



中国数学史 论文集 (一)

吴文俊 主编

山东教育出版社

中国数学史论文集

(一)

吴文俊 主编

山东教育出版社

一九八五年·济南

中国数学史论文集

(一)

吴文俊 主编

*

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂印刷

*

787×1092毫米16开本 8.75印张 3插页 180千字

1985年3月第1版 1985年3月第1次印刷

印数1—2,400

书号 13275·22 定价 2.10元

前 言

一个国家或一个地区的文化表现在各个方面，而数学的发展则是一个国家或一个地区文化发展的有力标志之一。我国也是一样，数学的发展则标志着我国文化的进程，同时也标志着我国文化的悠久历史和在许多主要领域内遥遥领先的水平。现今，整理和研究我国数学的发展，既可探讨我国过去的辉煌成就，总结发展规律，又可借鉴于当前和未来。

数学发展史的内容十分丰富，不仅外国数学发展史如此，中国数学发展史也不例外。中国数学发展史还有很多需要进一步挖掘和整研的项目。

近年来，数学史的研究人员有明显的增加，研究成果也与日俱增，出版和发表的有关论著也不少。为了适应当前的需要，经过大家的努力和各方的支援，出版了《中国数学史论文集》（一）。

本论文集共收集我国数学史工作者近年来的学术论文十篇，大都是首次与读者见面。这些文章内容比较丰富，涉及的领域比较宽广，观点多有新意，可供数学史工作者、自然科学史及自然辩证法工作者、大学师生和中学教师阅读参考。

编 者

一九八四年元月

目 录

三十四年来的中国数学史.....	李迪 沈康身 白尚恕(1)
“其率术”辨.....	李继闵(11)
“通其率”考释.....	李继闵(24)
十三世纪中国数学家王恂.....	白尚恕 李迪(37)
康熙年间制造的手摇计算器.....	李迪 白尚恕(52)
别列兹金娜《中国古代数学》述评.....	沈康身(58)
中国与印度在数学发展中的平行性.....	沈康身(67)
戴煦关于二项式和对数展开式的研究.....	李兆华(98)
清末数学家华蘅芳.....	罗见今(109)
浅论刘徽对差除公式的证明.....	刘洁民(121)
编后记.....	(132)

三十四年来的中国数学史

李迪 沈康身 白尚恕

中国数学史的研究，原有一定基础。李俨、钱宝琮、章用、孙文青、刘朝阳、严敦杰等人都做了大量工作。中华人民共和国成立以后，中国数学史又取得了很大进步，成就很多，研究人员也有显著增加。本文仅就最近三十四年来中国大陆上有关中国数学史的研究情况作一综合介绍。

一、研究工作概况

围绕中国数学史的研究，本节拟就下列三方面的一般情况作概括性介绍：研究人员与研究机构；学术论著的出版；学术交流与学术团体。

以前，中国没有中国科学史研究机构，更没有中国数学史的研究组织。1954年9月在竺可桢的倡议下，中国科学院成立了“中国自然科学史研究委员会”，由17人组成，著名中国数学史专家李俨为委员之一。1955年，李俨、钱宝琮和严敦杰先后被调进科学院，成立“中国数学史研究组”。1957年，科学院将这个组扩充为室，并于1957年1月正式命名为“中国自然科学史研究室”，李俨为主任。1975年该室扩建为所，仍隶属于中国科学院。目前，该所在古代科技史研究室内设有数学史组，方向是中国数学史。1983年9月，内蒙古师范大学成立科学史研究室，中国数学史是该室主攻方向之一。还有一批中国数学史研究者分散在其他大学或研究机构。1963年以来，李俨、钱宝琮、程廷熙、何章陆、王守义、许莼舫等先后去世，目前研究力量还比较薄弱。

1977年制订的全国数学研究规划（草案）中，第一次把数学史研究列入规划，分世界数学史和中国数学史两项，承担中国数学史研究的单位有中国科学院自然科学史研究所、北京师范大学、杭州大学、内蒙古师范学院（现为内蒙古师范大学，下同）和西安师范学校（后转移到西北大学）。

据不完全统计，三十四年来发表的有关中国数学史论文和科普文章约450多篇，此外在一些全国性学术会议上提交的论文和报告有数十篇。已经出版的中国数学史书籍20多种，计有《中算史论丛》1—5集（李俨）、《中国数学大纲》下册（李俨）、《中算

家的内插法研究》(李俨)、《十三、十四世纪中国民间数学》(李俨)、《中国古代数学简史》(李俨、杜石然)、《中国古代数学史话》(李俨、杜石然)、《中国数学史话》(钱宝琮)、《中国古代数学史料》(李俨)、《中学数学教材中的中算史材料》(严敦杰)、《中国古代数学的成就》(严敦杰)、《中国数学史》(钱宝琮主编)、《中算家的几何学研究》(许莼舫)、《中算家的代数学研究》(许莼舫)、《古算趣味》(许莼舫)、《中国算术故事》(许莼舫),文集有《初等数学史》(《数学通报》编辑部编)、《宋元数学史论文集》(钱宝琮主编)、《科技史文集》8“数学史专辑”(自然科学史研究所编)、《〈九章算术〉与刘徽》(吴文俊主编的《中国数学史研究丛书》之一)、《世界数学史简编》(梁宗巨)、《〈九章算术〉注释》(白尚恕),还出版了一些可以列为数学家的传记的册子,如《祖冲之》(李迪)、《沈括》(张家驹)、《唐代天文学家张遂(一行)》(李迪)、《徐光启年谱》(梁家勉)、《徐光启》(王重民)、《蒙古族科学家明安图》(李迪)、《数学家熊庆来》(马春沅)等等。最近将出版的书籍和文集还有《钱宝琮科学史论文选集》、《秦九韶与〈数书九章〉》(吴文俊主编的《中国数学史研究丛书》之二)、《〈测圆海镜〉今译》(白尚恕)、《中国数学史导引》(沈康身)、《中国数学史简编》(李迪)、《中国数学简史》(集体编写的高校教材)等多种。

在学术交流和学术团体方面,1976年10月在北京召开过一次中国数学史座谈会,有60人出席,但提交的学术论文不多。1978年中国数学会年会、1980年中国科学技术史学会成立大会都有中国数学史论文在会上宣读。在后一次会上,严敦杰、杜石然、李迪、沈康身、李文林被选为中国科学技术史学会第一届理事会理事、严敦杰为副理事长。1981年7月在大连召开第一届全国数学史学术讨论会,53人出席,提交论文三十多篇,其中中国数学史15篇。在大连会议期间决定成立中国数学会数学史分会,由严敦杰、李迪、梁宗巨、杜石然、沈康身、李文林、袁向东、梅荣照任委员。1956年8月李俨出席第八届国际科学史会议,1959年李俨又出席全苏数学大会,1982年8月白尚恕、沈康身、李迪、李文林出席第一届国际中国科学史讨论会。同一时间日本珠算史和数学史访华团来我国,在北京召开过学术交流会。严敦杰、杜石然都曾出国进行过学术交流。吴文俊也利用出国讲学的机会多次在国外讲授中国数学史。

二、新史料的发现与整理

史料是科学史研究的基础,往往由于新史料的发现而改变了某种看法。李俨特别注重数学史料的搜集与整理,他的藏书十分丰富,共有六百七十多种,一千六百册左右,其中善本颇多。1956年4月这些藏书曾在北京师范大学展览过,他去世后全部藏书捐赠

自然科学史研究所。过去以为失传（至少在国内失传）的中国数学珍籍，三十多年来陆续有所发现。如《欧罗巴西镜录》（抄本）、吴敬的《九章算法比类大全》（明刊本）、程大位的《算法统宗》（明刊本）、年希尧的《视学》（清刊本）等都已找到。新发现的稿本、抄本和明刊本等珍本更多。如毛宗旦的《九章蠡测》（写本）、戴煦的《求表捷术》（稿本）、夏鸾翔的《致曲术》和《致曲术图解》（稿本）、张作楠的《仓田通法》和《方田通法补例》（稿本）、程大位的《算法纂要》（明刊本）、劳乃宣的《笔筹算略》（稿本）、陈际新等的《陈世六书》（写本）、戴源的《测圆图解》（抄本）、宋元畴的《八线三角术》（抄本）、朱载堉的《嘉量算经》（明刊本）、孔继涵的《同度记》（稿本）、邹祖荫注的《新编算学启蒙》（稿本）、华蘅芳的《合数术》（稿本）等等，李善兰的论文《考数根法》等也是重要发现。程大位的两种书在明代都有不同版本。

关于中国数学史料的整理，李俨也做了不少工作。他的《中国古代数学史料》一书包括北宋以前的零散史料，并分项编排，注明资料来源。他的《十三、十四世纪中国民间数学》是把十三、十四世纪的中国数学史料按“算书”、“算法”、“歌诀”和“《详明算法》札记”编入书内，其中的许多史料是他处罕见的。

在考古和文物工作中发现不少重要数学文物，主要的有以下几类：

算筹：1971年在陕西千阳县发现一批西汉时期的算筹，骨质，圆形，经粘接修补后，完好者21根，残断不能接者10根。它们的长度大多数为13.50厘米，最长的13.80厘米，最短的12.60厘米，直径一般为0.30厘米，最粗者0.40厘米，最细者0.20厘米。与文献记载基本相符。这批算筹在发现时是装在一个丝绢囊内，系在一死者的腰部，由此证明在西汉时期已有算袋。1980年又在河北石家庄市郊发现了一批骨质方形算筹，是东汉的遗物。还在一些博物馆内藏有算筹。1974年在青海乐都柳湾出土一批新石器时代晚期的竹片，共40件，其上有刻口，这也是一种计事（数）工具。

阿拉伯数码幻方：1957年在陕西出土了五块铸有阿拉伯数码的六阶幻方铁板，铁板大小和幻方的排列完全一样。七十年代又在上海浦东陆家咀出土了元代阿拉伯数码的幻方，系4阶全对称型。

北京故宫博物院珍藏科技文物非常丰富，属于数学方面的文物也相当可观，自六十年代以来多有报道。这些文物中有：立体几何模型七十多件，各种质料的假数尺（对数计算尺）多件，还有分厘尺、角尺、矩尺、比例规、纳白尔算筹以及作为文物的各种算表等，特别重要的是原始手摇计算器。这批原始手摇计算器共有10台，现都经过去垢、焊接，整修一新，运转自如。从构造上看，可分为盘式和筹式两种类型，前者的原理与巴斯加计算器相近，后者是用纳白尔筹算原理造成的。经白尚恕、李迪考证，这些计算器都是1685—1722年间中国自行设计制造的。前者可作加、减、乘、除运算，后者可作乘、除、平方、立方、开平方、开立方等运算。

早期数目字的发现：在西安半坡、陕西姜寨出土的陶器上刻划许多符号，其中有些与后来的甲骨文数目字一样，计有—（一）、×（五）、^（六）、+（七）、）（八）、|（十）、||（二十）、|||（三十）。说明约六千年前，中国已经有了数目字。

中国少数民族数学文物：三十年来，全国各地收集很不少这方面的实物，大部分藏于北京、云南等地。如佤族、傈僳族、拉祜族等使用的刻木（或竹）记事（数）牌，哈尼等族的结绳实物，也收集到台湾高山族打结记数的绳子。

三、对于古籍的出版与研究

商务印书馆铅印出版了阮元的《畴人传》，罗士琳的《畴人传续编》，诸可宝的《畴人传三编》和黄钟骏的《畴人传四编》，但是只作了断句，而未加校勘。

中华书局于1963年出版了钱宝琮校点的《算经十书》，钱宝琮下了很大功夫，他认为研究中国数学史，“首先必须将《算经十书》重加校勘，尽可能消灭一切以讹传讹的情况。”以各种版本互相勘对，择善而从，凡是原文错误的或脱文衍文都加改正并加简短说明，写出校勘记一千多条。在每一书之前都有《提要》和《版本与校勘》各篇，对于各书的内容作了简要介绍，给出了自己的评价。对版本，历代的校勘和他自己的工作都作了必要的说明。这是目前流传最广的版本。

对于《九章算术》的“方程术”，钱宝琮早就进行过校勘，特别是对清代戴震的校勘工作进行了评介，认为他没有做好校勘工作。李俨对《九章算术》中的一些名词术语作了补注。励乃骥对《九章算术》的“圆田”题和刘徽注进行了今释，同时对于各家有关圆周率的说法作了评议。白尚恕又用了多年时间在钱宝琮工作的基础上对《九章算术》及刘徽注进行重新校勘，同时进行了详细的注释。白尚恕的方法是除了通常训诂以外还通过演算，因而发现原来钱宝琮误校的或漏校的有九十多处，都一一予以校正，并加述了校正理由。对于“刘徽注中各有意义难于理解而不能句读的文字”，也一一给予句点和注释，共写出注释文字四百余条。

对于《海岛算经》，李俨作过“新注”，实际上是把古代的叙述方式“译”为现代数学形式，使一般人很易读懂。吴文俊对《海岛算经》的九道题目进行了古证复原的探讨，一一给出了认为当时最可能的证明，同时提出古证复原的三原则：①证明应符合当时与本地区数学发展的实际情况，而不能套用现代的或其他地区的数学成果与方法。②证明应有史实史料的依据，不能凭空臆造。③证明应自然地导致所求证的结果与公式，而不应为了达到预知结果以致出现不合理的人为雕琢痕迹。梁绍鸿也对《海岛算经》个别地方作过订正。白尚恕则研究了《海岛算经》的造术问题。

《缉古算经》是唐代最重要的数学著作，但可惜的是传本中17—20题有脱文，李俨

在严敦杰协助下进行校补,根据清张敦仁《缉古算经细草》校补佚文215字。但是钱宝琮对这一工作基本持否定态度,在其校点的《算经十书·缉古算经》中有70个字的空位,第20题王孝通自注中还有两段省略号,表明连佚文有多少字都不清楚,他在第17题的校勘记中说:“此术王孝通自注,自此以下缺字很多,颇难补足,只得阙疑。”这是在《缉古算经》研究中,目前仍存在的最大问题之一。沈康身对《缉古算经》第三至五题以现代数学符号进行了详细分析,在分析中大量引用了前人的著作和看法,并指出:“从王孝通堤积公式及三次方程的建立、运用、验证、推导过程的探索工作可以看到我国数学家认真治学的态度。在数学工具还比较简陋的情况下能得到上述各种满意的结果,是令人钦敬的”。不久,钱宝琮对《缉古算经》的第二、三两题的术文进行了研究,给第二题的术文和注作了比较详细的解释,改正了他在校点《算经十书·缉古算经》时对注文改动较多以至不能符合王孝通原意的地方,还特别强调王孝通建立方程的代数方法。白尚恕在他们工作的基础上对《缉古算经》重新校订,他认为钱宝琮由于一时疏忽,《缉古算经》“仍然有个别文字存在着不合理现象”,因此对第二、第三、第四、第五、第七、第八、第十题以及王孝通的自注通过考证与详加核算作了订正。

对于宋元算书进行校勘和注释工作,已发表者不多,仅知五十年代王守义曾将秦九韶《数书九章》译为白话文,但未出版,其稿是否尚存,就不知道了。何章陆对四元术有过今译,把《四元玉鉴》中的四元问题都译为现代形式。近来白尚恕将《测圆海镜》整本译为现代形式,同时进行了校订并加了四百一十九条注解,即将出版。

胡术五等六人合作,对清代数学家梅文鼎的《句股举隅》一书进行了全面研究,把原文按题作了词解、翻译、补释,所谓补释就是改写为现代数学形式,而翻译只是改为白话文,并把汉文数字换为阿拉伯数码。

有关目录学方面的工作,李俨的《明代算学书志》和《近代中算著述记》,经过修改与增补收入《中算史论丛》第二集(1954)。又有《三十七年来中算史论文目录》,包括1912—1948年间的论文目录约二百条,收入《中算史论丛》第五集(1955)。李迪在李俨工作的基础上继续整理,编成《中国数学史论文目录》,收入1906—1979年底的目录共589条,有油印本。丁福保、周云青编有《四部总录算法编》,收入中国历代数学书目八百余种,对每本书都注明版本,并有提要。

四、对古代数学史的研究

本节介绍对19世纪中期以前中国数学史的研究简况。

关于《周髀算经》及其注释者赵君卿的研究,章鸿钊和程纶等对于《周髀算经》中的句股定理提出看法,章认为《周髀算经》中已有普遍句股定理,并且认为是陈子首先

应用的,又通过岁差计算等认为陈子是公元前六、七世纪时人,因此建议:句股定理应称为“陈子定理”。章又依据《周髀算经》提出:禹治水时用到了句股定理的特例。程纶认为句股定理是西周初期商高所发现,因此应称为“商高定理”。句股定理在我国的起源问题迄今尚未解决。李迪认为赵君卿应在刘徽之前,他首创分数理论“齐同术”和图形变换的“演段术”。

关于《九章算术》及其注释者刘徽的研究:主要有杜石然、李迪、梅荣照、沈康身、白尚恕、何章陆、吴文俊、严敦杰、李继闵、郭书春等,李俨、钱宝琮也在著作中包括了对《九章算术》与刘徽的研究结果。这些研究涉及到《九章算术》的成书时间、刘徽的生平以及在算术、代数、几何、重差测量等方面的理论成就,如线性方程组解法、正负术、体积、面积的算法及其理论、刘徽的数学思想、刘徽的分数理论,他对线性方程组解法、极限观念、出入相补原理、几何论证、句股数、逻辑推理、比率的研究。刘徽在研究体积计算时已经用到相当于“幂势既同,则积不容异”的原理。《〈九章算术〉与刘徽》一书里,收集了吴文俊、沈康身、李迪、李继闵、白尚恕和李兆华的论文19篇,这些论文对《九章算术》和刘徽注文从理论体系、发展规律、渊源探讨、东西对比等方面作了深入的论述。另外,严敦杰、梅荣照、郭书春也分别写出对《九章算术》和刘徽的研究论文8篇,并提出了新的看法。这8篇论文将发表于《科学史集刊》。李继闵、郭书春则研究了《九章算术》中的整句股数问题。但是对许多问题的看法存在很大分歧。例如关于《九章算术》成书时代的看法就有多种,有人认为成书于西汉中期,有人主张成书于西汉晚期,也有人主张成书于公元一世纪的后半期,等等。

李文林、袁向东通过对《太初历》的研究,认为在西汉时期已经有了相当于解一次不定方程或一次同余式问题。吕子方认为《三统历》中已使用了连分数。

关于祖冲之父子的研究:人们对祖冲之圆周率的求法提出了种种假说,主要有连分数法、不定方程法、割圆术法、调日法法、无穷级数法等。关于求体积的“祖暅公理”名称是五十年代提出来的。近来,有些人对这一名称提出了异议,认为应该称为“刘、祖原理”或“刘、祖公理”。此外,严敦杰研究了中国使用数码字的历史。李兆华研究了《张邱建算经》中的等差级数的问题。

严敦杰、李俨关于内插法史的研究很重要,他们分别指出刘焯(544—610)首先使用了二次等间距内插法公式,张遂(683—727)则使用了不等间距内插法公式,元代又有了进一步的推广。

钱宝琮系统研究了宋元时代求高次方程近似根的方法。其中包括贾宪的增乘开方法、刘益的正负开方法及秦九韶、李冶、朱世杰的贡献。有关宋元数学史的研究,集中表现在《宋元数学史论文集》一书中,该论文集正文十篇,计有《宋元数学综述》(中国自然科学史研究室数学史组)、《唐中期到元末的实用算术》(梅荣照)、《秦九韶〈数书九章〉研究》(钱宝琮)、《李冶及其数学著作》(梅荣照)、《宋杨辉算书考》

(严敦杰)、《朱世杰研究》(杜石然)、《宋金元历法中的数学知识》(严敦杰)、《宋元时期数学与道学的关系》(钱宝琮)、《试论宋元时期中国和伊斯兰国家间的数学交流》(杜石然),此外,还有钱宝琮和白尚恕写的三个附录。这些论文对宋元数学成就做了一次总结。许莼舫、李迪、吴裕宾等也对李冶做过一些研究。李文林、袁向东探讨了“大衍求一术”。

梅荣照对徐光启的数学工作进行了研究,并探讨了《几何原本》前六卷中译本的底本问题。白尚恕则研究了《大测》和《测量全义》的底本。

李俨、严敦杰研究了明清数学家有关三角的积化和差术的成就。严敦杰研究了方中通(1633—1698)的《数度衍》和梅穀成(1681—1763)的工作。沈康身研究了梅文鼎(1633—1721)在立体几何方面的成就和球面三角证明。严敦杰还对程大位和梅文鼎作过探讨。梅荣照研究了梅文鼎的《方程论》,刘钝的硕士学位论文题目是《梅文鼎的几何学研究》。沈康身对于清初的画法几何(包括梅文鼎、年希尧和李潢等人的工作)进行了研究,李迪也对年希尧及其《视学》有所论述。李兆华研究了《数理精蕴》的底本、编写和内容。对于清代蒙古族数学家明安图,严敦杰、史筠、李迪作了较多的工作。

沈康身研究过汪莱(1768—1813)球面三角解的讨论,傅祚华研究过《畴人传》,何绍庚研究了项名达(1789—1850)。

对于古代朴素的运筹学,严敦杰、车千里、李迪等都有文章发表。这方面的内容很多,是一个尚待研究的中国数学史重要课题之一。

钱宝琮和杜石然研究了中国古代数学中的逻辑思想问题,严敦杰则发表过中国数学教育史的论文。

对于珠算史的研究取得了新的进展。如发现了一颗北宋末年的算珠,还有人认为北京故宫博物院所藏宋张择端的画卷《清明上河图》中有珠算算盘图。如果是这样,那么珠算在北宋已经使用。余介石、华印椿、殷长生、李培业等都在探讨珠算的起源问题,华印椿批驳了中国珠算外来说,认为中国珠算是独创的,李培业则研究《数术记遗》中的算器。中国珠算到底发明于何时,这个问题仍在探讨中。

五、对近现代数学史的研究

中国近代数学史可以说是从李善兰(1811—1882)开始的,他的工作完成于19世纪中期,主要包括自己的研究和翻译两大项。严敦杰研究了李善兰在素数论方面的贡献,王渝生研究了李善兰的“尖锥术”,罗见今则对《垛积比类》进行了深入探讨,认为是一部早期组合数学的杰作。梅荣照研究了李善兰、伟烈亚力合译的《代微积拾级》一书,认为

原书属于莱布尼兹系统。

严敦杰对欧拉数学学说传入中国的经过进行了详细整理,他指出:欧拉著作在他生前已传入我国。李迪研究了四元数早期传入中国的情况,第一本被译为中文的四元数著作是美国Hardy博士的作品,译名为《四元原理》。他又研究了牛顿学说、高斯学说传入中国的经过,同时较全面地整理了西方近现代数学传入中国的情况。林夏水对数理逻辑在中国的传播和研究进行过调查。

范会国和李迪整理了中国数学会的历史,介绍了中国数学会的成立(1935年7月),第二、三、四次年会和近三十多年来中国数学会的详细情况。1949年前的中国数学界,熊庆来曾在一次讲话中进行了较详的介绍。

闵嗣鹤较全面、系统地整理了数论在中国的发展情况,着重介绍了华罗庚在解析数论和几何数论方面的工作,还讲了王福春、闵嗣鹤、董光昌、张德馨、周伯壘、赵明义等的数论研究成果,对柯召在代数数论方面的工作作了重点介绍。段学复对中国数学家在近代代数领域的成果进行了较全面、系统的整理,其中包括华罗庚、王湘浩、聂灵沼、段学复、张禾瑞、傅种孙、李华宗、许宝騄、王世强、冯康等人的成果。

五十年代中国数学发展情况,做过不少整理和研究。1955年6月在中国科学院学部成立大会上陈建功报告了单叶函数论在中国的发展情况,详细介绍了他本人和秦元勳、夏道行、胡克、龚升、张鸣镛、钟同德、谷超豪、厉则治、何成奇等在圆界区域上之单叶函数的映象偏差和最初若干个系数、函数族 S 中函数的系数、特殊单叶函数、开始多项式的单叶性、映照半径相乘积的最大值、单叶函数的拓广、从属于单叶函数的函数等方面的成果。陈建功还整理了五十年代中期复旦大学在函数论方面的工作。1958年陈建功任杭州大学副校长,因此三角级数论在杭州得到发展,他在1965年的一篇论文中介绍 $6[f, x]$ 的和、特殊三角级数所表示的函数与其系数间的关系、逼近的程度、求和的加强和极度逼近等六十年代前期在中国的进展情况,其中大部分是杭州地区的王斯雷、谢庭藩、郭竹瑞、杨义群、王兴华、江金生、施咸亮以及他本人的工作,孙永生、李训经、曹家鼎等人的成果也在其内。函数论在西北大学也取得许多成果,特别是单叶函数论方面的成绩突出,刘书琴在介绍学生毕业论文内容时曾有过报道。

其他分支学科于同一时期内在中国的发展情况,尚少整理。

1953年华罗庚对建国三年来国内数学研究情况有所报道。1959年为纪念中华人民共和国成立十周年,对于十年中国数学的发展进行了一次全面研究,华罗庚有概括的报道,最重要的是全国编写了一部《十年来的中国科学·数学》,集中了当时大批数学家进行这一工作。这部书按总论(华罗庚、关肇直、段学复、程民德、田方增)、数理逻辑(金岳霖、王宪钧、胡世华)、数论(闵嗣鹤、柯召)、代数(华罗庚、段学复、王湘浩)、拓扑学(江泽涵、张素诚)、函数论(陈建功、熊庆来、程民德、李国平、陆启铿、龚升、夏道行)、微分方程论(申又枨、蒋硕民、吴新谋、秦元勳)、积分方程

论(陈传璋)、泛函分析(田方增、关肇直)、概率论、数理统计、运筹学(许宝騄、江泽培、许国志、李修睦)、计算数学(徐献瑜、冯康)、几何学(苏步青、严志达)介绍了五十年代中国数学的成就,由于这部书没有公开出版,所以知者不多。

对于现代数学家的传记或事迹的研究,有较多的成就。周达、姜立夫、熊庆来、陈建功、江泽涵、苏步青、华罗庚、郑之藩、陈荃民、傅种孙、许宝騄、陈景润、闵嗣鹤、谷超豪、李俨、钱宝琮等都有人从不同的角度为他们写了详略不等的传记。

六、总体研究与数学史教育

对于怎样研究中国数学史的问题,严敦杰、关肇直、李迪等都提出过看法。1954年严敦杰建议:①重新编写一本中国数学史著作,要观点正确、内容系统,可以集体执笔。②出版中国古典数学著作,进行专题研究。③翻译苏联数学史著作。关肇直在肯定前人工作的前提下对怎样研究中国数学史问题,从内容上提出一些意见:①数学史研究一方面说明数学是从人类生产直接需要中产生的,另一方面也决不能把数学发展中的每一步骤都从直接生产需要找到根据。②数学史的研究应当着重说明数学基本概念的形成和发展过程。③要研究我国数学发展中唯物论同唯心论的斗争。④要着重研究我国数学的特点以及这些特点同一般文化史、哲学史以及当时的经济基础的关系。⑤反对低估、轻视乃至抹杀中国数学遗产的倾向,同时也要全面注意中国数学同其他国家的相互影响。李迪于1959年认为中国数学史研究存在这样一些问题:①严重的厚古薄今现象,②对于历代数学成就的评价有些是不适当的。③对于历代遗留下来的一些错误观点没有进行应有的批判。④还没有摆脱传统的研究方法。

对于中国古代数学的评价和意义,顾今用、沈康身等都提出过看法,顾今用认为从西汉初年以后的一千多年中中国数学在世界上一直居于主导地位并在许多主要的领域内遥遥领先,并且还认为“近代数学之所以能够发展到今天,主要是靠中国的数学,而非希腊的数学,决定数学历史发展进程的主要是中国的数学而非希腊的数学。”沈康身指出:以前不少人以为数学知识是外国货,但事实上在数学发展的第一个阶段中,各个领域内都有中国的成就,同时影响着外国,并举古算题为例说明对日本、朝鲜、中亚、欧洲、印度的影响。都给出了肯定的评价。

对于中国古代数学兴衰原因的探讨以及社会对数学发展的作用,钱宝琮、沈康身、王尧、李迪、梁宗巨和梅荣照、郭金彬、乐秀成等都发表过意见。钱宝琮讨论了宋元时代数学与道学的关系,认为道家的“格物致知”说,不能推动自然科学的进展,“象数学”也无助于数学的发展,但是道学不能阻碍数学的突飞猛进。明代初年以后,程朱理学和陆九渊的心学对数学的发展就起了严重阻碍作用。沈康身通过算术、代数、几何等方面的

史实说明中国数学在实践中由原始材料上升成为理论。王尧认为中国数学的产生和发展依赖于实践,劳动人民是数学史的真正主人,并且讨论了阶级斗争和路线斗争对数学发展的关系。李迪批判了中国数学起源于“河图洛书”的传统说法。梁宗巨认为从元代后期(1314年起算)起中国数学发展呈现中断现象,并着重从社会因素提出中断原因:

①知识分子政策不好;②科举制度阻碍数学的发展;③文化专制及其他原因。梅荣照则提出不同的看法,他认为促进数学的发展有两个原因,一是社会原因,二是数学内部原因。并认为数学某些内容可以超过社会时代而产生。

中国数学史教育有了较大的发展,五十年代初期把数学史教育写进中学教学大纲,做为爱国主义思想教育的内容。钱宝琮、程廷熙曾在北京师范大学、华东师范大学等校讲授过中国数学史。近几年来,在杭州大学、苏州大学、内蒙古师范大学、西北大学、上海师范学院、山西大学、北京师范大学等院校先后开设数学史必修课或选修课,有的编有讲义,但都未出版,而山西大学讲世界数学史,有的还中外混合讲授。数学史专题讲座是另一条重要方式,例如李俨在北京,钱宝琮在浙江、上海、北京,吴文俊在广西、云南,沈康身浙江、陕西,李迪在内蒙古、陕西,白尚恕在北京,杜石然等在北京,梅荣照在合肥,李兆华在天津等先后共做过数十次报告,数以千计的听众为我国丰硕的数学成果感到自豪。

从1957年开始招收中国数学史研究生,当年中国科学院自然科学史研究室招收了两名,但只有一名读完。1978年,自然科学史研究所和内蒙古师范学院各招两名,前者还有一名代培生,都已毕业。1981年、北京师范大学,1982年杭州大学、内蒙古师范学院等院校先后招收了一批中国数学史研究生,辽宁师范学院招收了世界数学史研究生。经中华人民共和国国务院批准:自然科学史研究所、北京师范大学、内蒙古师范学院和辽宁师范学院从1981年1月1日起有权授予数学史硕士学位,严敦杰为博士研究生指导教师。1978年入学的研究生都获得了硕士学位,这是有史以来,中国培养出来的第一批中国数学史硕士生。

台湾省的学者对中国数学史也做了不少研究,但因了解不全,故未列入。

1982年7月初稿

1982年11月二稿

1983年10月三稿

“其率术”辨

李 继 闵

其率术与反其率术（后世通称“贵贱之术”）见载于《九章算术》“粟米”章末尾九问。其设问造术颇为奇特，列于“粟米”却又与“今有”之术不类，《九章》之后罕见于经籍。后人多方揣测，但仍有不少疑义，似乎成了中算史上一个难解之“谜”。

自清代焦循（1763—1820）等人探讨百鸡术^[1]以来，其率术开始引起中外数学史家的兴趣。近代，三上义夫^[2]、Э.И.别列兹金娜^[3]等人都曾对此作出解释。新近，由于对古代比率理论的研究，其率术又重新受到注意^[4,5]。特别是最近的研究表明，“其率”的概念与方法在古代的中算理论中有过重要的发展与应用^[6]，因而对其率术之意义有深入明辨之必要。

一、关于“其率术”各种解释的简评

关于其率术，焦循在《加减乘除释》中首先提出“百鸡术本于贵贱之术”的说法。

传本《张邱建算经》百鸡问题原术仅十五个字，又缺少刘孝孙的细草，后人很难体会这一解法的要领。^[7]宋元丰七年秘书省刻书时，“将算学教授谢察微拟立术草，剋新添入”。焦循从算法的角度来探讨此百鸡“补术”：

“置钱一百在地，以九为法除之，得鸡母之数。不尽者，反减下法，为鸡翁之数。”将此对照《九章算术》之其率术：

“置所买以为法，以所率乘钱数为实。实如法而一。不满法者，反以实减法。法賸，实贵。”

从演算程序来看，二者的主要步骤雷同，皆由二数相除，再以所得余数去减除数。据此，焦循推断，“所谓不尽反减下法者，似本诸粟米贵贱之术。”^①虽然从语气上焦氏亦未敢完全肯定，但这种“百鸡术本于贵贱之术”的说法便由此而生，并广为流传。

其实，“百鸡术本于其率术”之说似是而非。焦循未深究算理，仅从演算步骤的类似

① 见文献[1]卷六，第十一面。

性作出推论,未必符合谢察微“补术”原意;而“谢察微的解题方法显然是不合理的”,^①这就更无理由断定《张邱建算经》百鸡问题原术与“其率”之间有任何渊源了。^②尽管焦循本人对此说也有疑义,^③指出“补术”“既非经旨,亦非通术”,但后人未细读焦循之书,抓住只言片语,致使“百鸡术本于其率术”之说谬种流传。这便成为其率术乃“共价买共物”的不定问题之误解的历史根源。

最先明确提出其率术为“不定解析问题”说法的,是日本著名数学史家三上义夫。

《中国算学之特色》一书用近代数学观点与方法解释中国古算。在书中,三上义夫将“粟米”第38问^④的其率问题归结为不定方程式

$$x + y = 78,$$

$$xu + yv = 576$$

求整数解问题。而认为“粟米”第45问的反其率问题乃相当于不定方程式

$$x + y = 2100,$$

$$\frac{x}{u} + \frac{y}{v} = 620$$

求整数解的问题。

三上义夫用现代数学符号来表述其率问题,从算理方面进行探讨,这无疑比焦循进了一步。但是,他未弄清“其率”的涵义,对题目中的“欲其贵贱率之”这句关键性的话置之不理,仅从“共物”与“共价”之数来列方程,这种简单化的做法自然违背设问之原意。正因为如此,其“不定解析问题说”会遭到下述诘难:

其一,其率术既是不定方程整解问题,为何《九章》所列九问皆只给出一组解?

其二,其率术既属不定解析,为何列于专讲比率算法的“粟米”章内?

为了解答后一疑问,三上义夫竟说,其率列于粟米,“此盖错简之一适例也。”然而“错简”之说毫无根据,恰恰相反,其率术以“率”命名,可见《九章》的作者认定它应归属于比率算法之内的。

Э.И.别列兹金娜从“带余除法”(Целение с Остатком)的应用的角度来研究其率术。

《古代中国数学》一书第三部分第三章有专门一节详细讨论其率与反其率问题。该书采用现代数学符号,将其率与反其率问题分别概括为不定方程

① 此系钱宝琮《张邱建算经提要》语。

② 百鸡术另有所由,这在文献[13]中有专门考证。

③ 在文献[1]卷四中,焦循又提出“今有贵贱差分之术,即粟米章贵贱之术。”而所谓“贵贱差分”已非不定解析之法,并且与“贵贱之术”有异。对此我们将另有专文详述。

④ “粟米”第38问及第45问之题术,可见下文。