

南 人 主 编



用 生
十 学
词语辞典

十用学生词语辞典

主编：南 人

编委：李 斌 邓天任 覃建臣

覃 萧 蓝利国 黄日葵

全凤英

广西师范大学出版社

责任编辑：黄理彪

封面设计：曹 肆

十用学生词语辞典

南 人 等著



广西师范大学出版社出版

(广西桂林市育才路3号)

广西新华书店发行

广西桂苑印刷厂印刷

开本850×1092 1/32 印张22.71 字数916千字

1989年8月第1版 1989年8月第1次印刷

印数：1—16000册

ISBN 7-5633-0434-7/H·001

定价：6.90 元

说 明

教育部工农教育局组织十六个省市的一些教师和有关人员，根据全日制中小学教材的基本要求，结合工农学员的特点，编写了工农业余中等学校语文、数学、物理、化学课本和业余初等学校语文、算术课本，供各地试用。

工农业余中等学校高中数学课本共三册，为了适合工农学习，课本中立体几何、平面解析几何的内容在编排上比较集中，以便教学。逻辑代数简介作为选用教材；各章的部分内容和例题、习题、复习题也可以根据学员的实际程度与需要适当选用。每册课本还附有习题答案，以供参考。教学总时数约需360课时；第一、二两册各约需140课时，第三册约需80课时。

由于学员的学习要求和知识基础不同，教学时可以根据实际情况，抽换或者适当补充一些教材的内容，但必须使学员正确地理解和掌握各册、各章教材的基本内容。

由于编写人员的水平和经验有限，编写时间比较匆促，这套课本在内容的取舍和体系的安排等方面难免有不足之处。例题、习题的内容和分量是否恰当，希望各地在试用过程中多多提出批评和建议，以便在再版时进行修改。

编 者

一九七九年十二月

目 录

第一章 幂函数、指数函数、对数函数	1
一、集合与对应	1
二、幂函数	18
★三、指数函数、对数函数	41
★第二章 三角函数	61
一、角的概念的推广和角的度量	61
二、任意角的三角函数	73
三、三角函数的图象和性质	105
四、两角和、两角差的三角函数	126
五、反三角函数	157
六、简单的三角方程	167
第三章 空间图形	185
一、平面	185
△二、两直线的相关位置	195
三、直线和平面相关位置	201
四、两个平面的相关位置	214
五、多面体	229
六、旋转体	264
总复习题	295
附录 习题参考答案	301

第一章 幂函数、指数函数、对数函数

一 集合与对应

1.1 集合

1. 什么叫集合

我们来看下面的例子：

- (1) 3、2、4、9、0；
- (2) 在同一平面内，到一定点距离相等的点；
- (3) 照相馆里的一箱照片；
- (4) 某农机站所有的拖拉机；
- (5) 一个班级的全体同学。

它们分别是五个数的全体、与定点等距离的点的全体、箱内照片的全体、农机站拖拉机的全体、这个班级同学的全体。象这样具有某种共同特性的东西的全体叫做**集合**。集合里的各个“东西”叫做集合的**元素**。我们常用大写字母 A 、 B 、 C 等表示集合，小写字母 a 、 b 、 c 等表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，就记为 $a \in A$ ，读做“ a 属于 A ”；如果 a 不是集合 A 的元素，就记为 $a \notin A$ ，读做“ a 不属于 A ”。集合与其元素的关系是集合包含它的每一个元素，它的每一个元素也都属于这个集合。例如

(1) 设 J 为所有整数的集合，显然，任一整数都是它的元素。如 $3 \in J$ 、 $-2 \in J$ 等；而分数 $\frac{1}{3}$ ，无理数 $\sqrt{2}$ 等都不是 J 的

元素, 可写为 $\frac{1}{3} \in J$ 、 $\sqrt{2} \in J$ 等.

(2) 设集合 A 是由大于 1 而小于 7 的偶数所组成. 显然 2、4、6 都是集合 A 的元素, 可写为 $2 \in A$ 、 $4 \in A$ 、 $6 \in A$, 而其他的偶数如 8、10 等都不是集合 A 的元素, 可写为 $8 \notin A$ 、 $10 \notin A$ 等.

所谓一个集合是给定的. 就是说, 哪些“东西”是它的元素, 哪些“东西”不是它的元素, 可以根据这个集合的元素所具有的共同特性来判断. 例如: 对于整数集合 J , 我们根据整数的共同特性判断出 $3 \in J$ 、 $-2 \in J$ 而 $\frac{1}{3} \notin J$ 、 $\sqrt{2} \notin J$.

2. 集合的表示法

表示集合的方法, 常用的有列举法和描述法:

把集合的元素一一列举出来, 写在括号“{ }”内, 每个元素仅写一次, 不分次序. 象这样表示集合的方法叫做列举法. 例如:

由数 3、2、4、9、0 组成的集合, 可以写成 $\{3, 2, 4, 9, 0\}$, 或 $\{2, 3, 4, 9, 0\}$, 或 $\{0, 3, 9, 4, 2\}$ 等; 但不可以写成 $\{3, 3, 2, 4, 9, 0\}$ 或 $\{3, 3, 2, 2, 4, 9, 0\}$ 等.

把集合中元素的共同特性描述出来, 写在括号“{ }”内, 用来表示集合. 象这样表示集合的方法叫做描述法. 例如:

由某农机站所有的拖拉机组成的集合, 可以表示为

$\{\text{某农机站所有的拖拉机}\};$

由一个班级的全体同学组成的集合, 可以表示为

$\{\text{一个班级里的同学}\};$

由小于 10 的正偶数组成的集合, 可以表示为

$\{\text{小于 10 的正偶数}\}$, 或 $\{x | x \text{ 为小于 10 的正偶数}\};$

由不等式 $x-2>1$ 的所有的解组成的集合, 可以表示为

$$\{x|x-2>1\}, \text{ 或 } \{x:x-2>1\};$$

由在直线 $x+y=0$ 上所有点组成的集合, 可以表示为

$$\{(x, y)|x+y=0\}, \text{ 或 } \{(x, y):x+y=0\}.$$

今后我们规定 N 表示自然数的集合, J 表示整数的集合, Q 表示有理数的集合, R 表示实数的集合, P^+ 表示正实数的集合, R^- 表示负实数的集合.

例如, 集合 $\{x|0\leq x\leq 2, x\in Q\}$ 表示所有大于或等于零, 而小于并等于 2 的有理数所组成的集合.

3. 集合的种类

集合可按它所包含的元素的个数分为下面几种:

集合中所包含的元素的个数是有限个, 这样的集合叫做**有限集合**. 例如: $\{\text{某农机站所有的拖拉机的}\}; \{x|x \text{ 为小于 } 10 \text{ 的正偶数}\}; \{\text{一个班级里的同学}\}; \{x|1\leq x\leq 100, x\in N\}.$

集合中所包含的元素的个数无限多个, 这样的集合叫做**无限集合**. 例如: $\{x|x-2>1\}; \{(x, y)|x+y=0\}; \{\text{平面内所有的圆}\}.$

只含有一个元素的集合, 叫做**单元素集合**. 例如, $\{a\}; \{x\}; \{0\}.$ 应注意 a 和 $\{a\}$ 是不同的, a 表示一个元素, $\{a\}$ 表示只含有一个元素的集合.

不含任何元素的集合, 叫做**空集合**, 简称**空集**. 用特定符号 ϕ 表示. 例如, $\{\text{小于零的正整数}\} = \phi; \{x|x^2+1=0, x\in R\}.$ 应注意空集 ϕ 与 $\{0\}$ 是不同的, ϕ 表示不含任何元素的集合, $\{0\}$ 表示只含有一个元素零的单元素集. 如, $\{x|x^2=0\} = \{0\}.$

练习

1. (口答)说出下面集合里的元素:

(1) {一年中有 30 天的月份};

(2) {平方等于 4 的数};

(3) $\{x|x^2=\bar{x}\}$;

(4) $\{x|2 < x < 6, x \in J\}$.

2. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 车床、铣床、刨床、磨床、钻床;

(2) 周长等于 12 厘米的三角形;

(3) 大于 4 的实数;

(4) 不等式 $x^2+3x+2>0$ 的解.

3. 设集合 $A=\{a, b, c\}$, 下列写法哪些正确? 哪些不正确? 为什么?

(1) $A=\{c, a, b\}$;

(2) $a \notin A$,

(3) $c \in A$;

(4) $\{a\} \in A$.

4. 把下列集合用另一种方法表示:

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$;

(2) {大于 2 小于 10 的奇数};

(3) {比 2 大 3 的数};

(4) $\{x|x^2+4=0, x \in R\}$.

5. 在____处填上符号 $\in$ 或 $\notin$:

$0 \notin N, 2 _ N, -3 _ N, \frac{1}{2} _ N, \sqrt{2} _ N$;

$0 _ J, 2 _ J, -3 _ J, \frac{1}{2} _ J, \sqrt{2} _ J$;

$0 _ Q, 2 _ Q, -3 _ Q, \frac{1}{2} _ Q, \sqrt{2} _ Q$;

$0 _ R, 2 _ R, -3 _ R, \frac{1}{2} _ R, \sqrt{2} _ R$.

1.2 子集、交集、并集、补集

1. 子集

设集合 $A = \{\text{语文、数学、物理、化学}\}$, 集合 $B = \{\text{语文、数学}\}$. 容易看出: 集合 B 的任何一个元素, 都是集合 A 的元素, 那么, 集合 B 就叫做集合 A 的一个子集.

表示为 $B \subseteq A$ 或 $A \supseteq B$.

读作 “ B 包含于 A ” 或 “ A 包含 B ”.

例如: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 5\}$.

那么, $A \supseteq B$ 或 $B \subseteq A$; $A \supseteq C$ 或 $C \subseteq A$, 这就是说 B 和 C 都是 A 的子集. 容易看出, C 也是 B 的子集.

为了直观地表示集合与集合间的关系, 可以用简单的圆图来表示. 如图 1.1, 可以看出:

$A \supseteq B$, $B \supseteq C$ 那么, $A \supseteq C$.

又如, $R \supseteq Q$, $Q \supseteq N$ 那么, $R \supseteq N$.

上面的关系式, 学员可仿照图 1.1 把它用图表达出来.

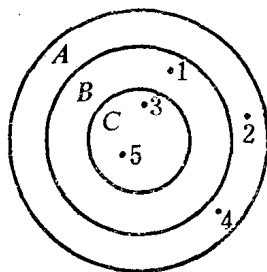


图 1.1

按子集的定义, 还应注意下列两种特殊情况:

(1) 对于任何一个集合 A , 因为它的每一个元素都是集合 A 的元素, 即 $A \subseteq A$. 也就是说任何一个集合是它本身的子集.

(2) 由于空集是不包含任何元素的集合, 所以也可以认为空集是任何集合的子集.

在某一集合 A 的所有子集中, 它本身和空集是它的两个特殊的子集. 除这两个子集外, 集合 A 的其他子集都叫做 A

的真子集. 如 B 为 A 的真子集, 那么记为 $B \subset A$.

对于两个集合 A, B , 如果 $A \subseteq B$, 同时 $A \supseteq B$, 那么, 集合 A 和集合 B 相等. 表示为 $A=B$, 读做“集合 A 等于集合 B ”. 一般地说, 当两个集合的元素完全相同时, 那么, 这两个集合相等.

例 1 设集合 $S=\{0, 1, 2\}$, 写出 S 的所有的子集与真子集.

解: S 的所有子集是: $\phi, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$;

S 的所有真子集是: $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}$.

例 2 设 $A=\{2, 3\}, B=\{x|x^2-5x+6=0\}$. 那么, $A=B$.

解: 适合条件 $x^2-5x+6=0$ 的 x 有 $x_1=2, x_2=3$, 即 $B=\{2, 3\}$, 所以 A 与 B 的元素完全相同, 即 $A=B$.

2. 交集

设集合 $A=\{\text{语文, 数学, 物理}\}, B=\{\text{语文, 数学, 化学}\}$. 那么, 集合 $C=\{\text{语文, 数学}\}$ 是既属于 A 又属于 B 的一切元素所组成的集合, 这时, 我们叫集合 C 是集合 A 与 B 的交集. 也就是说, 把由 A 与 B 的所有公共元素所组成的集合叫做 A 与 B 的交集. 表示为 $A \cap B$. 用图 1.2 的阴影部分表示集合 A 与 B 的交集.

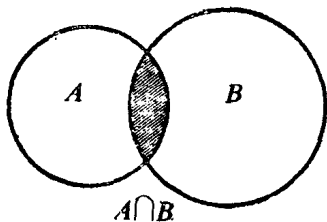


图 1.2

对于任意集合 A 都有

$$A \cap A = A; A \cap \phi = \phi.$$

例 3 设 $A=\{\text{矩形}\}, B=\{\text{菱形}\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{\text{矩形}\} \cap \{\text{菱形}\} = \{\text{正方形}\};$

例 4 设 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{x | -1 < x < 2\} \cap \{x | x \geq 0\} = \{x | 0 \leq x < 2\};$

例 5 设 $A = \{x | 2 < x < 3\}$, $B = \{x | x < 2\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{x | 2 < x < 3\} \cap \{x | x < 2\} = \phi;$

例 6 设 $A = \{(x, y) | x + 2y = 3\}$, $B = \{(x, y) | 4x + y = 5\}$,
求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{(x, y) | x + 2y = 3\} \cap \{(x, y) | 4x + y = 5\}$

$$= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + y = 5 \end{cases} \right\} = \{(1, 1)\};$$

例 7 画圆图表示集合

$A \cap B \cap C$.

解: 可先画出 $A \cap B$ (横线阴影部分).

再画出 $(A \cap B) \cap C$ (竖线阴影部分).

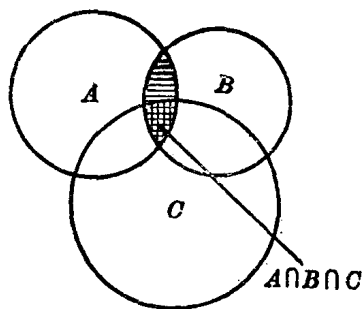


图 1.3

3. 并集

设集合 $A = \{\text{语文, 数学, 物理}\}$, $B = \{\text{语文, 数学, 化学}\}$,

把 A 与 B 两个集合的元素合并起来, 可以组成一集合 $D = \{\text{语文, 数学, 物理, 化学}\}$, 对于这样的集合 D , 叫做集合 A 与 B 的并集. 也就是说, 把集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起所组成的集合, 叫做集合 A 与 B 的并集. 表示为 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$; $A \cup B$ 可用图 1.4 的阴影部分表示.

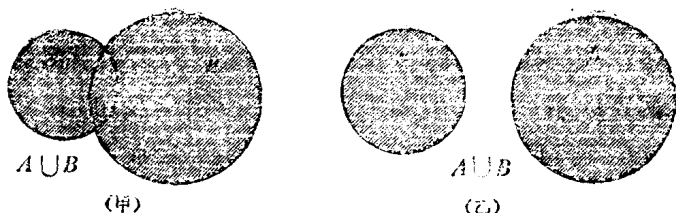


图 1.4

根据定义, 对任何集合都有:

$$A \cup A = A; \quad A \cup \phi = A.$$

例 8 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 求 $A \cup B$.

解: $A \cup B = \{1, 2\} \cup \{-1, 0, 1\} = \{-1, 0, 1, 2\}$.

例 9 设 $A = \{x: -2 < x < 3\}$, $B = \{x: 1 < x < 5\}$,

求 $A \cup B$.

解: $A \cup B = \{x: -2 < x < 3\} \cup \{x: 1 < x < 5\} = \{x: -2 < x < 5\}$.

4. 补集

在研究集合与集合之间的关系时, 这些集合常常是某一个给定集合的子集, 这个给定的集合叫做全集, 用符号 I 表示. 也就是说, 全集包含了我们要研究的各个集合的全部元素.

设某一个给定的集合 I , A 是集合 I 的子集, 那么在集合 I 中除去子集 A , 余下的一切元素所组成的集合, 叫做 A 的补集(或称余集). 表示为 $\bar{A}$. 见图 1.5 中的阴影部分.

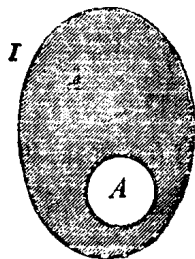


图 1.5

根据补集的定义, 对任何集合

A 有:

$$A \cup \bar{A} = I, \quad A \cap \bar{A} = \phi.$$

例10 设 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 3, 4\}$, 求 $A \cup \bar{A}$ 和 $A \cap \bar{A}$.

解: $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 3, 4\}$, 那么, $\bar{A} = \{1, 2\}$,

$$A \cup \bar{A} = \{0, 3, 4\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2, 3, 4\} = I,$$

$$A \cap \bar{A} = \{0, 3, 4\} \cap \{1, 2\} = \phi.$$

例11 设 $I = \{\text{实数}\}$, $A = \{x: x^2 + 3x + 2 < 0\}$ 求 $\bar{A}$.

解: $A = \{x: x^2 + 3x + 2 < 0\} = \{x: (x+1)(x+2) < 0\}$

$$= \{x: -2 < x < -1\},$$

$$\bar{A} = \{x: x \leq -2; x \geq -1\}.$$

例12 设 $I = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$,

$$A = \{c, d, e, f\}, B = \{e, f, g\}.$$

求证: 1) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$;

$$2) \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}.$$

证明: 已知 $A = \{c, d, e, f\}$, $B = \{e, f, g\}$,

$$\text{则 } \bar{A} = \{a, b, g, h\}, \bar{B} = \{a, b, c, d, h\}.$$

$$1) A \cup B = \{c, d, e, f, g\},$$

$$\overline{A \cup B} = \{a, b, h\},$$

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \{a, b, g, h\} \cap \{a, b, c, d, h\}$$

$$= \{a, b, h\},$$

$$\therefore \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B};$$

$$2) A \cap B = \{c, d, e, f\} \cap \{e, f, g\} = \{e, f\},$$

$$\overline{A \cap B} = \{a, b, c, d, g, h\},$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \{a, b, g, h\} \cup \{a, b, c, d, h\}$$

$$= \{a, b, c, d, g, h\},$$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}.$$

练习

1. 写出集合 $A = \{\text{甲}, \text{乙}, \text{丙}\}$ 的所有子集.

2. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$,

(1) 求 $A \cup B$ 和 $A \cap B$.

(2) 在__处填上适当的符号 ($\supset, \subset$):

$$A \cup B _ A; A \cup B _ B; A \cap B _ A \cup B.$$

3. 设 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 0\}$, 求 $A \cup B$ 和 $A \cap B$.

4. 写出不等式 $-x^2 + x + 2 < 0$ 的解集.

5. 设 $I = \{x \text{ 为不超过 } 10 \text{ 的自然数}\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 求 $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\overline{A \cap B}$. 并画图表示.

1.3 对应、单值对应、函数和函数值的记号

1. 对应、单值对应

对应对我们来说已经是一个比较熟悉的概念, 例如在初中我们学过对于任何一个实数 a , 在数轴上都有一个唯一的点和它对应; 坐标平面上的任一点 P , 都有唯一确定的一对有序实数 (x, y) 与它对应. 现在我们来进一步学习对应的概念. 看下面的例子:

(1) 某学员利用每周星期一、星期三、星期五晚上的时间学习语文、数学、物理, 该生学习时间和学习课程之间的对应;

(2) 邮局里的邮包和每个邮包的邮费之间的对应;

(3) 参加运动会的运动员和比赛的项目之间的对应.

下面,我们用简单的图形说明上述各种对应的情况:

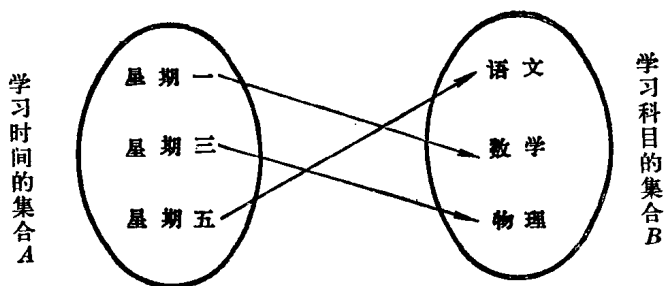


图 1.6

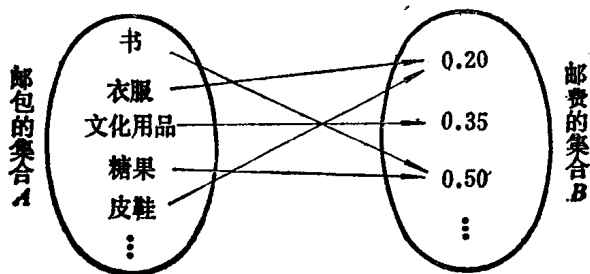


图 1.7

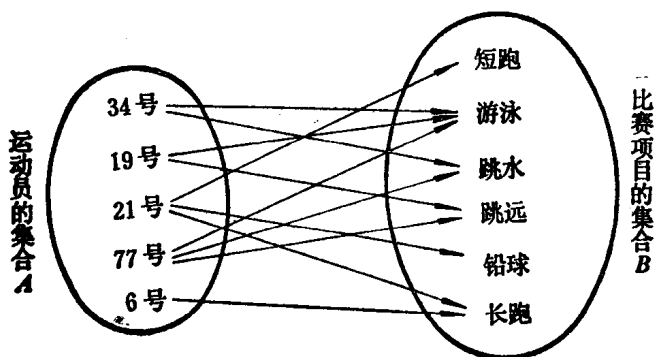


图 1.8

在图 1.6、图 1.7 中，可以看出集合 A 中的一个元素都对应于集合 B 中一个确定的元素，这样的对应称为单值对应。但是在图 1.6 中，集合 A 中的每一个元素都和集合 B 中唯一的一个元素对应。图 1.7 中集合 A 中的多个元素可以和集合 B 中的一个元素对应。我们把前者称为一一对应。图 1.8 中集合 A 中的一个元素，在集合 B 中至少有一个元素和它对应。集合 A 中的多个元素也可以和集合 B 中的一个元素对应。这样的对应是一种多值对应。在中学阶段里虽然我们学的都是数和数、数和点的单值对应，但是从我们的例子中应该明白，所谓对应是一个非常广泛的概念。

一般地说，集合 A 中的每一个元素，按照某种对应关系，在集合 B 中都有一个确定的元素和它对应，这样的对应关系叫做从集合 A 上到集合 B 上的单值对应。单值对应也叫做映射。在单值对应的情况下，和 a 对应的元素 b 叫做 a 的象， a 叫做 b 的原象。

2. 函数和函数值的记号

让我们先从映射谈起，设有 X 和 Y 两个集合，如果对集合 X 内每一个元素 x 按某种对应关系 T 映射到集合 Y 内和一个且只有一个元素 y 对应。如图 1.9，这是一个映射。例如，我们可以把集合 X 看作一批零件，这批零件经过检验分为优等

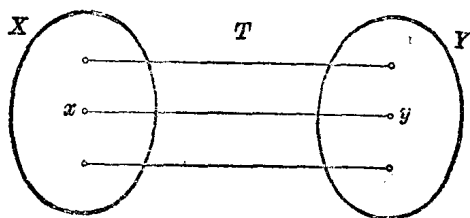


图 1.9

品、合格品、次品三类。集合 $X = \{\text{一批零件}\}$ ，集合 $Y = \{\text{优等}$