

自然科学

自然科学

首都师范大学四十周年校庆

学术论文选



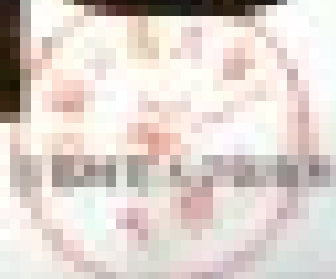
首都师范大学出版社

自然科學

自然科學

首都师范大学四十周年校庆

学术论文选



首都师范大学 40 周年校庆

学 术 论 文 选

(自然科学)

首都师范大学出版社

(京)新 208 号

图书在版编目(CIP)数据

首都师范大学四十周年校庆学术论文选:自然科学。

北京:首都师范大学出版社,1994.9

ISBN 7-81039-484-3

I. 首… II. ■. 自然科学-文集 IV. N53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (94) 第 08960 号

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)

国防工业出版社印刷厂印刷 全国新华书店经销

1994 年 9 月第 1 版 1994 年 9 月第 1 次印刷

开本 850×1168 1/32 印张 12.125

字数 320 千 印数 0 001-1 700 册

定价 9.80 元

序

为了纪念首都师范大学建校四十周年，我们出版了两本论文选：人文社会科学一本、自然科学一本。作为毕生在首都师范大学工作的一名老教师，我想借此机会对我校的科研工作做一简单的回顾，并试做一些展望。

首都师范大学是在1954年创建的，建校初期，学校的主要精力放在稳定教学秩序上，科学研究尚未提上日程。此外，某些领导和教师对科学研究的重要性，也认识不足。经过几年的建设，科学研究逐步开展起来，但不久又受到了十年动乱的冲击，完全停顿下来。

党的十一届三中全会的召开，标志着我国进入了改革开放的新的历史时期，我校的科研工作也随之进入了一个迅速发展的阶段。现在，我校已经有10个研究所、5个研究中心、60个研究室，涌现出一批有较高学术造诣的学科带头人和科研能力较强的骨干，并逐步形成了一些具有特色和优势的学科，共计9个市级重点学科、25个校级重点学科。这些研究机构和重点学科在我校的科研工作中发挥了骨干核心作用。

近十年来，我校先后承担国家和部委省市级重大项目和重点项目100多项。目前在研项目共计403项，其中国家级35项，部委省市级38项，厅局级97项，校级233项。十年来，出版各类著作1640部，发表论文4067篇，科研成果增加了近十倍。获得部委省市级以上奖励131项。

科学研究与教学是相互促进的。认真搞好教学工作，教学相长，就能在教学的过程中不断发现有价值的科研课题。反转过来，提高科学研究水平，把科学研究的新成果不断反映到教学中去，才

能有高质量的教学,而不是讲稿“数十年如一日”,“炒冷饭”。要想把首都师范大学办成第一流的大学,争取早日进入“211工程”,我们必须既重视教学,又重视科研。鉴于我校科学研究起步较晚,底子较薄,今后必须大力加强科研工作,尤其要努力提高科学研究的水平,产生一批高质量的科研成果。在以往的四十年中,我们已经取得了相当的成绩,但与先进的兄弟院校相比,不论在数量上还是在质量上,都还有不小的差距。我们没有理由自满,必须急起直追。可喜的是:我校有一批中青年教师已经脱颖而出。我相信,在老教师的带领下,他们必能青胜于蓝,攀登科学的高峰,开创出首都师范大学科学研究工作的新局面。

齐世荣

1994年7月4日

目 录

余代数的 co-Frobenius 扩张及其同调

性质 数学系 陈家鼎 (1)

带有非退化不变对称双线性型的有限

维可解李代数 数学系 卢才辉 (8)

四元数矢丛的辛 Pontrjagin 示性式和

它的积分公式 数学系 梅向明等 (25)

Half-transitive graphs of Order a

Product of Two Distinct Primes

..... 数学系 王汝辉 (38)

On the number of mutually complemen-

tary equivalence relations on an

infinite set 数学系 王尚志等 (56)

关于紧序数空间可数次箱积的仿紧性

..... 数学系 杨守廉 (59)

C^n 中有界域的解析自同胚群

..... 数学系 殷慰萍 (73)

L-Fuzzy Unit Interval and Fuzzy

Connectedness 数学系 郑崇友 (84)

关于相对论单电子磁轭致辐射的角谱

分布计算 物理系 安树元 (89)

全自动合成全息摄影系统的研究

..... 物理系 傅怀平等 (98)

中国建造太阳池的区划初探

..... 物理系 李申生等 (104)

动力学泡利效应在 Dyson 映像中的等

价性描述 物理系 邵 彬 (112)

非均匀磁场探测线圈的设计

..... 物理系 刘占存等 (115)

量子论的建立和发展

..... 物理系 王德云 (122)

高灵敏度红敏光致聚合物全息记录介质的成像特性·····	物理系	张光勇等(130)
中草药中微量元素形态分析方法研究·····	化学系	樊祥熹等(140)
中学化学实验的设计与改进·····	化学系	贺湘善 (147)
有机立体电子效应中的轨道相互作用过程·····	化学系	金增瑗等(154)
PMBP 负载泡塑萃取微量 La^{3+} 和 Sc^{3+} ·····	化学系	孔繁荣等(162)
溴代聚苯乙烯的合成·····	化学系	张永华等(169)
测定金属离子在氧化物悬浊液中吸附速率常数的一种新方法——ASV法·····	化学系	虞慰曾等(173)
百花山自然保护区鸟类群落结构和垂直分布的研究·····	生物系	陈 卫等(180)
Effects of Inhibin on Progesterone Secretion From Human Placental Chorion of First Trimester Pregnancy ···	生物系	高德伟等(191)
Application of Microwave Treatment for Cell Lysis in Screening of Transformed Colony of <i>Anabaena azollae</i> by <i>in situ</i> Hybridization ·····	生物系	刘祥林等(199)
小麦×玉米的受精作用和胚胎发育·····	生物系	王景林等(206)
草鱼饲料的酶学基础研究·····	生物系	王履庆等(215)
生物氮和磷去除的能量控制·····	生物系	杨秀山等(221)
北京市房山县岩溶地貌特征与分布规律·····	地理系	毕维铭 (231)
北京市郊区表土和饮水中的氟含量与氟斑牙的关系·····	地理系	邓厚培 (241)

气候相似距分类与柯本气候分类的对 比研究.....	地理系	刘桂莲 (251)
The study of gapedge effect of the for- est communities in Jinyun mountain of Sichuan, China	地理系	奚为民等(258)
树木物候期之间的相关、回归分析	地理系	杨国栋等(270)
北京地区冷暖年与干湿年关系的研究	地理系	张起仁 (278)
北京前山区果树带水资源条件的研究	地理系	张仲德 (287)
银微粒表面吸附若丹明 B 分子荧光增 强和淬灭的研究.....	实验中心	方 炎等(295)
Synthesis and Structural Characteriza- tion of Low-Valent Group V Phosp- hine Complexes	实验中心	刘顺诚 (302)
Preparation and Structural Characteri- zation of $[Cd(2-SC_5H_3NH-3-$ $SiMe_3)_2I_2]_2$	实验中心	朱慧哲等(337)
五行模型对人体“开放性”的描述	生物信息科学研究所	杨俭华等(344)
论体育教学中的优化控制.....	体育教研部	何永超 (348)
体育教学中反馈时间的研究.....	体育教研部	王皋华 (356)
编辑系统的结构与功能.....	学报编辑部	苏 镇等(362)
电火花成形机电气系统可靠性初 探.....	半导体器件厂	魏董明等(373)
编后记.....		(380)

余代数的 co-Frobenius 扩张 及其同调性质

数学系 陈家鼎

[2]和[6]讨论了 co-Frobenius 余代数及其同调性质。[5]则把 Frobenius 代数推广为投射的 Frobenius 扩张并得到一系列关于它们的相对意义的同调性质。本文应用[2]和[5]中的方法引入余代数的 co-Frobenius 扩张的概念并将[2]和[6]中关于同调性质的讨论推广为相对的情形。

本文中 k 表一固定的域。 k 上的向量空间简称为 k -空间, k -空间之间的线性映射简称为 k -同态。 $V \otimes W$ 表示 k -空间 V $\otimes_k W$, $\text{Hom}(V, W)$ 表示 k -空间 $\text{Hom}_k(V, W)$ 。

k -空间 C 称作 (k 上的) 余代数, 若存在 k -同态 $\Delta: C \rightarrow C \otimes C$ 和 $\epsilon: C \rightarrow k$ 满足

$$(I \otimes \Delta)\Delta = (\Delta \otimes I)\Delta \text{ 及 } (I \otimes \epsilon)\Delta = (\epsilon \otimes I)\Delta = \Delta.$$

设 C 是余代数, k -空间 M 称作左 C -余模, 若存在 k -同态 $\rho_M: M \rightarrow C \otimes M$ 满足

$$(I \otimes \rho_M)\rho_M = (\Delta \otimes I)\rho_M \text{ 及 } (\epsilon \otimes I)\rho_M = I.$$

设 M, N 是左 C -余模, 一个从 M 到 N 的余模同态 $f: M \rightarrow N$ 是一个 k -同态并满足

$$(I \otimes f)\rho_M = \rho_N f.$$

从 M 到 N 的余模同态全体作成的 k -空间记作 $\text{Com}_c(M, N)$, 左 C -余模范畴记作 cM 。类似地可定义右 C -余模范畴 M^c 。

$k\text{-Coalg}$, $k\text{-Alg}$, ${}_R M$ 和 $M_{f.d.}^c$ 分别表示 k -余代数、 k -代数、 R -模 (R 是有单位元的环) 和有限维右 C -余模 (即作为 k -空间是有限维的右 C -余模) 的范畴。我们需要下面几个基本的函子:

(1) $F_1: k\text{-Coalg} \rightarrow k\text{-Alg}$. 对任意余代数 C 令 $F_1(C) := C^* = \text{Hom}(C, k)$. 乘法定义为 $\alpha\beta := (\alpha \otimes \beta)\Delta, \alpha, \beta \in C^*$.

(2) $F_2: M^C \rightarrow {}_C M$. 对任意右 C -余模 V 定义 $F_2(V) := V$ 上的 C^* -模结构为 $c^* \rightarrow v := (I \otimes c^*)\rho_V(v), c^* \in C^*, v \in V$. 类似地可定义 $F_2': {}^C M \rightarrow M_{C^*}$. 对于右 C -余模 M, N 我们有 $\text{Com}_C(M, N) = \text{Hom}_{C^*}(M, N)$. 换言之, 可以把 $M^C({}^C M)$ 看作是 ${}_C M(M_{C^*})$ 的全子范畴.

(3) $F_3: {}^C M_{f.d.} \rightarrow M_{f.d.}^C$. 对于任意有限维左 C -余模 N 定义 $F_3(N) := N^*$ 上的右 C -余模结构为 $\rho_{N^*}(n^*) := (I \otimes n^*)\rho_N, n^* \in N^*$, 这里 ρ_{N^*} 由 $N^* \rightarrow \text{Hom}(N, C) \cong N^* \otimes C$ 诱导.

为了进行下面的讨论, 我们首先引入余模的余张量积的概念^[2,6].

定义 1^[2,6] 设 $M^C, {}^C N$ 是 C -余模. M 和 N 的余张量积 $M \square_C N$ 定义为以下同态的核.

$$\rho_M \otimes I - I \otimes \rho_N: M \otimes N \rightarrow M \otimes C \otimes N$$

注 (1) $-\square_C -: M^C \times {}^C M \rightarrow M_k$ 是左正合的、加法的正变函子.

(2) 若 M 是 (C, D) -双余模, 即 M 有左 C -余模结构 $\rho_l: M \rightarrow C \otimes M$ 和右 D -余模结构 $\rho_r: M \rightarrow M \otimes D$ 且 $(I \otimes \rho_r)\rho_l = (\rho_l \otimes I)\rho_r$. 则对于任意 $N \in {}^D M$, 同态 $\rho_l \otimes I: M \otimes N \rightarrow C \otimes M \otimes N$ 把 $M \square_D N$ 作成左 C -余模, 并且易知它是 $M \otimes N$ 的子余模. 类似地对于任意 $L \in M^C, L \square_C M$ 是 $L \otimes M$ 的一个右 D -子余模.

(3) 对于任意 $M \in M^C, N \in {}^C M, M \square_C C \cong M$ 通过 $m \otimes c \mapsto \epsilon(c)$ $m; C \square_C N \cong N$ 通过 $c \otimes n \mapsto \epsilon(c)n$.

(4) 若 $M \in M^C, N \in {}^C M_{f.d.}$, 则 $M \square_C N \cong \text{Com}_C(N^*, M)$ 是规范同构.

现在来引进 co-Frobenius 余代数和 co-Frobenius 扩张的概念. 首先注意到, 若 $\alpha: C \rightarrow D$ 是余代数同态, 则任意 C -余模 V 也是 D -余模, 因为 V 上的结构同态 $V \rightarrow V \otimes C$ 自然过渡到 $V \rightarrow V \otimes D$, 通

过 $I_V \otimes \alpha$ 。

定义 2 C 叫做右 co-Frobenius 余代数, 若存在一个 C^* -右模单同态 $\theta: C \rightarrow C^*$, 左 co-Frobenius 余代数可以相似地定义。

注 一个有限维余代数 C 是 co-Frobenius 的, 当且仅当 C^* 是一个 Frobenius 代数。后者是左、右对称的。

定义 3 设 C, D 是余代数, $\alpha: C \rightarrow D$ 是余代数同态。 (C, D) 叫做右 co-Frobenius 对, 如果以下条件成立:

$$(r1) \operatorname{Hom}_{D^*}(C \cdot C_D^*, D_D^*) \cong_{D^*} C C^*,$$

(r2) C 作为右 D -余模是有限余生成内射的。 (C, D) 叫做一个(余)扩张, 如果 α 是单(满)同态。左 co-Frobenius 对可以相似地定义。

注 (1) (C, D) 若是右 co-Frobenius 对, 则 (C^*, D^*) 是一个右 Frobenius 对(或 Frobenius 扩张, 若 D^* 是 C^* 的子代数^[6])。

证 我们只须验证 C_D^* 是有限生成投射的。由于 C 是有限 D -余生成的, 存在 M^D 中因而 ${}_D M$ 中的分裂正合列 $0 \rightarrow C \rightarrow D^n$, $n \in \mathbb{N}$ 。它诱导 M_D^* 中的分裂正合列

$$(D^*)^n \rightarrow C^* \rightarrow 0, \quad (T)$$

D^* 因而 $(D^*)^n$ 是 D^* -投射的, 由列 (T) 的分裂可知 C_D^* 是有限生成投射的。

(2) 若 C, D 是有限维的, 则 (C, D) 是右 co-Frobenius 的, 当且仅当 (C^*, D^*) 是 Frobenius 的。因为用(1)中的论证可得到 $C^{**} \in {}_{D^{**}} M$ 是有限生成内射的, 因此 $C \in M^D$ 是有限余生成内射的。特别地, (C, k) 是右 co-Frobenius 的, 当且仅当 C 是有限维右 co-Frobenius 余代数。

一个 C -余模 V 分别叫做内射的或投射的, 若 $\operatorname{Com}_C(-, V)$ 或 $\operatorname{Com}_C(V, -)$ 是正合函子。由于 M^C 可以嵌入到 ${}_C M$ 中, ${}_C M$ 中的内射性或投射性可导出 M^C 中的内射性或投射性。逆命题仅当余模是有限维时成立^[2]。

设 $\alpha: C \rightarrow D$ 是余代数同态。列 $0 \rightarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$ 叫做 $(C,$

D)-分裂的若它在 $\mathbf{M}^C$ 中是正合的并且在 $\mathbf{M}^D$ 中分裂。一个右 C -余模 V 分别叫做是 (C, D) -内射的或 (C, D) -投射的, 若对于任意 (C, D) -分裂列

$$0 \rightarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0,$$

列 $0 \rightarrow \text{Com}_C(M'', V) \rightarrow \text{Com}_C(M, V) \rightarrow \text{Com}_C(M', V) \rightarrow 0$,

或列 $0 \rightarrow \text{Com}_C(V, M') \rightarrow \text{Com}_C(V, M) \rightarrow \text{Com}_C(V, M'') \rightarrow 0$

在 $\mathbf{M}_k$ 中是正合的。

若 C 是有限维余代数, 则 $C \in \mathbf{M}_{f.d.}^C$, 利用函子 F_3 我们可以得到[2]中的一个证明简化了的命题。然后我们可以得到 co-Frobenius 扩张的性质, 它对于其同调性质是关键。

命题 1(Doi) 设 $V \in \mathbf{M}^C$, C 是有限维的, 设 $j: C \rightarrow D$ 是嵌入, 则以下叙述是等价的:

(a) V 是 (C, D) -内射的;

(b) 任意 (C, D) -分裂的 C -余模列

$$0 \rightarrow V \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow 0$$

是 C -分裂的,

(c) V 同构于 $V \square_B C$ 的一个 C -直和项。

证 (a)和(b)的等价性是显然的。

(b) $\Rightarrow$ (c)。考虑 $\mathbf{M}^C$ 中的正合列

$$0 \rightarrow V \xrightarrow{j} V \square_B C, \quad (\text{S})$$

其中 f 是 $V \xrightarrow{\varphi} V \square_C C \xrightarrow{\lambda} V \square_B C$ 的合成, λ 是嵌入。为了证明 V 作为 C -余模同构于 $V \square_B C$ 的一个直和项我们只须证明列(S)是 D -分裂的, 因为由(b) D -分裂性可以提升为 C -分裂性。考虑 D -余模同态 $g := I \otimes j: V \square_B C \rightarrow V \square_B D \xrightarrow{\psi} V$, 其中 j 是嵌入 $C \hookrightarrow D$, 则对于任意 $v \in V$, $\phi g f(v) = \phi g \lambda \psi(v) = \phi g(\epsilon(c))^{-1}(v \otimes c) = \phi(\epsilon(c))^{-1}(v \otimes j(c)) = (\epsilon(c))^{-1} \epsilon(j(c))v = v$, 即 $\phi g f = I_V$ 。因此(S)是 D -分裂的。

(c) $\Rightarrow$ (a). 考虑上面的列(S). 只须证明 $V \square_D C$ 是 (C, D) -内射的. 但

$${}_C \cdot (V \square_D C) \cong {}_C \cdot \text{Com}_D(C^*, V) = {}_C \cdot \text{Hom}_D({}_D \cdot C^*, {}_D \cdot V),$$

而后者由关于模的熟知结果^[1,3]是 (C^*, D^*) -内射的, 因此 $V \square_D C$ 是 (C, D) -内射的.

命题 2 设 (C, D) 是右 co-Frobenius 扩张且 C 是有限维的. 则对于任意 $V \in \mathbf{M}^C$ 我们有

V 是 (C, D) -内射的 $\Rightarrow V$ 是 (C, D) -投射的.

证 由命题 1, V 同构于 C -余模 $V \square_D C = \text{Com}_D(C^*, V)$ 的一个直和项. 因此 ${}_C \cdot V$ 同构于 $\text{Hom}_D({}_D \cdot C^*, {}_D \cdot V)$ 的一个直和项. 由 (r1) 后者同构于 $\text{Hom}_D(\text{Hom}_D({}_C \cdot C_D^*, {}_D \cdot V), {}_D \cdot V) \cong C^* \otimes_D V$, 因为 C_D^* 是有限生成投射的因而我们可以直接应用[1]或[3]中的结果. 命题 1 的关于模的对偶论述^[1,3,5]断言 ${}_C \cdot V$ 是 (C^*, D^*) -投射的, 因而是 (C, D) -投射的.

推论 设 (C, D) 同上且 D 也是有限维的. 若 D 是右 co-Frobenius 的, 则 C 也是的. 特别地, 若 D 是自投射的, 则 C 也是的.

证 过渡到 C^*, D^* 及 Frobenius 对 (C^*, D^*) . 在那里, 对偶论述是熟知的^[5].

以下设定 C, D 都是 co-Frobenius 余代数, C 是有限维的, (C, D) 是 co-Frobenius 扩张. 这时 $\mathbf{M}^C$ 和 $\mathbf{M}^D$ 都是有足够的投射对象的^[2,6], 从而可以考虑 $\mathbf{M}^C$ 和 $\mathbf{M}^D$ 中对象的投射和内射维数. 对于任意 $V \in \mathbf{M}^C$ 记 $\text{Com}_C(V, -)$ 和 $\text{Com}_C(-, V)$ 的导出函子分别为 $\text{Ext}_C^i(V, -)$ 和 $\text{Ext}_C^i(-, V)$, $i \in \mathbf{N}$. $d(V)$ 和 $cd(V)$ ($d_{(C,D)}(V)$ 和 $cd_{(C,D)}(V)$) 分别表示 V 的右(相对)投射维数和内射维数. $\text{Dim}(C)$ 和 $\text{Dim}(C, D)$ 分别表示 C 和 (C, D) 的右整体维数.

命题 3 设 C, D 如上. 则 $\text{Dim}(C, D) = 0$ 或 ∞ .

证 我们证明, 对于任意 $W \in \mathbf{M}^C$, 若 $cd_{(C,D)}(V) \leq m < \infty$, 则 V 是 (C, D) -投射的. 用归纳法证明. $m=0$ 的情形是显然的. 设命题已对一切 $m \leq n-1$ ($n \geq 1$) 成立. 设 V 满足 $cd_{(C,D)}(V) \leq n$. 考

考虑 M^C 中列

$$0 \rightarrow V \xrightarrow{f} V \square_D C \rightarrow W \rightarrow 0, \quad (U)$$

其中 $W := \text{coker } f$, f 是命题 1 证明中所定义的同态。在那里我们已看到 (U) 是 (C, D) -分裂的, $V \square_D C$ 是 (C, D) -内射的。因此 $cd_{(C, D)}(W) \leq cd_{(C, D)}(V) - 1$ 。由归纳假设 W 是 (C, D) -内射的。由命题 2, W 是 (C, D) -投射的。因而列 (U) 在 M^C 中分裂从而 V 同构于 $V \square_D C$ 的一个直和项。因此 V 是 (C, D) -内射的。

命题 4 设 C, D 如上。若 $V \in M^C$ 是 (C, D) -内射的, 则

$$cd_C(V) = cd_D(V).$$

证 我们先证 $cd_C(V) \geq cd_D(V)$ 。为此只须证 V 的任意 C -内射分解也是 D -内射分解。任意 C -内射余模 X 是某个余自由余模, 即 C 的同构像直积的直和项。由于 C^D 是内射的 ((C, D) 是 co-Frobenius 扩张) 且直积是保持内射性的, X 是 D -内射余模的直和项从而也是 D -内射的。

再证 $cd_C(V) \leq cd_D(V)$ 。只须证 $\text{Ext}_C^i(V, W)$ 同构于 $\text{Ext}_D^i(V, W)$ 的一个直和项。由于 V 是 (C, D) -内射的, 它同构于 $V \square_D C$ 的一个直和项。因此 $\text{Com}_C(V, W)$ 同构于 $\text{Com}_C(V \square_D C, W)$ 的一个直和项。但后者同构于 $\text{Com}_D(V, W)$ ([2], 命题 6)。由于 C -内射分解也是 D -内射分解, 知 $\text{Ext}_C^i(V, W)$ 同构于 $\text{Ext}_D^i(V, W)$ 的一个直和项。

命题 5 设 C, D 如上。设 $V \in M^C$ 分别是有限内射维或有限投射维的, 即 $cd_C(V) < \infty$ 或 $dc_C(V) < \infty$ 。则分别有

(a) $cd_C(V) = cd_D(V)$ 或

(b) $dc_C(V) \leq dc_D(V)$; 若 D 是有限维的, 则等号成立。

证 (a) 设 $cd_C(V) = n < \infty$, $W \in M^C$ 且 $\text{Ext}_C^n(W, V) \neq 0$ 。对于 W 考虑命题 3 证明中的列 (U)

$$0 \rightarrow W \xrightarrow{f} W \square_D C \rightarrow X = \text{coker } f \rightarrow 0. \quad (Y)$$

由前提, $\text{Ext}_C^{n+1}(X, V) = 0$ 。因此 (Y) 诱导正合列

$$\mathrm{Ext}_C^2(W \square_D C, V) \xrightarrow{\varphi} \mathrm{Ext}_C^2(W, V) \xrightarrow{\delta} \mathrm{Ext}_C^{2+1}(X, V) = 0,$$

其中 δ 是联接同态。因此 φ 是满同态。由于 $\mathrm{Ext}_C^2(W, V) \neq 0$, 有 $\mathrm{Ext}_C^2(W \square_D C, V) \neq 0$ 。但后者如前指出地, 同构于 $\mathrm{Ext}_D^2(W, V)$ 。这样就有 $cd_C(V) \leq cd_D(V)$ 。命题 4 中已证明逆方向在 V 不带特殊条件时也是成立的。

(b) 在以上证明中调换 V 和 W 的位置, 用相似的方法就可以证明。

(原载数学年刊, 第 12 卷, A 辑, 第 5 期, 1991.)

参 考 文 献

- [1] Cartan, H. and Eilenberg, S., Homological Algebra, Princeton Univ. Press, Princeton, 1956.
- [2] Doi, Y., Homological coalgebra, *J. Math. Soc. Japan*, 33:1(1981), 31—50.
- [3] Hochschild, G., Cohomology of algebra, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 82(1956), 246—269.
- [4] Gopalakrishnan, N. S., Ramabhadran, N. and Sridharan, R., A note on the dimension of modules and algebras, *J. Indian Math. Soc.*, 21(1957), 185—192.
- [5] Kasch, F., Projektive Frobenius-Erweiterungen, *Sitzungsber. der Heidelberger Akad. der Wissenschaften*, 1960/61, 89—109.
- [6] Lin, I. P., Semiperfect coalgebras, *J. Algebra*, 49(1977), 357—373.
- [7] Sweedler, M. E., Hopf Algebras, Benjamin, New York, 1969.
- [8] M. Takeuchi, Formal schemes over fields, *Comm. Algebra*, 5(1977), 1483—1528.

带有非退化不变对称双线性型的 有限维可解李代数

数学系 卢才辉

定义 1 g 是复数域上任一有限维李代数, 若对 $\forall x \in g, \text{ad} x$ 在若当分解中的半单纯分量及幂零分量都是 g 的内微分, 则 g 称为可裂的 (splitable) 李代数。

本文讨论的李代数 g 是复数域 $\mathbb{C}$ 上带有非退化的不变对称双线性型 $(\cdot | \cdot)$ 的可裂的有限维可解李代数。由于交换李代数没什么可讨论的。因此不妨假定 g 是非交换的可解李代数。

我们暂不附加“可裂的”这个条件。

定理 1 若 g 是 $\mathbb{C}$ 上 n 维非交换可解李代数, 带有非退化的不变对称双线性型 $(\cdot | \cdot)$ 。则:

(1) g 的中心 $Z \neq 0$; (2) $n \geq 4$; (3) Z 中含有迷向元素 c , 即: $(c|c)=0$ 。

证 (1) 因为 g 可解, 故有一维理想 $\mathbb{C}c$ 。于是对 $\forall x \in g$, 有

$$[x, c] = \lambda(x)c, \lambda(x) \in \mathbb{C}。$$

由 $(\cdot | \cdot)$ 的不变性可得

$$\lambda(x)(c|y) + \lambda(y)(x|c) = 0, \forall x, y \in g, \quad (1)$$

在 (1) 式中取 $x=y$, 可推出

$$\lambda(x)(x|c) = 0, \forall x \in g。$$

由 $(\cdot | \cdot)$ 的非退化性, 可知存在 $x_0 \in g$, 使 $(x_0|c) \neq 0$, 代入上式可得:

$$\lambda(x_0) = 0。$$

再将此结果代入 (1) 式中 (即取 $x=x_0$), 得

$$\lambda(y) = 0, \forall y \in g。$$