



实用体育竞赛论

——指导体育竞赛的数学方法

●吴天滨 著

山东教育出版社

实用体育竞赛论

——指导体育竞赛的数学方法

吴天滨 著

山东教育出版社

1994年·济南

鲁新登字 2 号

实 体 智 能 技 术

——指导体育竞赛的教学方法

吴天滨 著

*

山东教育出版社出版发行

(济南经九路胜利大街)

山东人民印刷厂印刷

*

850 毫米×1168 毫米 32 开本 5 印张 4 插页 100 千字

1994 年 8 月第 1 版 1994 年 8 月第 1 次印刷

印数 1—1,000

ISBN 7—5328—2044—0/G·1836

定价 4.80 元

教师出版基金理事会

顾 问	吴阶平			
名誉理事长	赵志浩	宋木文	柳 斌	董凤基
	吴爱英	崔惟琳	高明光	杨牧之
	宋桂植	石洪印	宋镇铃	
理 事 长	高挺先	钱海骅		
副 理 事 长	孙友海	张立升	单兆众	王洪信
	(常务副理事长)			
秘 书 长	王洪信 (兼)			
副 秘 书 长	隋千存			
理 事	(以姓氏笔画为序)			
	马 钊	马 啸	王卓明	王洪信
	孙友海	孙永大	李华文	张立升
	张华钢	陈 育	单兆众	钱海骅
	高挺先	隋千存	谢荣岱	

教师出版基金书稿评审委员会

(以姓氏笔画为序)

顾	问	任继愈	刘国正	季羨林	周祖谟
		潘承洞			
委	员	于漪	王洪信	邓从豪	朱 铭
		朱德发	刘祚昌	李润泉	杨殿奎
		张恭庆	陈玉波	侯明君	袁行霈
		顾明远	顾振彪	高更生	梅良模
		崔 峦	隋千存	彭聃龄	谢荣岱
		裘锡圭	翟中和		

本书责任评委 陈玉波

写在前面

您想在竞赛场上战胜势均力敌的对手吗？您想让您的球队在比赛中发挥出最佳水平吗？请认真读读这本书，它向您提供一些数学方法，可能会对您有所帮助。

本书内容比较新颖实用，通俗易懂。具有初中文化水平就可以阅读本书的基本部分。本书肯定还不完善，希望广大教练员、运动员、爱好体育的师生及其他体育爱好者读后提出批评，更希望体育界的专家学者不吝赐教。

本书的“非基本部分”指每一章后面标有*号的一节，其内容是该章的有关问题在数学理论方面的一些探讨。对此希望掌握较深数学知识的读者给以评论指正。不从事数学工作的读者可以略过这些带*号的内容。

竞赛（竞争）现象广泛存在。生物的进化就是一系列竞赛过程，胜者兴旺发展，败者衰退淘汰。人类社会中的竞赛现象更比比皆是，其中体育竞赛占有特殊地位。体育是改善人类本身素质的伟大事业，而体育竞赛则是体育事业中最重要最富有活力的内容。体育竞赛是健与美的结合，科学与艺术的统一，它以特有的巨大魅力吸引着亿万人参加和观赏；增强体质，发展智能，娱乐身心，陶冶情操，培养进取精神和竞争能力。体育竞赛是一种平等竞赛（参赛者在规则面前平等），有助于养成公道正直、遵守法纪等优良品质。一个人、一个运动队在体育竞赛中取得的成绩以及表现出的风格和水平不仅代表他们自己，

而且代表着他们所在的集体或国家；不仅反映体质和运动技术水平，而且反映精神风貌、科技水平和文化修养。

在体育竞赛中，国际国内正竞相运用各种新的科技成果。由于体育竞赛的问题实际上是一系列最优化问题，因而数学方法大有用武之地。除较早的数理统计已移植到体育中发展形成体育统计学分支外，近年来信息论、控制论、系统论、对策论以及模糊数学等结合计算机技术正向体育领域中迅速渗透。这些数学方法在管理、选材、训练的科学化（最优化）以及战术、技术的研究中发挥了较大的作用；但在直接指导现场竞赛方面似乎还缺少较系统的理论和方法，而实际上正是在现场体育竞赛中最需要发挥数学方法的作用。为了说明这个问题，我们来分析一下现场体育竞赛的一些特点。

第一，现场体育竞赛是游戏性的平等竞赛，基本上是人体能力的直接较量。

体育竞赛本质上不同于生物界的生存竞争和人类社会的经济竞赛、军事竞争等实利性的竞赛。在这些实利性的竞赛中，竞赛者可以自发地或自觉地采取一切可能的手段和工具，为争夺实际的利益而争斗；竞赛没有明确的规则，竞赛者往往处于极不平等的地位。体育竞赛是游戏性的，它有严格明确的规则和监督规则实施的裁判。竞赛者在规则面前处于平等地位。另一方面，现场体育竞赛基本上是人体能力的直接较量，对于使用的手段和工具有严格限制。例如赛跑不准乘车，跳高跳远不准穿弹簧鞋；按现代科技水平设计和制造一些控制各种球在球场上运行的工具并非难事，但在球类比赛中不仅不能使用任何控制器，而且足球不准用手臂触球（掷界外球及守门员在禁区内例外）；排球不准持球抛掷；篮球不准脚踢，等等。正是这些限

制使体育竞赛充分发挥人体的功能，体现出人体特有的健美与高雅；寓改善人类素质的严肃伟大目的于欢快悦目的游戏性拼搏之中。这些规则和限制也使得经济和技术设备的优势在现场体育竞赛中不能发挥大的作用。当然，在体育竞赛的选材和训练阶段，经济和技术设备的优劣影响很大，竞赛各方并不处在平等地位；但在赛场上，竞赛者被限于使用基本上相同的工具，主要靠自己的身体和头脑进行较量，也就是比体质，比技术，比战术，比意志。超众的体质、精湛独到的技术、战术和坚韧顽强的斗志依靠一定的天赋条件加上符合科学规律的“三从一大”的严格训练，也就是科学的选材与训练。这里“三从一大”的严格训练是基本的，训练不严格，不刻苦，什么都谈不上。但只靠严格刻苦还不够，还必须讲科学，运用先进的科学技术和方法指导选材、训练和竞赛。像生理学、心理学、医学、电子技术及各种数学方法的应用，可以提高选材的准确性，提高训练效率，防治伤病，等等。至于在赛场上发挥水平，做到对技术和战术的正确灵活的运用，显然应该更多地考虑数学方法。

第二，在现场体育竞赛中，决定性因素（竞赛者的行为）与随机因素极其错综复杂地联合起作用。

随机因素（偶然因素）在现场体育竞赛中广泛存在，它使教练员和运动员感到棘手，但它又使体育竞赛增加魅力。体育竞赛的魅力来自健美、惊险、新奇、对抗性、偶然性等多方面，其中偶然性即随机性相当重要。随机因素的大量存在使得在体育赛场上应用的数学方法不能不以概率论为基础。在体育竞赛中，随机因素是与可变的决定性因素（竞赛者为取胜而不断改变的竞赛行为）联合起作用的。这使得通常的概率论与数理统

计方法难以适用，从而有必要建立体育竞赛的一般数学模型与新的实用方法。

第三，现场体育竞赛中的随机现象作为随机试验来看多是原则上可以重复而事实上不能重复的。

在通常的数理统计以及体育统计中，经常把所研究的随机现象看作是重复多次地进行同一随机试验，由此抽取随机样本，进行统计分析，作出推断等等。例如生产某种产品，每生产一个可看作是一次随机试验（可能出合格品也可能出次品），生产10万个就是重复进行10万次随机试验，这里的前提条件是生产过程中的决定性因素可以被控制得基本不变。体育竞赛的过程不是这样，过程中的决定性因素是竞赛各方为争胜而不断变化的行为的总和；竞赛者的行为是相互对抗的，不可能或极少出现基本不变的情况。赛场上每一时刻的状态原则上（如果竞赛各方、裁判及观众都支持而且为此付出努力的话）可以重复，但实际上无法做到。这种情况使得通常的以统计概率（频率）为基础的方法在现场体育竞赛中很难实际应用。例如在一场足球赛中，通常不难统计双方的射门次数、角球次数、传球失误次数，等等，这对于总结经验改进训练提高战术水平当然有益，但这都是赛后的事，对当场的比赛没有太大用处。这里也应注意体育竞赛与生产过程的又一重要不同，生产中应用数学方法的典型目的是降低次品率，对个别一次是否出次品不太关心；而现场体育竞赛（尤其是重大比赛）特别重视在当场比赛中发挥水平取得胜利，这非常需要有助于争取现场优胜的数学方法。

笔者针对上述需要，初步探索了一套新的数学理论和实用方法。本书是笔者近年来发表的十多篇论文的深入浅出的概括。本书内容曾多次参加学术交流并用作选修课的教材。希望本书

能成为引玉之砖，引起体育工作者与数学工作者的兴趣，为更快地提高体育竞赛水平贡献微力。

目 录

写在前面	1
第一章 概率论基本知识	1
第一节 事件及其概率	1
§ 1.1.1 试验和事件, 概率论的研究对象	1
§ 1.1.2 事件间的关系与运算	3
§ 1.1.3 概率的概念与性质	6
§ 1.1.4 概率的四种基本类型, 估量概率	8
第二节 概率空间与熵, 条件概率	13
§ 1.2.1 概率空间	13
§ 1.2.2 信息与熵	16
§ 1.2.3 条件概率, 全概率公式与贝叶斯公式	18
§ 1.2.4 事件的独立性与试验的独立性	22
第三节 随机变量及其均值、方差、标准差	24
§ 1.3.1 随机变量及其概率分布	24
§ 1.3.2 随机变量的均值、方差与标准差	25
§ 1.3.3 二项分布	28
§ 1.3.4 泊松分布	31
§ 1.3.5 正态分布	32
第四节 参变概率空间与参变随机变量	36
§ 1.4.1 参变概率与参变概率空间	36
§ 1.4.2 参变随机变量	37
* 第五节 数学知识补充	39

§ 1.5.1	参变概率空间与参变随机过程	39
§ 1.5.2	重随机参变概率空间与重随机参变过程	40
第二章	体育竞赛概论	43
第一节	竞赛空间与竞赛变量	43
§ 2.1.1	竞赛的策略类与竞赛空间	43
§ 2.1.2	竞赛变量	44
第二节	作为平等竞赛的体育竞赛	45
§ 2.2.1	平等竞赛与体育竞赛	45
§ 2.2.2	体育竞赛的一些特点	46
第三节	体育竞赛的分类及若干规律	47
§ 2.3.1	体育竞赛的分类	47
§ 2.3.2	若干规律	49
第四节	竞赛水平提高的一些规律	55
§ 2.4.1	提高竞赛水平的难点、关键与保障	55
§ 2.4.2	提高竞赛水平的数量化方法	58
* 第五节	数学知识补充	59
§ 2.5.1	体育竞赛的数学模型	59
§ 2.5.2	第三节公式的推导与补充	60
第三章	提高竞赛水平的评分方法	63
第一节	竞赛状态的评分	64
§ 3.1.1	竞赛状态的评分	64
§ 3.1.2	状态空间按评分的分割与态势曲线	65
§ 3.1.3	例：足球	67
§ 3.1.4	例：篮球和排球	69
第二节	运动员竞赛行为的评分	70
§ 3.2.1	运动员竞赛行为的概念	70
§ 3.2.2	成功行为、维持行为与失误行为	71
§ 3.2.3	贡献系数与努力指数	72

§ 3.2.4	竞赛行为评分的原则、公式和实施方式	72
第三节	运动员竞赛意识的评分	77
§ 3.3.1	运动员竞赛意识的剖析	77
§ 3.3.2	运动员竞赛意识的评分	80
* 第四节	数学知识补充	84
第四章	赛前规划与准备	86
第一节	赛前预测与对策表	87
§ 4.1.1	对方战术的概率分布	87
§ 4.1.2	我方战术与对策表	88
第二节	可能情况的估量与相应措施	90
§ 4.2.1	己方队员发挥水平的情况	90
§ 4.2.2	竞赛过程中可能发生的情况	91
第三节	针对性训练与心理控制	93
§ 4.3.1	从实战需要出发的针对性训练	93
§ 4.3.2	心理控制与竞技状态的掌握	95
第四节	团体赛的排阵方法	96
§ 4.4.1	纯策略随机对策方法	97
§ 4.4.2	混合策略随机对策方法	99
§ 4.4.3	例：乒乓球团体赛排阵	100
* 第五节	数学知识补充	104
§ 4.5.1	纯策略随机对策	104
§ 4.5.2	混合策略随机对策	105
第五章	临场指挥与临场发挥	106
第一节	战术广度与临场指挥的适度性	106
§ 5.1.1	对比竞赛与攻守竞赛	106
§ 5.1.2	攻守竞赛项目的战术广度	108
§ 5.1.3	临场指挥的适度性	110
§ 5.1.4	对策表在临场指挥中的应用	110

第二节	技术战术的成功概率和选用	112
§ 5.2.1	技术与局部战术的成功概率	112
§ 5.2.2	整体进攻战术的成功概率	113
§ 5.2.3	整体防守战术的成功概率及选用	117
§ 5.2.4	战术的设计与训练	118
第三节	临场发挥与掌握竞赛节奏	120
§ 5.3.1	运动员的临场发挥	120
§ 5.3.2	赛场强度与掌握竞赛节奏	121
第四节	开局打法与残局处理	124
§ 5.4.1	开局打法	124
§ 5.4.2	残局处理	127
* 第五节	数学知识补充	130
§ 5.5.1	关于获胜概率	130
§ 5.5.2	第四节中的若干计算	131
第六章	选材和预测	134
第一节	选材	134
§ 6.1.1	直观选材与指标选材	134
§ 6.1.2	综合评分选材法	135
§ 6.1.3	选材效率与控制措施	137
第二节	仿型预测	138
§ 6.2.1	参变随机过程的定型性质	139
§ 6.2.2	仿型预测方法	139
* 第三节	数学知识补充	142
§ 6.3.1	关于选材模型	142
§ 6.3.2	关于仿型预测	143
附:	作者已发表的与本书有关的论文目录索引	144

第一章 概率论基本知识

本章是阅读后面各章所必需的概率论基本知识，其中也包括一些对体育竞赛有实用价值的例子。讲法是通俗的，但与已有书籍的内容颇多不同之处，包含一些新的概念和理论。

第一节 事件及其概率

§ 1.1.1 试验和事件，概率论的研究对象

试验就是在某种确定的条件下观察所发生的结果。举几个简单例子如下：

例 1 把一个足球踢向空中（条件），观察到的是足球升高以后落下来（结果）。

例 2 一个篮球运动员定点投篮一次（条件），观察到的可能是投中，也可能是投不中（结果）。

例 3 盒中有 5 个乒乓球，其中 3 个新的，2 个旧的，从中随机地（即不加挑选地）取出 1 个，则结果可能取到新球，也可能取到旧球。

例 4 A 、 B 两个实力相当的排球队比赛一场，则结果可能是 A 队胜，也可能 B 队胜。

比较以上各例可见，例 1 所观察的试验结果被试验条件所唯一确定；这种条件完全决定结果的试验叫做决定性试验。例

2、例 3 和例 4 所观察的试验结果不被试验条件唯一确定，可能试验结果多于一个，在每次试验中出现什么结果要受偶然因素（随机因素）的影响；这种条件不能完全决定结果的试验叫做随机试验。

在试验中必定发生的现象叫做必然事件，必然事件的反面即在试验中必定不发生的现象叫做不可能事件，在试验中可能发生也可能不发生的现象叫做随机事件；显而易见，在决定性试验中只有必然事件与不可能事件。例 1 中的“球落下来”是必然事件，“不落”是不可能事件。在随机试验中有随机事件。例 2 中“投中”与“投不中”都是随机事件；例 3 中“取到新球”与“取到旧球”，例 4 中“A 队胜”与“B 队胜”都是随机事件。

显然，在决定性试验中没有随机事件。那么，在随机试验中有没有必然事件和不可能事件呢？有。例 2 中“投中或投不中”是必然事件，“既投中又投不中”是不可能事件。例 3 中“取到新球或旧球”是必然事件，“取不到乒乓球”是不可能事件。可见在随机试验中，既有随机事件，也有必然事件与不可能事件，三者统称事件。

还应注意，对于每一个决定性试验，如果试验条件不变而观察得更精细一些，即把试验结果区分得更细致一些，则总能观察到随机现象，得到随机试验。比如在例 1 中，原来只观察足球是否落下来，是决定性试验；如果细致一些，观察足球落点与踢球者的距离，这就是一个随机试验了。

概率论正是研究随机现象数量规律的数学分支。在概率论产生以前，人们仅限于从决定性现象中探求科学规律，而随着试验观察的细致即科学技术的精密化和深刻化，不可避免地要

考虑随机因素，因而概率论的方法正逐步渗透到几乎一切科学领域中去。

§ 1.1.2 事件间的关系与运算

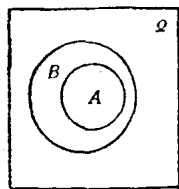
在实际问题中，往往需要考虑同一随机试验下的许多事件，而这些事件是相互关联的。本节讲事件间的关系与运算。在下文中，用大写字母 A 、 B 、 A_i 、 A_{ij} …表示同一试验下的事件， Ω 表示必然事件， \emptyset 表示不可能事件。

(1) 事件的导致关系与相等关系。

如果事件 A 发生时事件 B 必定发生，则称 A 导致 B ，或称 B 包含 A ，记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$ 。

例 1 甲、乙二足球队比赛一场，用 A_{ij} 表示“比赛结果比分为 $i:j$ ”， G_i 表示“甲队攻进 i 球”， E_j 表示“乙队攻进 j 球”， G 表示“甲队胜”， E 表示“乙队胜”，则 $A_{10} \subset G$ ， $A_{31} \subset G$ ， \dots ， $A_{10} \subset G_1$ ， $A_{10} \subset E_0$ ， \dots 。读者可从此例中自己再找一些导致关系。

例 2 向图 1 矩形内随机投一点（可看作是向矩形靶上射击一弹），以 A 表示“所投点落在圆 A 内”，以 B 表示“所投点落在圆 B 内”。则当 A 包含在 B 内时， $A \subset B$ 成立，否则这个导致关系不成立。“ $A \subset B$ 不成立”记为 $A \not\subset B$ 。



$B \supset A$

(图 1)

由导致关系的定义直接可得以下性质：

- (i) 每个事件都导致它自身： $A \subset A$ ；
- (ii) 传递性：若 $A \subset B$ ， $B \subset C$ ，则 $A \subset C$ ；
- (iii) 对任一事件 A 下式都成立： $\emptyset \subset A \subset \Omega$ 。