专家指导中小学总复习丛书

九年义务教育

初中数学总复习

北京大学出版社

专家指导中小学总复习丛书

初 中 数 学 总 复 习

主编　薛川坪
审订　贺信淳　明知白
撰稿　单志惠　孙罗丽
　　　郭美云　张欣之
策划　薛川东　张彬福　马辛民

北 京 大 学 出 版 社
北　京

书　　名：初中数学总复习
著作责任者：薛川坪
责任编辑：王明舟
标准书号：ISBN 7-301-03011-8/G·353
出版者：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
电　　话：出版部62752015　发行部62559712　编辑部62752032
排印者：北京经纬印刷厂印刷
发行者：北京大学出版社
787×1092毫米　32开本　12.25印张　260千字
1996年3月第一版　1996年11月第二次印刷
定　　价：12.00元

前　言

这套丛书是配合贯彻落实九年义务教育教学大纲和九年义务教育教材的教学、考试而编写的。

整套书由全国著名的特级教师指导、审订；编写者或是教学研究人员，或是重点学校有丰富教学经验的教师。其中多人参加过九年义务教育教学大纲的研讨、宣讲以及义务教材的编写。

每一科的复习分为复习要点、有关知识、精要练习、参考答案、模拟试题等几个部分，根据科目的不同，这几部分的名称也略有变化，为的是紧密结合各科教学内容的实际情况，方便同学们使用。

这套丛书的主要特点是：

知识梳理与讲解系统精要。每一科在复习重点后面，针对小学阶段或中学阶段所学知识的内容进行梳理与讲解。根据教学大纲的内容和要求，梳理和讲解的这些知识，内容系统、精要，便于同学们在短时间里高效率的掌握所学知识的重点，同时又适用于不同版本的教材。

训练题目丰富、切实有效。为了提高同学们的复习效率和考试成绩，本套丛书所设计的练习题，内容覆盖面广，题型比较新颖、多样。这些题目，侧重能力训练，而且注意有关知识的运用，从知识和能力两方面，使同学们的复习都有切实的收获；除了教材规定内容的复习以外，还设计了一部分课外相当水平的练习题，以帮助同学们提高能力，体现素质教育的要求；由于题型多样，这就便于适应多种形式的考

题；所设计的每一道题都具有有效的复习作用，因此，复习可能达到事半功倍的效果。

模拟试题具有升学考试预演价值。本套丛书各册都设计了三至四套模拟升学考试的试题。这些试题，努力体现九年义务教育教学大纲的内容和要求，针对性强，大多是同等水平测试题目中比较典型的题目，同学们按要求做好这些模拟试题，既能够检测复习效果，又对提高升学考试成绩具有实际的作用。

以上的几部分内容之间，体现了“以知识为先导，以实践为主体，以实践能力的养成为依归”的科学的教学指导思想，它同样也是复习的指导思想。我们相信按照这样的指导进行复习，同学们一定会取得满意的复习效果。

预祝同学们取得优异的考试成绩。

编者

1996 年 1 月

目　　录

第一章 实　数

一、基础知识概述

本章知识系统:

- 实数
  - 有关概念
    - 数轴、相反数、绝对值、倒数
    - 分类
      - 有理数
        - 整数
          - 正整数
          - 零
          - 负整数
        - 分数
          - 正分数
          - 负分数
      - 无理数
        - 正有理数
        - 负有理数
  - 运算
    - 加、减、乘、除、乘方、开方的运算法则
    - 运算律
      - $a+b=b+a$;　$(a+b)+c=a+(b+c)$
      - $ab=ba$;　$(ab)c=a(bc)$
      - $(a+b)c=ac+bc$
    - 运算顺序
      - 先乘方、后乘除、再加减.同级运算按照从左至右的顺序进行.有括号时,按顺序先做括号内的运算

1. 实数的有关概念

(1) 实数的分类:

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\left\{\begin{array}{l}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{array}\right\}(\text{有限小数或循环小数})\\ \text{无理数}\left\{\begin{array}{l}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{array}\right\}(\text{无限不循环小数})\end{cases}$$

(2) 数轴:规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

(3) 相反数:a 是实数,a 和 $-a$ 叫做互为相反数.零的相反数是零.

(4) 绝对值:一个实数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离.

一个正数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零.即

$$|a|=\begin{cases}a, & a>0,\\ 0, & a=0,\\ -a, & a<0.\end{cases}$$

(5) 倒数:乘积是 1 的两个数叫做互为倒数.

(6) 实数大小的比较:在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数大.

正数都大于零;负数都小于零;正数大于一切负数;两个正数,绝对值大的较大;两个负数,绝对值大的反而小.

2. 实数有关运算

(1) 运算法则:

加法:同号两数相加,取相同的符号,并把绝对值相加;绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值;互为相反数的两个数相加得零;一个数同零相加,仍得这个数.

减法:减去一个数等于加上这个数的相反数.

乘法:两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘;任何数同零相乘,都得零.

除法:除以一个数等于乘上这个数的倒数(零不能作除数).

两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除;零除以任何一个不等于零的数都得零.

(2) 运算律:

① $a+b=b+a$;

② $(a+b)+c=a+(b+c)$;

③ $ab=ba$;

④ $(ab)c=a(bc)$;

⑤ $a(b+c)=ab+ac$.

(3) 运算顺序:

在运算中先做乘方运算,后做乘除运算,再做加减运算;同级运算按照从左到右的顺序进行;有括号时,按顺序先做括号内的运算.

(4) 近似数与有效数字:

一般地,一个近似数,四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位.

这时，从左边第一个不是 0 的数字起，到精确到的数位上，所有的数字，都叫做这个数的有效数字．

二、典型例题分析及练习

例 1　把下列各数填在相应的集合内：

$-2,\ 1,\ -\frac{1}{6},\ -0.78,\ 0,\ -2.02002,\ 0.618,\ +320,\ -72,\ \frac{22}{7}$．

解　正数集合 $\left\{1,\ 0.618,\ +320,\ \frac{22}{7},\ \cdots\right\}$；

负数集合 $\left\{-2,\ -\frac{1}{6},\ -0.78,\ -2.02002,\ -72,\ \cdots\right\}$；

整数集合 $\left\{-2,\ 1,\ 0,\ +320,\ -72,\ \cdots\right\}$；

负分数集合 $\left\{-\frac{1}{6},\ -0.78,\ -2.02002,\ \cdots\right\}$；

非负整数集合 $\left\{1,\ 0,\ +320,\ \cdots\right\}$．

说明　非负整数集合指正整数和零所组成的集合．在有理数的分类中零既不是正数，也不是负数，但零是整数．因此，在有理数的分类中，没有最小的整数，也没有最小的正数．而有绝对值最小的数是零，有最大的负整数 -1，有最小的正整数 1，有相反数和自身相等的数零．

例 2　在 $-\frac{2}{3}$，$\frac{11}{7}$，$0.030030003\cdots$，$0.\dot{1}\dot{5}$，$\mathrm{ctg}60^\circ$，$\frac{\pi}{2}$ 中，哪些是有理数？哪些是无理数？

解　$-\frac{2}{3}$，$\frac{11}{7}$，$0.\dot{1}\dot{5}$是有理数；$0.030030003\cdots$，$\mathrm{ctg}60^\circ$，$\frac{\pi}{2}$是无理数.

练习题

1. 下列各数哪些属于正数集合？哪些属于负数集合？哪些属于分数集合？哪些属于非负数集合？

$$2,\ +\frac{2}{5},\ -3,\ 2.1,\ 0,\ -12,\ -9.41,\ -27\frac{1}{7}.$$

2. 填空：

(1) 在$\sqrt{8.1}$，-2，3.14，π，$0.\dot{1}$，$\sqrt[3]{-27}$，0，$\sqrt{(-\sqrt{3})^2}$，$0.1010010001\cdots$，$\frac{11}{3}$各数中，属于有理数的有____________；属于无理数的有____________.

(2) 最小的正整数是____；最大的负整数是____；没有倒数的数是____.

(3) 整数和分数统称为______；有理数和无理数统称为______.

3. 判断正误(正确的在括号内画“$\sqrt{}$”，错误的在括号内画“×”)：

(1) 零既不是有理数，也不是无理数.　(　　)

(2) 一个实数不是正数，就是负数.　(　　)

(3) $0.\dot{9}\dot{5}$是无限循环小数，是有理数.　(　　)

(4) $\frac{\sqrt{7}}{2}$含有分数线，是分数.　(　　)

(5) 全体小数所在的集合是有理数集合．（　　）

例 3　回答下列问题:

(1) a 等于 $-a$, 求 a 的值;

(2) $-m<0$, 求 m 的取值范围;

(3) 当 $x-|x|=2x$ 时, 求 x 的取值范围;

(4) 一个数的倒数等于它本身, 求这个数;

(5) 一个数的相反数等于它本身, 求这个数.

解　(1) 因为 $a=-a$, 所以 $a=0$;

(2) 因为 $-m<0$, 所以 $m>0$;

(3) 因为 $x-|x|=2x$, 所以 $|x|=-x$, 因此 $x\leqslant 0$;

(4) 一个数的倒数等于它本身的数有两个, 它们是 1 和 -1;

(5) 一个数的相反数等于它本身的数是 0.

练习题

4. 选择题:

(1) 下面四个命题中正确的是（　　）.

(A) 倒数等于它本身的数只有 1;

(B) 相反数等于它本身的数只有 0;

(C) 平方等于它本身的实数只有 1;

(D) 绝对值等于它本身的数只有 0 和 1.

(2) 若 $|xy|=0$, 则（　　）.

(A) $x=0$;　　(B) $x=0$ 或 $y=0$,

(C) $y=0$;　　(D) $x=0$ 且 $y=0$.

(3) 一个数的相反数与这个数的倒数的和等于 0, 则这个数的绝对值等于（　　）.

(A) 0;　　(B) $\frac{1}{2}$;　　(C) 1;　　(D) 2.

(4) $a-5$ 的相反数是(　　).

(A) $a+5$;　　(B) $-a-5$;

(C) $-a+5$;　　(D) $|a-5|$.

(5) 已知 $|a|=-a$, 那么 a 一定(　　).

(A) 小于零;　　(B) 大于零;

(C) 等于零;　　(D) 小于等于零.

5. 填空:

(1) 实数 a 的倒数为 $\frac{1}{a}$, 则 a 的取值范围________.

(2) $-\frac{3}{2}$ 的相反数的倒数是______; ______的倒数的相反数是 $-\frac{2}{5}$.

(3) 绝对值最小的实数是______.

(4) 若字母 a 表示任意实数, 则它的相反数可表示为______.

(5) 若 $\frac{x}{|x|}=1$, 则 x 的取值范围是______.

6. 判断正误(正确的在括号内画"√", 错误的在括号内画"×"):

(1) 若 $a^2=b^2$, 则一定有 $a=b$. (　　)

(2) 若 $|x|=4$, $|y|=6$, $xy<0$, 则 $|x-y|=10$. (　　)

(3) 若 m, n 互为相反数, 则它们的和等于 0. (　　)

(4) 若两数互为倒数, 则它们的积为 1. (　　)

(5) 一个有理数的绝对值一定为正数.(　　)

例 4 比较下列各组数的大小:

(1) $-\dfrac{2}{29}$ 和 $-\dfrac{5}{27}$;

(2) π 和 $\dfrac{355}{113}$;

(3) $\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 和 $2+\sqrt{6}$.

解 (1) 因为 $\left|-\dfrac{2}{29}\right|=\dfrac{2}{29}=\dfrac{54}{783}$, $\left|-\dfrac{5}{27}\right|=\dfrac{5}{27}=\dfrac{145}{783}$, 又 $\dfrac{54}{783}<\dfrac{145}{783}$, 所以

$$-\frac{2}{29}>-\frac{5}{27}.$$

(2) 因为 $\dfrac{355}{113}\approx 3.1415929\cdots$, $\pi\approx 3.1415926\cdots$, 所以

$$\pi<\frac{355}{113}.$$

(3) 因为 $(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2=10+2\sqrt{21}$, $(2+\sqrt{6})^2=10+4\sqrt{6}=10+2\sqrt{24}$, 所以

$$(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2<(2+\sqrt{6})^2.$$

又 $\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 和 $2+\sqrt{6}$ 均为正数, $\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 和 $2+\sqrt{6}$ 分别为 $10+2\sqrt{21}$ 和 $10+2\sqrt{24}$ 的算术平方根, 而 $(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2<(2+\sqrt{6})^2$, 所以

$$\sqrt{3}+\sqrt{7}<2+\sqrt{6}.$$

练习题

7. 比较下列各组数的大小:

(1) $-\dfrac{29}{30}$ 和 $-\dfrac{30}{31}$;　　(2) -1.4 和 $-\sqrt{2}$;

(3) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 和 $2-\sqrt{3}$;

(4) 当 $m<n<0$ 时, $|m|$ 和 $|n|$.

例 5　计算: $-2^2+(-2)^2-(-1)^3\times\left(\dfrac{3}{5}-\dfrac{5}{3}\right)\div\dfrac{2}{15}-\sqrt{(-1)^{101}+101}$.

解　原式 $=-4+4+\left(-\dfrac{16}{15}\right)\times\dfrac{15}{2}-10$

$=-8-10=-18.$

说明　在乘方运算中要注意 -2^2 与 $(-2)^2$ 的区别,前者是 2 的平方的相反数,而后者是 -2 的平方,读法和运算结果都不同.

练习题

8. 计算下列各题:

(1) $-1^6-\left[\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times(-2.5)\right]^5+2$;

(2) $-\dfrac{2}{3}\div\dfrac{4}{5}\times(-0.5)\times1.2\div\left(-5\dfrac{1}{4}\right)$;

(3) $(-1)^2-4[-(-0.1)^2]+27\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3$;

(4) $\sqrt{(-2)^2}-\left\{-1^3\times\left[\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2-(3.2-4.7)\div\dfrac{5}{4}\right]\right\}\times0.4$;

(5) $175-\left\{\dfrac{3}{4}-2^2\div\left[\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2+3\div\left(-1\dfrac{1}{3}\right)\right]\times\dfrac{1}{8}\right\}\times(-1)^{41}$.

例 6 化简下列各题:

(1) $\left|\sqrt{3}-2\right|$;

(2) $\sqrt{x^2-10x+25}\quad(x<5)$;

(3) $|a+1|+\sqrt{a^2-2a+1}\quad(-1<a<1)$;

(4) 如图 1-1，化简 $|c-b|-|a-c|+\sqrt{(b+c)^2}$;

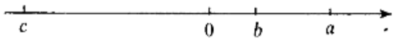

图 1-1

(5) $|3-2a|$;

(6) $\dfrac{\sqrt{a^2-6a+9}}{\sqrt{2-a}}\cdot\sqrt{2-a}$.

解 (1) 原式 $=2-\sqrt{3}$.

(2) 因为 $x<5$, 所以

$$原式=\sqrt{(x-5)^2}=|x-5|=5-x.$$

(3) 因为 $-1<a<1$, 所以

$$\begin{aligned}原式&=|a+1|+\sqrt{(a-1)^2}\\&=|a+1|+|a-1|\\&=a+1+1-a\\&=2.\end{aligned}$$

(4) $\begin{aligned}原式&=|c-b|-|a-c|+|b+c|\\&=b-c-a+c-(b+c)\\&=b-c-a+c-b-c\\&=-a-c.\end{aligned}$

(5) 当 $3-2a>0$, 即 $a<\dfrac{3}{2}$ 时, $|3-2a|=3-2a$;

当 $3-2a=0$, 即 $a=\dfrac{3}{2}$ 时, $|3-2a|=0$;

当 $3-2a<0$, 即 $a>\dfrac{3}{2}$ 时, $|3-2a|=2a-3$.

(6) 由题意, 得 $a<2$. 因此

$$\text{原式}=\frac{\sqrt{(a-3)^2}}{\sqrt{2-a}}\cdot\sqrt{2-a}=3-a.$$

说明　关于算术平方根和绝对值的化简问题, 要认清题目中所给的条件. 若题目本身没有直接给出条件, 要注意隐含条件, 然后进行化简; 若隐含条件也没有, 则需要讨论.

练习题

9. 化简下列各题:

(1) $|\sqrt{5}-4|$;

(2) $\dfrac{2}{x-y}\cdot\sqrt{\dfrac{x^2-2xy+y^2}{2}}$　$(x<y)$;

(3) $\sqrt{4a^2-12a+9}-|2a+1|$　$(2a+1<0)$;

(4) $\sqrt{(x-2)^2}-|1-x|$　$(1<x<2)$;

(5) $\left|3-\sqrt{(3+a)^2}\right|$　$(a<-6)$;

(6) $|2-a|$.

例 7　已知: $\sqrt{x+2}+\dfrac{1}{2}|x+y-6|=0$, 求 x^2+y.

解　因为 $\sqrt{x+2}\geqslant0$, $\dfrac{1}{2}|x+y-6|\geqslant0$, 且它们的和等于