

Mysteries of Maths

# 数学的奥妙

[俄] 伊库纳契夫/著 王力/编译



$$\tan = \frac{8}{3}$$

南海出版公司

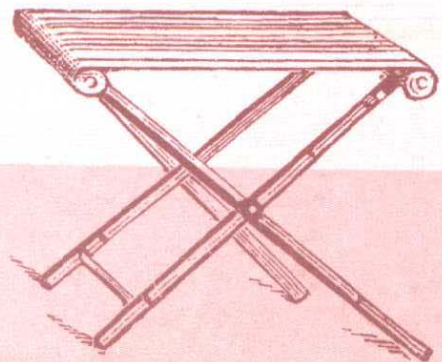
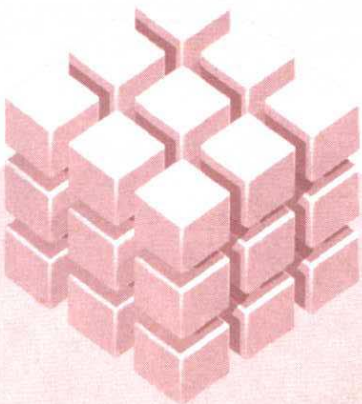




# 数学的奥妙

[俄] 伊库纳契夫/著 王力/编译

南海出版公司



## 图书在版编目 (CIP) 数据

数学的奥妙 / (俄) 伊库纳契夫著; 王力编译. - 海口: 南海出版公司, 2002.5

(校园先锋)

ISBN 7-5442-2091-5

I. 数 ... II. ①伊 ... ②王 ... III. 数学课 - 中小学 - 课外读物  
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 014106 号

SHUXUE DE AOMIAO

数 学 的 奥 妙

---

作 者 [俄] 伊库纳契夫  
编 译 者 王 力  
责任编辑 张建军 蔡贤斌  
装帧设计 康笑宇工作室  
出版发行 南海出版公司 电话 (0898) 65350227  
公司地址 海口市机场路友利园大厦 B 座 3 楼 邮编 570203  
经 销 新华书店  
印 刷 中国科学院印刷厂  
开 本 850×1168 毫米 1/32  
印 张 10.5  
字 数 220 千字  
版次印次 2002 年 5 月第 1 版 2002 年 5 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 7-5442-2091-5/G·924  
定 价 16.00 元

---

南海版图书 版权所有 盗版必究

# 序

## ——科普,从基础学科始

“老鼠学会了猫叫,得到了猫的友谊。但狗来了,不会狗语的老鼠不知所措,只好三十六计——走。”

在“2000年中国国际科普论坛”上,那位诺贝尔物理奖得主莱得曼,为给中国听众更清晰地讲解科学,跪在地上放幻灯片时,我们就已经领悟了些什么。这位老科学家用上面的寓言比喻科学工作者们不仅要学会猫语,也应会说狗语。

如何让那深奥而真切的科学从象牙塔中走向大众、走向百姓,更走向渴望知识的青少年。确实不是件容易的事。知其艰巨却又不可不为。

既然我们从科普大会上受到了激励,从外国老科学家那里受到了启迪,我们忽然感到:科学离我们这么近,我们要做和要学的太多了。

那么,让我们从基础做起,从初级做起。《自然的故事》、《化学的秘密》、《物理的妙趣》、《数学的奥妙》便是我们感动之余,向青少年介绍的几本曾经畅销一时,而今读起来依然妙趣横生的科普作品。我们希望和广大青少年们一起学习,共同探究我们赖以生存的这个地球、这个世界,共同走入新世纪中国的科普时代。

## 初版著者序

如今应该没有人会否定使数学知识广泛普及的必要性,而且,基本的数学常识更应该列为儿童教育的项目之一。读此书并非意味着填鸭式地在每个人脑海里灌输独创力、想像力与机智等能力,而是根据身边日常生活里经常见到的对象或事物,恰当发挥机智并从中获得快乐,如此便能轻易又愉快地进入数学知识的领域。我们希望以这种方式带领读者徜徉在《机智的国度》里,不过,我们也不奢望读者能够完全了解数学这个王国的伟大,只期待借由本书引导人们进入数学的殿堂。在“数学的游乐与乐趣”以及广义的题名下,所涵盖的数学范围极为广泛。

观察力较敏锐的读者,可能会发现本书的单元由浅入深排列,一般来说,阅读本书时不须按照顺序,从头开始,而是选择自己感兴趣的章节充分研究即可。不过,作者不敢保证在此所选择的题材结构,能令所有的读者都满意。有些题材对某些人来说相当艰涩,但对其他人而言则比较简易,有的情形却完全相反,这是因为每个人的嗜好、专长不同的缘故。除此之外,本书大多数的问题,加以适当的改变之后,可作为和儿童谈话的最佳题材。从另一角度来看,本书不仅是中学生培养数学能力的参考书,同时对那些想使自己头脑灵活的人来说,更是一本不可多得的数学入门书。

叶·伊·伊库纳契夫

• / •

## 再版著者序

### ——数学上的记忆功能——

现代社会对数学仍存有很奇怪的先入为主观念,有些人认为,只有那些天赋异常或脑筋特别灵活的人才能学数学,还有人认为要学好数学,必须具备能回忆各种特殊公式的“数学记忆力”才行。

当然,有些人对于趣味性的活动有特殊的喜好,这是不容置疑的,但是拥有一般智力的人,最起码也能够了解中学程度的数学常识。

以客观的立场来看,“不会数学”这句话是由我们的无知所产生的悲哀观念,有时因懒惰作祟,所以不愿意在家里或学校学习恰当程度的数学,这些事实各位迟早会发现。

何况,我们更不该以为要记忆(填鸭式?)数学公式或规则,必须具有特殊的记忆力才行,否则就是一味地将理论性的思考学问,刻意转为机械性的计算。事实上,苏俄著名的数学家威·贝·耶鲁马克夫证明这种观念与事实相距甚远,在此引述他在基辅物理数学会演讲的一段话。

“当我在课堂上讲解微积分法的时候,发生了一件我永生难忘的事。”

“平常,我讲解某项理论之后,为了提出问题说明,都会要求学生在本笔记本上计算。那天,他们计算完2项微积分之后,我把他们的结果写在黑板上,然后顺便写下适当的问题,一回头发现

好几位学生从口袋里掏出小手册迅速翻阅着。”

“那是什么东西？”

“公式手册。”

“为什么要这样？”

“前任教授告诉我们，要准备一本公式手册，以便解答特殊的例子。老师，你不会要我们把40条公式全背下来吧？！”

“其实做数学根本不须要背公式，所以你们将指数或系数的值代入一般公式里求积分的方法并不恰当，因为公式并非从天而降，而是经过许多推论得来的，同样的道理，即使特殊的例子也能推论出来。”

学生到现在才明白，不用公式照样可以求出积分，不过有几种计算，必须转换为适用于特殊例子才行。

同时，有关各种特殊的例子，学生必须反复引导出和公式相同的推论才行，由于经常反复练习，演算的步骤也就愈来愈熟练，结果解答的速度也愈来愈快。

此事令我不禁去思考数学的本质究竟是什么？

我年轻的时候也和这些学生一样，把所有的注意力都摆在最后的结果，遇到证明题时，我为了确认证明是否严密而费尽心思，但只要能得到最后的结论，我就心满意足了。如果事后要我回想证明的过程，恐怕一点也记不得，这还不要紧，假如我连公式都忘了，而接下来的课程也须要用那些公式时，我该怎么办呢？搜集所有公式手册做成公式集吗？可是，那么做需要一笔很庞大的资金，而且没有那么大的空间容纳它，所以不得不慢慢回想导出公式的顺序。其实，这种方式能使公式更接近我证明的内容，结果发觉回想数学的思考过程，比回忆公式来得简单多了！同时，不需要记得全部的过程，只要充分了解过程中每个阶段的重点即可。好几年来，我一直向学生们强调，学习数学所需

要的不是公式，惟有回忆思考过程才是最重要的。

例如，我在说明解析几何的某项定理之后，都会教导学生不使用公式而举出重要的考察点，然后再概略地说明一遍。

在能够表达数学的思考过程之后，想获得公式就变得有如机械化一般，既轻松又迅速。因为学生们从中学时代开始，就对于代数的演算顺序非常熟悉，所以我相信，我今天所主张的原理，连中学生都能理解……

如果按威·贝·耶鲁马克夫的说法继续下去，结论是在此所提出的原则，尤其应该在初期数学的领域上——不论是家里或学校——成为教育的基础。换句话说，不论是幼儿或青少年，与其强迫灌输他们有关加减乘除的“表格”，或逼他们去背各种“定理”与公式等填鸭式的教育方式，不如积极培养他们刻意思考的习惯，才是最重要的。如此，也会自然而然学到其他的道理，同时，尽量避免使他们为了做冗长、无聊又机械化的计算或练习问题而感到困扰。

因为将来必须如此计算时，他们自然会做得到，而且现在已经有许多计算机或数表等工具来帮助人们节省时间。

叶·伊·伊库纳契夫





# 目 录

序:科普,从基础学科始  
初版著者序  
再版著者序

## 一、奇妙的问题

/001

1. 苹果和篮子 / 2. 到底有几只猫呢? / 3. 裁缝店 / 4. 666与数字 / 5. 分数 / 6. 分割马蹄铁 / 7. 老人到底说了些什么?

## 二、火柴棒的问题

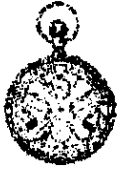
/005

8. 100 / 9. 家 / 10. 虾子 / 11. 天秤 / 12. 两个酒杯 / 13. 神殿 / 14. 旗子 / 15. 街灯 / 16. 斧头 / 17. 神灯 / 18. 钥匙 / 19. 三个正方形 / 20. 五个正方形 / 21. 三个正方形 / 22. 两个正方形 / 23. 三个正方形 / 24. 四个正方形 / 25. 正方形 / 26. 四个三角形 / 27. 以1枝火柴棒轻松地提起15枝火柴棒

## 三、想法和数法

/013

28. 手指帮助计算 / 29. 来回的航线 / 30. 卖苹果 / 31. 螟蛉 / 32. 自行车与苍蝇 / 33. 狗和两个行人 / 34. 平方的简单算法 / 35. 把2移至前方, 数字立刻变成两倍 / 36. 此数究竟为何? / 37. 连续整数的和 / 38. 收集苹果 / 39. 时钟敲了多少下? / 40. 自然数的总和 / 41. 奇数之和



## 四、渡河与旅行

/021

42. 水沟与木板 / 43. 军队 / 44. 狼、山羊和高丽菜 / 45. 带着随从的 3 个骑士 / 46. 带着随从的 4 个骑士 / 47. 可容纳 3 个人的船…… / 48. 渡过中央有小岛的河川 / 49. 火车 A 与火车 B / 50. 六艘汽船

## 五、分配的问题

/027

51. 避免分得太细 / 52. 两位樵夫 / 53. 争吵 / 54. 平分成 3 份的方法 / 55. 分成两份的方法 / 56. 二等份 / 57. 葡萄酒的分法

## 六、童话故事

/033

58. 天鹅与鹤鸟如何解开谜底? / 59. 农夫与恶魔 / 60. 农夫与马铃薯 / 61. 两位牧童 / 62. 奇妙的买卖 / 63. 捡到钱包 / 64. 分配骆驼 / 65. 桶里究竟有多少水? / 66. 分派卫兵 / 67. 被蒙骗的主人 / 68. 伊凡王子和只会数到 10 的魔术师 / 69. 寻找蘑菇 / 70. 总共有几个蛋? / 71. 把钟调回正确的时间! / 72. 猜猜看, 被墨水弄脏的数字是什么? / 73. 一群白吃白喝的士兵 / 74. 马车夫和乘客的赌注 / 75. 谁是谁的妻子?

## 七、折纸的问题

/057



76. 长方形的做法 / 77. 正方形的做法 / 78. 等腰三角形的做法 / 79. 正三角形的做法 / 80. 正六角形的做法 / 81. 正八角形的做法 / 82. 特殊证明 / 83. 毕氏定理 / 84. 要怎么割呢? / 85. 将长方形变成正方形 / 86. 地毯 / 87. 两块地毯 / 88. 玫瑰图案的地毯 / 89. 将正方形分成 20 个全等三角形 / 90. 由十字形变成正方形 / 91. 把 1 个正方形变成 3 个相等的正方形 / 92. 将 1 个正方形变成 2 个大小不同的正方形 / 93. 将 1 个正方形变成 3 个大小不同的正方形 / 94. 将六角形变成正方形

## 八、图形的魔术

/075

95. 遁形线之谜 / 96. 马戏团的舞台 / 97. 巧妙的修补 / 98. 另一种魔术 / 99. 类似的问题 / 100. 地球与柑橘

## 九、猜数字游戏

/085

101. 猜数字 / 102. 还剩下多少? / 103. 差距是多少呢? / 104. 商是多少? / 105. 数字 1089 / 106. 所设定的数字是什么? / 107. 神奇的数字表 / 108. 偶数的猜法 / 109. 前题的变化形态 / 110. 是一种变化形态 / 111. 另一种方式 / 112. 其他的方式 / 113. 猜几个数字 / 114. 不需要对方提供任何线索就可猜出数字 / 115. 谁选了偶数? / 116. 有关 2 数互质的问题 / 117. 猜猜看有几个个位数?



## 十、更有趣的游戏

/107

118. 使用 3 个 5 来表示 1 / 119. 使用 3 个 5 来表示 2 /  
120. 使用 3 个 5 来表示 4 / 121. 使用 3 个 5 来表示 5 /  
122. 使用 3 个 5 来表示 0 / 123. 使用 3 个 5 来表示 31 /  
124. 巴士车票 / 125. 谁先说出 100? / 126. 应用问题 /  
127. 每 2 支 1 组的分法 / 128. 每 3 支 1 组的分法 / 129.  
玩具金字塔 / 130. 有趣的火柴棒游戏

## 十一、骨牌的问题

/115

131. 移动了几张? / 132. 百发百中 / 133. 骨牌点数总和  
/ 134. 骨牌的余兴游戏 / 135. 最大的得分 / 136. 使用 8  
张骨牌做成正方形 / 137. 以 18 张骨牌做成正方形 /  
138. 以 15 张骨牌做成长方形

## 十二、白棋与黑棋

/123

139. 改变排列方式的问题 / 140. 四对棋子 / 141. 五对  
棋子 / 142. 六对棋子 / 143. 七对棋子 / 144. 在 5 条线  
上排 10 个棋子 / 145. 有趣的排列

## 十三、西洋棋的问题

/127

146. 四位骑士 / 147. 士兵和骑士 / 148. 两个士兵和骑  
士 / 149. 骑士之旅 / 150. 独角仙 / 151. 放在整个西洋  
棋盘的独角仙 / 152. 独角仙的封闭路线 / 153. 士兵和  
骨牌 / 154. 两个士兵和骨牌 / 155. 同样的两个士兵和  
骨牌 / 156. 西洋棋和骨牌 / 157. 八个皇后 / 158. 有关  
骑士的移动问题

## 十四、数的正方形

/145



159. 写 1 至 3 的数字 / 160. 写 1 至 9 的数字 / 161. 写 1 至 25 的数字 / 162. 写 1 至 16 的数字 / 163. 四个字母 / 164. 十六个字母 / 165. 十六个士官 / 166. 西洋棋比赛

## 十五、找路的方法

/151

167. 蜘蛛和苍蝇 / 168. 围栏的问题 / 169. 桥梁有 15 座的情形 / 170. 走私者之旅 / 171. 一笔画的问题 / 172. 工作岗位

## 十六、迷宫

/169

173. 令人感到头晕的迷阵 / 174. 凉亭 / 175. 另一种迷阵 / 176. 英国国王的迷阵。

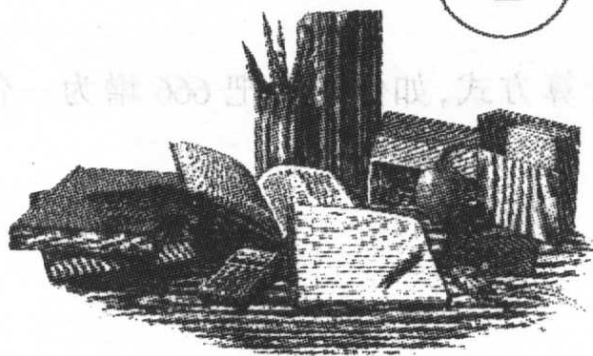
## 十七、解答

/185

一、/二、/三、/四、/五、/六、/七、/八、/九、/十、/十一、/十二、/十三、/十四、/十五、/十六



1



## 奇妙的问题

壹

奇

妙  
的  
问  
题

### 1. 苹果和篮子

将篮子里 5 个苹果分给 5 个人,每人分得 1 个,篮子里还剩下 1 个苹果,为什么?

### 2. 到底有几只猫呢?

房间里有 4 个角落,每个角落各有 1 只猫,而每只猫的对  
面各有 3 只猫,同时每只猫的尾巴上面也各有 1 只猫,请问这  
间房间里到底有几只猫?

### 3. 裁缝店

某家裁缝店有块长 16m 的布料,每天裁短 2m,请问几天  
之后才能裁到最后一块呢?

001



## 4. 666 与数字

不使用加减乘除等计算方式,如何才能把 666 增为一倍半呢?



## 5. 分数

分子比分母小的分数,能和分子比分母大的分数相等吗?



学  
的  
奥  
妙

## 6. 分割马蹄铁

如何用斧头砍两次,把马蹄铁分成 6 部分呢? 注意,相同的碎片不能重复数两次。

002

## 7. 老人到底说了些什么?

两个大胆的年轻人,比赛谁的马跑得快,但久久不分胜负而形成一场拉锯战,最后两人都觉得很无聊。

“我们来一场完全相反的比赛好吗?”格利格雷说道,“看谁的马愈慢到达目标,谁就获得奖金。”

“好啊!”米海尔爽快地同意。

于是两人骑马到草原去,旁边围了许多参观者,大家都睁眼目睹这项奇怪的比赛,一位长者拍着手开始数:

“一、二、三!”

两人当然连动都没动一下,旁观者也忍不住笑了出来。

一阵喧哗之后,大家都下了结论,那就是这场比赛绝对没有结果,因为两位骑士可能一直站在原地不动。这时一位历经风霜、满头白发的老人来到现场。

“怎么啦!”老人问。

大家把这情形告诉老人。

“好!那我让这两位年轻人见识一种法术,保准他们听了我的话之后,会像被热开水淋到那样策马狂奔……”

然后,老人走到两名年轻人身边,悄悄地不知道说了什么,30秒后,两人果真像火烧屁股般地策马狂奔,和往常一样想超越对方,但奖金仍然是由慢到的人获得。

老人到底说了些什么?

壹

奇

妙  
的  
问  
题

003



# [数学漫画]①



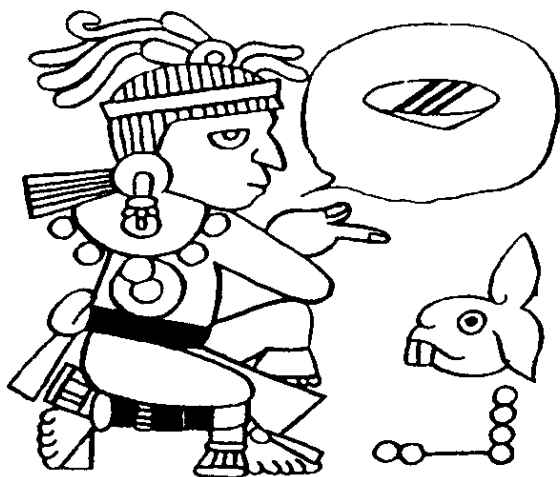
数

学的奥妙

004



其中有 1 个是多余的数字。



★ 玛雅人使用 0 的时期比印度人更早。

问：

左图所示皆代表古代的 1，请问，各是代表哪国的 1？

- ① 古代埃及的 1
- ② 古代玛雅的 1
- ③ 古代希腊的 1
- ④ 古代美索不达米亚的 1

答：

- A——古代埃及
- B——古代玛雅
- C——古代希腊
- D——古代美索不达米亚
- E——是古代玛雅的 0