

 考试名家指导

MBA 联考同步复习指导系列

MBA

2006版

数学分册

王式安 史荣昌
庄大蔚 郑家俊 编著

第4版



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

MBA 联考同步复习指导系列

数 学 分 册

第 4 版

王式安 史荣昌

编著

庄大蔚 郑家俊

袁 进 主审



机 械 工 业 出 版 社

本书是根据《2006 年 MBA 联考考试大纲》的最新要求,在 2005 版的基础上修订而成的。全书共分为 13 章,每章每节均按照知识点评述、典型例题详解和习题及参考答案的结构进行编写。书中精选的例题覆盖了考试涉及的所有题型,反映了大纲所要求的深度和广度。考生只要能够熟练掌握各题型的解题思路 and 技巧,并辅之以足够的练习,就一定能够取得好成绩。

本书是 MBA 考生备考数学的配套辅导用书。

图书在版编目(CIP)数据

MBA 联考同步复习指导系列. 数学分册 / 王式安等编著.
—4 版. —北京: 机械工业出版社, 2005.8
ISBN 7-111-10749-7

I. M... II. 王... III. 高等数学—研究生—入学考试—
自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 081581 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 边 萌 徐春涛 责任编辑: 孔熹峻

责任印制: 杨 曦

北京蓝海印刷有限公司印刷

2005 年 8 月第 4 版第 1 次印刷

787 mm × 1092 mm 1/16 · 17 印张 · 385 千字

定价: 28.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
本社购书热线电话 (010) 68326294

封面无防伪标均为盗版

考试名家指导
MBA 联考系列辅导教材编委会

主 任：李培煊

顾 问：曹其军 涂开益 黄庐进 黄昌勇

英 语：曹其军 涂开益 王建华 张 磊 安 娜 章 杰 吴 梅
赵 杨 王 润

数 学：王式安 赵达夫 史荣昌 庄大蔚 郑家俊 袁 进

逻 辑：朱煜华 柴生秦 孙 勇

写 作：赵鑫全 黄昌勇

面 试：李培煊 赵鑫全 曹大勇 付文阁 黄庐进 李雪玲

从 书 序

这是一套针对 MBA 联考选拔性应试的必备丛书。

我们会同北京大学、清华大学、中国人民大学、北京理工大学、西安交通大学、北京交通大学、上海交通大学、同济大学等几所高校的 MBA 辅导名师和资深命题专家，组织编写了这套考试名家指导丛书。本套丛书分为“MBA 联考英语专项训练系列”、“MBA 联考同步复习指导系列”和“MBA 联考模拟试卷系列”，共 13 本。该套丛书严格依据最新 MBA 联考大纲及最新命题方向和趋势编写，题量较大、题型齐全、覆盖面广、难度及认知层次分布合理，应试针对性极强。

一、一流师资阵容

本套丛书的作者队伍是从全国 MBA 辅导名师中精心挑选组成的。他们多年来一直从事 MBA 考前辅导和命题研究工作，既能把握考生需求与应试精髓，又能洞悉 MBA 命题规律与趋势。

讲课 $\longleftrightarrow$ 著书 $\longleftrightarrow$ 研究，紧密结合，相互推动，在讲课中实践，在著书中提炼，在研究中升华，这是一流应试辅导丛书品质保证的基石。我们的作审者队伍如下：

英 语：曹其军 涂开益 王建华 张磊 安娜 章杰 吴梅 赵杨 王润

数 学：王式安 赵达夫 史荣昌 庄大蔚 郑家俊 袁进

逻 辑：朱煜华 柴生秦 孙勇

写 作：赵鑫全 黄昌勇

面 试：李培煊 赵鑫全 曹大勇 付文阁 黄庐进 李雪玲

二、紧扣 MBA 联考最新大纲，直击 2006 年 MBA 联考真题

丛书紧扣最新大纲，精心研制的例题与习题，在难度上等同或略高于真题，在题型设置上与联考大纲保持一致，其中数学分册中含有许多作者原创性的考试应对技巧和经验介绍。我们不鼓励“题海战术”，而是立足于帮助考生在深入研究最新考纲和历年真题的基础上，准确把握联考的难点、重点和命题趋势。

三、体系明晰，精讲精练，为 MBA 考生提供标准化解决方案

“MBA 联考英语专项训练系列”包括《英语词汇实战宝典》、《MBA 联考英语阅读理解 100 篇精粹》、《英语阅读理解高分技巧精粹》、《MBA 联考英语万能写作》、《MBA 联考英语历年真题精解（阅读理解、翻译、完形填空）》5 本书，实用性强，使考生易于针对英语弱项，专项强化提高，快速突破英语难关。

“MBA 联考同步复习指导系列”包括《英语分册》、《数学分册》、《面试分册》、《逻辑分册》、《写作分册》、《逻辑应试教程》6 本书。其中逻辑类图书因辅导老师的授课思路、写作风格不同而分为两本。该系列紧密结合最新大纲和指定用书，精讲精练，突出应考难点与重点，洞悉历年真题，强化训练提高。

“MBA 联考模拟试卷系列”包括《英语分册》、《综合能力分册》两本书。严格按照 MBA 联考考试大纲和命题趋势精心设计，考点分布合理，试卷难度等同或略

高于真题难度，融会了众多作者多年教学、辅导、命题研究的心血和智慧，为考生提供全真模拟考场的感觉。

四、充分体现了一套应试针对性很强的辅导书应具备的要素

一套好的 MBA 辅导教材，应该具备四个要素：一是看它是否严格遵循最新考试大纲；二是看它是否具有前瞻性，能否针对正式的考试；三是看它的作者是否真正透彻了解 MBA 联考的要求，内容的难度是否与联考试卷相符或略高；四是该书是否能满足考生的需求，是否凸显了为考生备考服务的宗旨。

本套丛书很好地体现了这四方面的要求，每道试题都是众多辅导名师与专家教学经验的结晶。往届高分考生的经验说明，“三道题做一遍不如一道题做三遍”、“三本书各读一遍不如一本书读三遍”。通过参考人员对本套丛书的认真阅读和演练，相信必将会为他们顺利考入名校 MBA 打下坚实的基础。

我们力争将本套丛书培育成 MBA 辅导教材的精品。

希望经过我们不懈的努力和 20 多位 MBA 联考辅导专家的倾情之作，能够为考生顺利通过 MBA 联考保驾护航！

MBA 考试名家指导专题策划小组

前言

本书是为准备参加 2006 年全国 MBA 联考考试的考生所编写的,它适应于考前系统复习,有助于全面提升应试备考能力。

本书的作者结合多年来参加全国统一考试命题工作和教学实践的经验,严格按照全国工商管理硕士教育指导委员会制定的 2006 年 MBA 联考综合能力(数学)考试大纲要求,共同努力编写了本复习备考书,本书每章分三部分,分述如下:

一、知识点评述

简述本章重要概念、理论、性质、定理、公式和方法,帮助考生总结、归纳所学知识。

二、典型例题详解

精选了一部分例题,其中包括往年的 MBA 联考真题和历年的备选题,各种题型反映了大纲所要求的深度和广度。对每个例题除详细解答外,还给出了思路分析和评注,指出解决这类题型的关键或思路实质,以促进考生从根本上掌握解题的基本方法。

三、习题及参考答案

习题基本上按 MBA 联考真题要求编写,分为条件充分性判断题与问题求解题,它们中有些就是往年 MBA 联考真题,有些是历年备选习题,习题都有答案,有些还给出解法或提示。不过建议读者不要一开始就看解答,一定要坚持自己先做,做不出或做完后再核查对照,核对后一定还要总结一下,才能真正作到融会贯通。

需要指出的是,2006 年 MBA 联考考试大纲·数学部分作了相当大的调整,本书依据新大纲也作了相应的调整。

由于时间仓促,书中难免有所疏漏,诚请专家和读者指正。

目 录

丛书序

前言

第一章 绝对值、比和比例、平均值	(1)
第一节 充分条件	(1)
第二节 绝对值	(9)
第三节 比和比例	(14)
第四节 平均值	(25)
习题及参考答案	(28)
第二章 代数式运算、方程与不等式	(31)
第一节 整式的运算	(31)
第二节 方程与方程组	(40)
第三节 不等式与不等式组	(49)
习题及参考答案	(63)
第三章 等差数列和等比数列	(67)
第一节 应试策略	(67)
第二节 定义、定理和公式	(67)
第三节 典型例题详解	(68)
习题及参考答案	(79)
第四章 函数、极限、连续	(83)
第一节 函数	(83)
第二节 极限	(85)
第三节 函数的连续性	(87)
第四节 典型例题详解	(89)
习题及参考答案	(98)
第五章 一元函数微分学	(101)
第一节 导数	(101)
第二节 微分	(103)
第三节 函数的性质	(103)

第四节 典型例题详解·····	(104)
习题及参考答案·····	(118)
第六章 一元函数积分学 ·····	(121)
第一节 不定积分·····	(121)
第二节 定积分·····	(123)
第三节 典型例题详解·····	(126)
习题及参考答案·····	(139)
第七章 多元函数微分学 ·····	(142)
第一节 多元函数·····	(142)
第二节 偏导数与多元函数极值·····	(144)
第三节 典型例题详解·····	(146)
习题及参考答案·····	(151)
第八章 行列式 ·····	(153)
第一节 行列式基本知识点·····	(153)
第二节 典型例题详解·····	(155)
习题及参考答案·····	(158)
第九章 矩阵 ·····	(160)
第一节 矩阵基本内容·····	(160)
第二节 典型例题详解·····	(165)
习题及参考答案·····	(173)
第十章 向量及线性方程组 ·····	(177)
第一节 向量及线性方程组基本内容·····	(177)
第二节 典型例题详解·····	(181)
习题及参考答案·····	(194)
第十一章 矩阵的特征值与特征向量 ·····	(200)
第一节 基本内容·····	(200)
第二节 典型例题详解·····	(201)
习题及参考答案·····	(205)
第十二章 随机事件及其概率 ·····	(208)
第一节 随机事件的概念及其运算·····	(208)
第二节 事件的概率·····	(213)
第三节 条件概率·····	(220)
第四节 事件的独立性及独立试验序列概型·····	(223)
习题及参考答案·····	(227)

第十三章 随机变量	(234)
第一节 随机变量和离散型随机变量及其分布.....	(234)
第二节 连续型随机变量的概率密度与分布函数.....	(240)
第三节 随机变量的数学特征.....	(246)
习题及参考答案.....	(252)

第一章 绝对值、比和比例、平均值

第一节 充分条件

一、基本内容简介

(一) 知识要点

1. 定义

对两个命题 A 和 B 而言,若由命题 A 成立,则一定可以推出命题 B 也成立(即 $A \Rightarrow B$ 为真命题),则称命题 A 是命题 B 成立的充分条件.

2. 条件与结论

两个数学命题中,通常会有“条件”与“结论”之分,若由“条件命题”的成立,肯定可以推出“结论命题”也成立,则称“条件”充分.若由“条件命题”不一定能推出(或不能推出)“结论命题”成立,则称“条件”不充分.

例如:不等式 $x^2 - 5x - 6 < 0$ 能成立.

- (1) $1 < x < 3$; (2) $x > 7$; (3) $x = 5$; (4) $x < 6$;
(5) $-1 < x < 6$.

此例中,题干“ $x^2 - 5x - 6 < 0$ 能成立”,这个命题是“结论”,下面分别给出了 5 个命题都是不同的“条件”.现在我们可以把它们按充分与否分为两类:

条件(1)、(3)、(5)充分.

条件(2)、(4)不充分.

(二) 知识点评述

1. 条件充分性判断

从给定的条件出发去分析,在此条件下,结论是否一定成立,若是,则条件充分;若否,则条件不充分.我们在做充分性判断的试题时,一般不可从“结论”入手去求解!那样只能得出“条件”对“结论”的“必要性”,而与充分性判断相背离.如:在上例中,由结论命题: $x^2 - 5x - 6 < 0$ 能成立,可解得 $-1 < x < 6$.这只证明条件(5)是必要的.事实上,条件(5)是结论 $x^2 - 5x - 6 < 0$ 能成立的充分必要条件,才“歪打正着”被你找到了一个充分条件.

2. 充分性判断的标准化答案

本讲义中,所有充分性判断题的(A)、(B)、(C)、(D)、(E)五个选项所规定的含义,均以下

列陈述为准,即

- (A) 条件(1)充分,但条件(2)不充分.
- (B) 条件(2)充分,但条件(1)不充分.
- (C) 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和(2)联合起来充分.
- (D) 条件(1)充分,条件(2)也充分.
- (E) 条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和(2)联合起来也不充分.

上述5个选项,把条件(1)和(2)以及两条件联立起来(的充分性)的所有情况都包括了,但其中“联合”不是数学名词,没有准确的定义,改为“联立”与原题意比较贴切.

例如:不等式 $x(6x+5) < 4$ 成立.

$$(1) x > -1; \quad (2) x < \frac{1}{3}.$$

从条件(1)不难看出 x 的取值无上限, $x(6x+5)$ 的值当 $x \rightarrow +\infty$ 时必有 $x(6x+5) \rightarrow +\infty$, 原不等式不可能恒成立.

从条件(2),可取 $x = -2$ 代入不等式:

左边 $= -2(-12+5) = 14 >$ 右边,原式不能成立.

从 $x(6x+5)$ 也可看出,当 x 取足够小的负值时, $x(6x+5)$ 为正值且无上限.

所以条件(1)和(2)都不充分,但条件(1)和(2)联立起来(即 $\begin{cases} x > -1 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < \frac{1}{3}$)

时,使原不等式成立,即联合起来充分. 因为 $x \in \left(-1, \frac{1}{3}\right)$ 这个区间,是原不等式解集 $X = \left(-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}\right)$ 的一个子集,肯定可以使不等式成立. 因此,此题的答案是(C).

二、充分性判断题常用解法

(一) 解法一 直接法(即由 A 推导 B)

若由 A 可推导出 B,则 A 是 B 的充分条件;若由 A 推导出与 B 矛盾的结论,则 A 不是 B 的充分条件. 解法一是解“条件充分性判断”型题的最基本的解法,应熟练掌握.

【例 1】 要保持某种货币的币值不变.

- (1) 贬值 10% 后又升值 10%;
- (2) 贬值 20% 后又升值 25%.

分析 设该种货币原币值为 a 元($a \neq 0$).

由条件(1)经过一次贬值又一次升值后的币值为:

$$a(1-10\%) \cdot (1+10\%) = a \cdot 0.9 \cdot 1.1 = 0.99a.$$

显然与题干结论矛盾.

所以条件(1)不充分.

由条件(2)经过一次贬值又一次升值后的币值为:

$$a(1-20\%) \cdot (1+25\%) = a \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = a.$$

即题干中的结论成立,所以条件(2)充分,故应选择(B).

【例 2】 等差数列 $\{a_n\}$ 中可以确定

$$S_{100} = a_1 + a_2 + \cdots + a_{100} = 250$$

$$(1) a_2 + a_3 + a_{98} + a_{99} = 10;$$

$$(2) a_2 + a_5 + a_{97} + a_{98} = 10.$$

解 据等差数列性质有

由条件(1)

$$a_1 + a_{100} = a_2 + a_{99} = a_3 + a_{98} = 2M$$

$$\text{所以 } S_{100} = M \times 100 = \frac{10}{4} \times 100 = 250. \text{ 条件(1) 充分.}$$

由条件(2)

$$a_2 + a_{98} = 2a_{50}, \quad a_5 + a_{97} = 2a_{51}$$

$$\text{所以 } a_{50} + a_{51} = \frac{10}{2} = 5.$$

$$\text{又 } a_1 + a_{100} = a_{50} + a_{51} = 5.$$

$$\text{所以 } S_{100} = \frac{(a_1 + a_{100})}{2} \times 100 = \frac{5}{2} \times 100 = 250.$$

所以条件(2)也充分. 故应选择(D).

(二) 解法二 定性分析法(由题意分析,得出正确的选择)

当所给题目比较简单明了,又无定量的结论时,可以分析当条件成立时,有无结论成立的可能性,从而得出正确选择,而无需推导和演算.

【例 1】 对于一项工程,丙的工作效率比甲的工作效率高.

(1) 甲、乙两人合作,需 10 天完成该项工程;

(2) 乙、丙两人合作,需 7 天完成该项工程.

解 条件(1)中无甲与丙间的关系,条件(2)中亦无甲与丙间的关系,故条件(1)和(2)显然单独均不充分.

将两条件联合起来分析:在完成相同工作量的前提下,甲与乙合作所需时间比乙与丙合作所需时间多,故甲的工作效率当然比丙的工作效率低,题干结论成立,所以条件(1)和(2)联合起来充分.

故应选择(C).

【例 2】 在一个宴会上,每个客人都免费获得一份冰淇淋或一份水果沙拉,但不能同时获得二者,可以确定有多少客人能获得水果沙拉.

(1) 在该宴会上,60% 的客人都获得了冰淇淋;

(2) 在该宴会上,免费提供的冰淇淋和水果沙拉共 120 份.

解 由于条件(1)中不知客人总数,所以无法确定获得水果沙拉的客人的人数. 而由于条件(2)中只给出客人总数,所以仍无法确定获得水果沙拉的客人的人数,故条件(1)和(2)单独显然均不充分.

由条件(2)知客人总数,由条件(1)可知获得水果沙拉的客人占总客人数的百分比,必可确定获水果沙拉的客人的人数,所以条件(1)和(2)联合起来充分.

故应选择(C).

(三) 解法三 逆推法(由条件中变元的特殊值或条件的特殊情况入手,推导出与题干矛盾的结论,从而得出条件不充分的选择)

注意 此种方法绝对不能用在条件具有充分性的肯定性的判断上.

【例 1】 要使不等式 $|1-x| + |1+x| > a$ 的解集为 $\mathbf{R}$.

(1) $a > 3$;

(2) $2 \leq a < 3$.

解 由条件(1) $a > 3$, 取 $a = 4$, 原式即 $|1-x| + |1+x| > 4$, 此不等式化为:

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ 2x > 4 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ 2x > 4 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x < -1 \\ -2x > 4 \end{cases}$$

所以 $x > 2$ 或 $x \in \emptyset$ 或 $x < -2$.

所以不等式的解为 $x < -2$ 或 $x > 2$, 与解集为 $\mathbf{R}$ 矛盾.

所以条件(1)不充分.

由条件(2), $2 \leq a < 3$, 取 $a = 2$, 不等式化为 $|1-x| + |1+x| > 2$, 此不等式化为:

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ 2x > 2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ 2x > 2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x < -1 \\ -2x > 2 \end{cases}$$

所以 $x > 1$ 或 $x \in \emptyset$ 或 $x < -1$.

所以不等式的解为 $x < -1$ 或 $x > 1$ 与解集为 $\mathbf{R}$ 矛盾.

所以条件(2)也不充分.

条件(1)和(2)联合, 得 $\begin{cases} a > 3, \\ 2 \leq a < 3, \end{cases}$ 所以 $a \in \emptyset$, 显然条件(1)和(2)联合起来也不充分.

故应选择(E).

【例 2】 三个球中, 最大球的体积是另外两个球体积之和的 3 倍.

(1) 三个球的半径之比为 $1:2:3$;

(2) 大球半径是另两球半径之和.

解 由条件(1) 设三球半径分别为 $r, 2r, 3r$.

所以大球体积

$$V_{\text{大}} = \frac{4}{3}\pi(3r)^3 = 36\pi r^3$$

两小球体积和

$$V_1 + V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{4}{3}\pi(2r)^3 = \frac{36}{3}\pi r^3$$

显然 $V_{\text{大}} = 3(V_1 + V_2)$ 成立.

所以条件(1)充分.

由条件(2) 设两小球的半径分别为 $r_1 = 1, r_2 = 3$, 大球半径 $r = 4$. 所以

$$V_{\text{大}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256}{3}\pi$$

$$V_1 + V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = \frac{112}{3}\pi$$

显然 $V_k \neq 3(V_1 + V_2)$.

所以条件(2)不充分.

故应选择(A).

注意 条件(1)的充分性,是用解法一判断的,只有当条件不充分时,才可用解法三,如对条件(2)不充分的判断.

(四) 解法四 一般分析法(寻找题干结论的充分必要条件)

即:要判断 A 是否是 B 的充分条件,可找出 B 的充要条件 C ,再判断 A 是否是 C 的充分条件.

【例1】 不等式 $(m-2)x^2 - 2\sqrt{3}x + m < 0$ 能成立.

(1) $m < 2$;

(2) $-3 < m < -2$.

解 由题干有

$$\begin{aligned} & \begin{cases} m-2 < 0 \\ \Delta = 12 - 4m(m-2) < 0 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} m < 2 \\ m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} m < 2 \\ m < -1 \text{ 或 } m > 3 \end{cases} \Rightarrow m < -1 \end{aligned}$$

条件(2)是子集,故充分.选(B).

【例2】 要使关于 x 的一元方程 $x^4 - 2x^2 + k = 0$ 有四个相异的实根.

(1) $0 < k < \frac{1}{2}$;

(2) $1 < k < 2$.

解 方程 $x^4 - 2x^2 + k = 0$ 有四个相异的实根,设 $t = x^2, t \geq 0$,则方程 $t^2 - 2t + k = 0$ 应有两个不等正实根 $t_1 > 0, t_2 > 0$,所以

$$t_1 + t_2 = 2 > 0, \quad \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases}$$

$$\text{即} \quad \begin{cases} 4 - 4k > 0 \\ k > 0 \end{cases}$$

所以

$$\begin{cases} k < 1, \\ k > 0, \end{cases} \quad 0 < k < 1$$

所以题干中结论的充要条件是 $0 < k < 1$,所以条件(1)充分,条件(2)不充分.

故应选择(A).

一道条件充分性判断试题有时可以用多种方法求解,如上面的例2也可求解如下:

又解 设 $t = x^2, t > 0$,所以原方程化为:

$$t^2 - 2t + k = 0 \quad (*)$$

原方程有四个相异实根,即(*)有两个不等正实根.因为

$$\Delta = 4 - 4k = 4(1 - k)$$

由条件(1) $k < \frac{1}{2}$,所以 $\Delta > 0$,又因为两根之和为2,两根之积为 k ,由条件(1) $k > 0$,所

以这两根一定是不等正实根. 题干结论成立, 所以条件(1) 充分.

由条件(2) $1 < k < 2$, 取 $k = \frac{3}{2}$, 则(*) 化为

$$t^2 - 2t + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Delta = 4 - 4 \times \frac{3}{2} = -2 < 0$$

方程无实根.

题干结论不成立, 所以条件(2) 不充分, 故应选择(A).

(五) 解法五 直接逻辑推理法

有时条件(1), (2) 及结论 G 都是描述性的判断, 实际上该类题属于纯逻辑题, 可能会有点绕, 但比起 MBA 联考正宗的逻辑题目来说, 也是“小巫见大巫”了. 因此考生在复习逻辑时要认真准备, 因为数学部分的充分性判断题本身就非常需要考生加强在逻辑方面的知识和素养. 笔者建议大学看一下《MBA 联考 300 分奇迹》的逻辑分册, 很有特色, 对解这一类的数学题会有意想不到的帮助.

【例】 小李比小张年龄大.

(1) 小张的哥哥今年刚满 18 岁, 可以参加选举了;

(2) 小李昨天刚度过了自己的 30 岁生日.

题干中涉及到小李和小张的年龄比较问题, 而条件(1) 完全不涉及小李, 条件(2) 完全不涉及小张, 因此单独使用(1) 或(2) 都不能独立推出结论. 根据条件(1) 的表述, 我们可以由小张年龄 < 小张哥哥年龄 = 18 岁推出小张年龄 < 18 岁, 根据条件(2) 的表述, 得到小李年龄 = 30 岁; 这两个判断联在一起, 由小张年龄 < 18 岁 < 30 岁 = 小李年龄可以得到小李年龄比小张年龄大. 即此题应选(C).

(六) 解法六 化繁就简法

有时或者是条件(1)、(2), 或者是结论 G , 可以表述或形式上比较复杂, 不容易看清楚, 这时候应该考虑用一些办法化繁就简, 更易于比较和推理. 事实上, 化简以后, 题目答案甚至一目了然了.

【例】 $\frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} = 2$ 成立.

$$(1) x^2 + x = 20; \quad (2) \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x} = \frac{3}{2}.$$

由题目看出, 这几个式子都比较繁杂, 难以看出彼此关系, 通过化简将

$$\begin{aligned} \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} &= \frac{x^2(x-3) - 4(x-3)}{x^3 - 6x^2 + 5x + 6x - 6} \\ &= \frac{(x^2 - 4)(x-3)}{x(x^2 - 6x + 5) + 6(x-1)} \\ &= \frac{(x+2)(x-2)(x-3)}{x(x-1)(x-5) + 6(x-1)} \\ &= \frac{(x+2)(x-2)(x-3)}{(x-1)(x^2 - 5x + 6)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x+2)(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\
 &= \frac{x+2}{x-1} \\
 &= 2 \text{ (其中 } x \neq 3, x \neq 2 \text{ 且 } x \neq 1)
 \end{aligned}$$

进一步得 $x = 4$.

对条件(1)化简为 $x^2 + x - 20 = 0$, $(x-4)(x+5) = 0$, 得 $x = 4$ 或 $x = -5$.

对条件(2)化简为 $2x^2 + 2x - 4 = 3x^2 - 3x$ (其中 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$), 进一步得 $(x-1)(x-4) = 0$, 由于 $x \neq 1$, 所以 $x = 4$, 则(1)不充分, (2)充分. 故应选择(B).

(七) 解法七 直观画图法

有些题目涉及到集合的相互关系, 涉及到空间关系, 还有彼此之间循环的逻辑关系等, 这类题通常都比较绕, 光在脑子里想着想着就乱了, 又得重来, 实际上这类题的难度并不大, 要养成在纸上画图的习惯, 把逻辑关系、空间关系等各种纷繁复杂的关系画出来, 就可清楚地找出规律来了.

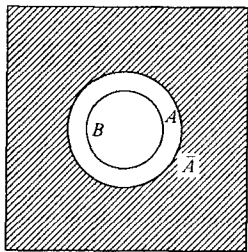
【例】 设 A, B 为随机事件, $A = B$ 成立.

$$(1) P(\bar{A}B) = 0;$$

$$(2) P(A\bar{B}) = 0.$$

本题如果用计算或推理都很难下手, 我们考虑作图. 先考虑条件(1), 阴影部分为 $\bar{A}$, 而 $P(\bar{A}B) = 0$ 即指 $\bar{A}$ 与 B 不相交, 则 B 只能躲藏于 A 的内部, 这样可以得到 $B \subset A$. 同理根据条件(2)可以得到 $A \subset B$.

显然由 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 可以得到 $A = B$, 即可选(C). 这就是画图妙用. 脑子里很难想明白的关系, 纸上一画图, 有豁然开朗的感觉, 考生们不妨一试.



(八) 解法八 证伪排除法

数学上的证伪就是举反例. 比如证明条件(1)充分需要数学上严格的证明, 但如果我们能找出某个例子满足条件(1), 但不满足结论 G , 就可以说明条件(1)充分是错误的, 可以立刻把 A 和 D 排除掉. 这样考生的选择范围大大缩小, 进一步可以用其他方法从剩下的 3 个答案中选出正确答案, 实在不行的话, 从 3 个答案中猜一个, 猜中的概率也大大增加了.

【例】 不等式 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 成立

$$(1) x - |y - 2| = 5;$$

$$(2) x = 2.$$

对于条件(2) $x = 2$, 直接代入不等式 $2^2 - 4 \times 2 + 3 = -1 < 0$ 成立, 条件(2)充分.

对于条件(1), 不好直接解答, 可考虑举反例, 令 $x = 5, y = 2$, 代入原不等式, $5^2 - 4 \times 5 + 3 < 0$ 不成立, 则(1)不充分, 最后结果应选(B).

三、典型例题详解

【例 1】 (2003 年) 一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两根之差的绝对值为 4.

$$(1) \begin{cases} b = 4, \\ c = 0; \end{cases}$$

$$(2) b^2 - 4c = 16.$$