的探索.其目的在于帮助考生明确高考数学考什么以及怎样考,从而帮助考生学会怎样解答高考数学试题,全面提高应试能力.

本次修订版提供了大量高考数学命题信息,对问题的分析透彻精辟,对题目的解法构思巧妙,本书具有较好的实用性及预测性,是考生较为理想的复习参考用书.由于这次修订量很大,难免会有不妥之处,请读者指正.

编 者

1998 年 8 月

目 录

第一篇

高考数学试题的回顾与展望	1
一、高考数学命题的思路	1
二、1999 年高考数学命题预测	6

第二篇

历届高考数学典型题分类解析	9
第一章 幂函数、指数函数和对数函数	9
第二章 三角函数	24
第三章 两角和与差的三角函数	35
第四章 反三角函数	56
第五章 不等式	62
第六章 数列、极限、数学归纳法	81
第七章 复数	110
第八章 排列、组合、二项式定理	127
第九章 直线和平面	133
第十章 多面体和旋转体	146
第十一章 直线	174
第十二章 圆锥曲线	183

第十三章 参数方程、极坐标	225
---------------------	-----

第三篇

高考数学常用题型应考题库	231
(一) 幂函数、指数函数和对数函数测试	231
(二) 三角函数测试	236
(三) 两角和与差的三角函数测试	240
(四) 反三角函数测试	243
(五) 不等式测试	246
(六) 数列、极限、数学归纳法测试	251
(七) 复数测试	256
(八) 排列、组合、二项式定理测试	262
(九) 直线和平面测试	267
(十) 多面体和旋转体测试	273
(十一) 直线测试	280
(十二) 圆锥曲线测试	284
(十三) 参数方程、极坐标测试	291
应考题库参考答案	295

第四篇

高考数学模拟试题	368
模拟试题一(文)	368
模拟试题二(文)	372
模拟试题三(理)	376

模拟试题四(理)	379
模拟试题参考答案	383

第一篇

高考数学试题的回顾与展望

一、高考数学命题的思路

《考试说明》的考试性质一节中,规定我国“普通高等学校统一考试是由合格的高中毕业生参加的选拔性考试,……因此高考应具有较高的信度、效度,必要的区分度,适当的难度。”它决定了高考的考试内容,要以考查基础知识为依托,以考查能力为核心的特色。

1. 全面考查“三基”,突击重点内容

基础知识是高考的重要内容,是考查能力与数学思想的载体. 高考全面考查基础知识,促使学生掌握好中学数学的基础知识、基本技能、基本方法,不仅仅是考查的需要,更是学生走向社会或进一步深造的需要。

有一定的量,才能反映一定的质. 数学学科有 130 个知识点(文科 117 个知识点),每年高考数学试卷都要考查 90 个知识点左右,覆盖率达到 70% 左右。

全面考查中还兼顾系统性,并做到重点内容重点考查、反复考查. 例如,函数的定义域、值域、反函数等概念;函数的奇偶性、单调性、周期性、最大值及最小值等性质;二次函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数及反三角函数等具体函数,即有关函数的重要内容,每年都做到将多数内容进行考查,分值为 60 分—65 分左右。

另外,我们还注意到,无论是选择题、填空题还是解答题,每一道题考查单一知识点的极少,即使是一道小题,也尽量多考查几个知识点,增加了题目的综合性。

例如,求三角函数的周期问题,课本习题只局限于求 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 型三角函数的周期,而高考试题中出现了下述求周期的试题:

(1) 求函数 $y = \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的最小正周期等于 ()。

(A) π (B) 2π (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

(2) 函数 $y = \frac{1 - \tan^2 2x}{1 + \tan^2 2x}$ 的最小正周期等于 ()。

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π

(3) 函数 $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ 的最小正周期等于().

(A) 2π (B) π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

(4) 下列函数中以 $\frac{\pi}{2}$ 为最小正周期的函数是().

(A) $y = \sin 2x + \cos 4x$ (B) $y = \sin 2x \cdot \cos 4x$

(C) $y = \sin 2x + \cos 2x$ (D) $y = \sin 2x \cdot \cos 2x$

这些试题“源于课本、高于课本”，而且完全符合考试要求，将三角公式与三角函数的周期性联系起来了。

再如，高考对不等式这部分内容的考查，多是涉及不等式的解法与证明的综合性题目，其中，这几年的应用题都是利用不等式有关知识解决的实际问题。

总之，这几年的高考试题在考查基础知识方面的特点是在“全面考查、突击重点”的前提下“加强联系、注重综合”，从这方面体现高考的选拔性考试的性质。

2. 加强能力考查

现代信息社会，对数学的需要有一种两极分化的趋势：一方面由于技术的发展，社会降低了对一般公民特殊数学技巧上的要求；另一方面却又增强了对公民在具有较高层次和更普遍的数学素质的要求。因此，突出数学学科特色，加强对能力的考查，已成为社会所需、大势所趋，是高考命题的主题。

回顾近年来的高考数学命题，可以看到，对能力考查，表现出如下特点：

(1) 对数学学科的“四大能力”考查全面、层次恰当。

在每年的试卷中，运算能力的考查遍及各种数和式，包括实数、复数、集合式、整式、分式、根式、指数式、对数式、三角式和极限式等的运算，以及方程和不等式的求解。要求考生对各种运算法则和各种公式熟练掌握，正确使用。不仅要求运算准确，而且要求迅速、快捷。在算理、算法、简捷方面也有相当程度的要求，对含字母的“抽象”运算，也有较高要求。每年的试题都有一定的计算量，而且在快慢、繁简和正误之间，较好地不同层次的考生区分开来，突出反映了选拔性考试的特点。

逻辑思维能力的考查，不仅要求逻辑合理的基本思维能力，而且在思维品质方面，包括思维的深刻性、严谨性、批判性、灵活性和敏捷性等，也有一定的要求。

空间想象能力的考查，也不局限于简单基本图形的辨认，往往是借助多面体和旋转体作为依托，把论证和计算的几何问题寓于其间，带有一定的综合性。

至于运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题的能力,这方面考查的强化,几年来更是有了长足的发展,试卷中不仅有多种多样的数学问题,而且有带着浓厚时代气息的应用题,以及探索题,让考生解答.

(2) 加强观察、接受能力的考查.

几年来,在高考的数学科考试中,加强了观察能力和接受能力的考查,考生不仅要能够解决抽象的数学问题,而且还要懂得综合运用中学所学的文化、科学知识观察现实中与数学有关的问题,接受各种可能的信息,加以分析、判断,并将其解决.我们看到,在高考数学试卷中,把阅读能力的考查,作为考查观察、接受能力的突破口.每年都有试题,含有一段叙述说明性的文字(有时还加进符号和图形),让考生阅读,理解和领会其所陈述的事物和情境,并加以考察分析,转化为熟悉的数学问题加以解决.

(3) 注意心理承受力和行为应变能力的考查.

以往的高考试题,常常过分强调让考生在一个宽松的环境下,由易到难,心平气和地进行解题,使其能在“良好”的心理条件下,“如实”地发挥其真实水平.因此,在试题的布局和排序方面,“送分题”和“压轴题”的位置固定不变,过度的梯度也十分讲究.这种人为营造的环境,与现实生活的环境,并不一致.因此,考试成绩好的学生,在现实生活和学习中,并不一定是能力强者,而且往往是缺乏应变能力.有鉴于此,近几年来,数学试卷的布局编排,没有固定传统的做法,出现了一些变化,例如,难点分数,不再是一题压轴尾巴高跷,全卷的难度梯次不强调严格的由易到难.

应当指出的是,能力考查要寓于知识考查之中,解答题当然负有考查能力的重任,但以考查“三基”为主的非解答题,也是渗透能力考查的因素.

3. 深入考查数学思想方法

从现行的中学数学教材和教学实际看,相对于知识的传授,数学方法和数学思想的传播,往往只是渗透其间,极少作系统的剖析和讨论,除了数学归纳法在教材中有较系统的陈述(不过,也只是局限于数学归纳法的基本模式,至于它的种种变式并没有涉及),其它的常用方法,如演绎法、反证法、配方法、换元法、待定系数法、分类讨论法和数形结合法,等等,在教材中虽都可以见到其应用,但是都没有作过系统的归纳和阐释.至于逻辑推理的一般规律和更具普遍性的数学思维规律,以及数学的思想观点,在教材中,也一样没有作过系统的介绍和讨论,只是在传授知识的过程中,闪烁其间,熠熠生辉.有赖于学生去领悟、吸收、受用.事实上,数学思想方法正是数学的精髓,没有它,数学知识和技能,就难以转化为解决问题的能力,也就难以体现出数学在战胜各种挑战时所具有的强大威力.

从上述实际情况出发,高考的数学试卷,既重视了数学思想方法的考查,但又没有把要求提得太高,很好地控制了分寸,而且把重心放在了数学思想方法的应用方面的考查上.

纵观几年来的高考数学试题,对数学思想方法的考查,反映了上述看法,并且逐年有所加强,逐年趋向成熟,并形成了一定的风格,其特点是:无论是基础题还是综合题,都渗透了对数学思想方法的考查;常用的数学之通性通法考查全面,在应用中考查,而不是从理论上去考查对数学方法和数学思想的认识;在数学思想的考查上,着重于函数与方程的思想,数形结合的思想,等价转化的思想,分类讨论的思想,据统计,函数与方程思想的使用频率为 30%—35%,数形结合思想的使用频率为 35%,分类讨论思想的使用频率为 20%—25%,等价转化思想的使用频率为 70%—75%.

4. 应用题逐步加大考查力度

随着社会经济的发展、改革的前进,要求进入社会的人们有更多的数学意识与数学能力,强调数学应用是社会的需要,当然,数学应用题的考查也是数学本身的需要,数学与数学教育应该源于现实,寓于现实,用于现实,否则数学将是无源之水、无本之木、无用之物.应用题的考查更是高考的需要,应用题的出现,常常有新颖的背景,陌生的环境,脱俗的材料,更需要综合的方法寻求解决途径,从而能考查学生的潜能,区分素质.

需要不等于现实,在高考中考查应用题的方向无疑是正确的,但操作上却很慎重.经过 1993 年、1994 年两届高考只在选择题、填空题中出现应用题,在广大考生已有初步思想准备的情况下,1995 年加大了力度,虽然题目较难,得分率偏低,但并未引起不稳定情绪,1996 年、1997 年、1998 年仍坚持改革方向,在解答题中考查,但控制了难度.

我们注意到,应用题的考查背景公平,即贴近教材,贴近生活,必要时还给出了附加说明与公式.

5. 坚持开放、探索性试题之路

数学的发生与发展充满着探索精神,从数学发展来看,“观察、实验、抽象、证实”是发现问题和解决问题的重要途径.在 1993 年的命题指导思想中,首先提出了“考查应用与探索性”问题,并在当年设计了数列求和与立体几何两道探索性解答题.经过几年的实践,人们认识到探索性试题是考查学生潜能,选拔学生区分度较高的题型.

6. 大胆尝试新颖试题,坚持创新方向

高考命题的生命力在于创新,否则会僵化枯槁,失去高考功能.每

年的数学试题中的稳定性题目约为 100 分, 占总分的 $\frac{2}{3}$, 创新性题目约为 50 分, 占总分的 $\frac{1}{3}$.

我们应当正确理解“创新”的含义, 创新性题目不一定是难题, 而且分布在易、中、难各类试题中, 也就是说创新不是要加大难度, 它主要表现在题目的立意、创设的情境, 设问的角度和方式上.

下面仅举出三道 1998 年高考试题加以印证:

(10) 向高为 H 的水瓶中注水, 注满为止. 如果注水量 V 与水深 h 的函数关系的图象如图 1-1 所示, 那么水瓶的形状是图 1-2 中的 ().

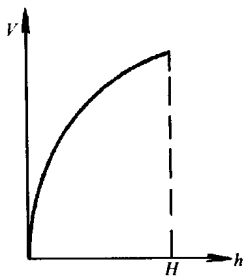


图 1-1

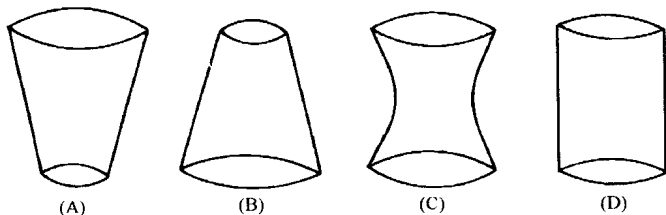


图 1-2

(18) 如图 1-3, 在直四棱柱 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 中, 当底面四边形 $ABCD$ 满足条件 _____ 时, 有 $A_1C \perp B_1D_1$. (注: 填上你认为正确的一种条件即可, 不必考虑所有可能的情形.)

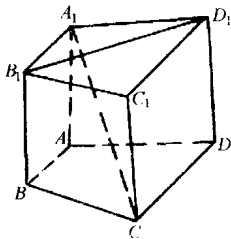


图 1-3

(24) 设曲线 C 的方程是 $y = x^3 - x$, 将 C 沿 x 轴、 y 轴正向分别平行移动 t, s 单位长度后得曲线 C_1 .

(I) 写出曲线 C_1 的方程;

(II) 证明曲线 C 与 C_1 关于点 $A\left(\frac{t}{2}, \frac{s}{2}\right)$ 对称;

(III) 如果曲线 C 与 C_1 有且仅有一个公共点, 证明 $s = \frac{t^3}{4} - t$ 且 $t \neq 0$.

二、1999 年高考数学命题预测

1. 高考命题改革的长期背景

高考不能取消又必须改革,这是绝大多数人的共识.当前,影响高考变革的重大背景主要有三条:

(1) 素质教育的大背景.在这个新形势的推动下,高考会在纠正“应试教育”的弊端上作出贡献.

(2) 新的高中教材已经试用,从 2000 年起在全国推广,高考命题需要考虑过渡.

(3) “3+x”的高考新模式已经确定,这也有一个试验与过渡的问题.

这就是说,考试思想、考试内容、考试形式都面临变革.在这些背景下,未来的高考命题会出现一些变化,主要有:

(1) 适当增加对数学思维方法的考查力度;

(2) 适当增加主观试题;

(3) 适当增加应用试题;

(4) 适当减少试题总量及解题速度的过高要求.

这些变化不一定在 1999 年都出现,但却是我们对 1999 年作预测必须清醒认识到的.比如说,新教材已经删去的内容,即使在过去的高考中作过重点,也不会在以后的高考中加以强调.

2. 1999 年高考命题的基本估计

(1) 全局保持稳定.

因为《考试说明》在 1997 年进行重要修订之后,到目前为止,没有什么变化;“3+x”高考尚须试验,不是从 1999 年开始,所以,1999 年的高考从学科比例、难度构成、知识点覆盖率、题型安排上,不会有多大变化.从 1994 年开始的“3+2”高考将保持连续性.

(2) 局部力求创新.

在全局稳定的前提下,这几年的高考年年都在“稳中求变,变中求新”.1997 年修改的《考试说明》为这种“求变、求新”作了法定依据.有些修改,1997 年、1998 年高考命题中已经体现了,有些还未体现.不管体现与否,都是 1999 年“求变”的中心地区.我们预计,1999 年高考命题的创新中会有 4 大热点.

【热点 1】继续进行“主观题客观化”的探索

主观题评分的科学性是“老大难”问题,特别是立体几何难度更大.为了做到“解题规范、小步推进,减少阅卷难度,控制评分误差”,1996 年设计了立体几何题的“完形填空”,1997 年又进行了“给出中间