

中国科普名家名作

名家精品集萃

GAILÜHEFANGCHENG
DEGUSHI

概率和方程的故事

——张远南先生献给中学生的礼物



张远南 〇著

中国少年儿童出版社

ZHANGYUANNAN ZHU

普及科学出版社

G
U
I
D
E
N
C
E
D
E
G
U
S
H
I

概率和方程的故事

——记美国马萨诸塞州中学教师协会



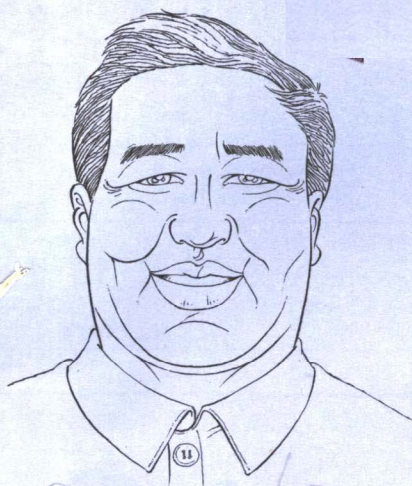
邓守 著

中国科协普及科学出版社

名家精品集萃

概率和方程的故事

——张远南先生献给中学生的礼物



张远南 〇著

中国少年儿童出版社

SCG78/03

图书在版编目(CIP)数据

概率和方程的故事/张远南著. —北京: 中国少年儿童出版社, 2005.7

(中国科普名家名作系列·名家精品集萃)

ISBN 7-5007-7461-3

I. 概… II. 张… III. ①概率论-普及读物②方程-普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第030936号

GAILÜ HE FANGCHENG DE GUSHI



出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出版人: 海飞

执行出版人: 赵恒峰

丛书策划: 薛晓哲

装帧设计: 颜雷

责任编辑: 许碧娟 董慧

美术编辑: 颜雷

责任校对: 尤根兴

责任印务: 宋世祁

社址: 北京市东四十二条21号 邮政编码: 100708

总编室: 010-64035735 传真: 010-64012262

发行部: 010-84037667 010-64032266-8269

http: // www. ccppg. com. cn

E-mail: zbs@ccppg.com.cn

印刷: 河北新华印刷一厂

经销: 新华书店

开本: 889×1194 1/32

印张: 7

2005年7月第1版

2005年7月河北第1次印刷

字数: 142千字

印数: 15000册

ISBN 7-5007-7461-3/O·85

定价: 13.00元

图书若有印装问题, 请随时向印务部退换。

目 录

偶然中的必然——概率的故事

神奇的功勋	3
从死亡线上生还	6
偶然中的必然	9
威廉·向克斯的憾事	13
破译海盗密码	17
布丰投针求 π 值	23
骰子里面有学问	27
求 π 的“魔法”	32
“臭皮匠”与“诸葛亮”	36
机会均等与妙算概率	39
分取赌金的风波	43
奇：五兄妹生日相同	46
抽签先后无所谓	49
贝特兰的概率悖论	54
以蒙特卡洛命名的方法	58
关于《血疑》的质疑	61
小概率·摸彩	66

布朗运动和醉鬼走路	70
从《歧路亡羊》谈起	74
选择题与评分的科学反扣	79
不模糊的模糊数学	83
从齐王赛马到俾斯麦海海战	88
“矮高”和“高矮”谁高的启示	92
未知中的已知——方程的故事	
王冠疑案的始末	99
“王冠疑案”之疑	102
丢番图和勾股数	107
悬赏 10 万马克的问题	113
架设通向已知的“金桥”	117
一场震动数学界的论战	122
迟到的荣誉	127
数学史上的灿烂双星	132
发现解析法的最初线索	138
解开几何三大作图问题之谜	143
走出圆规直尺管辖的国度	149
揭开虚数的神秘面纱	154
神奇的不动点	160

库恩教授的盆栽艺术	165
从弹子游戏的奥秘谈起	171
探寻妙分液体的原理	176
点兵场上的神算术	183
数学王国的巾幗英雄	188
美妙的均匀镶嵌	192
奇妙的幻方	197
47 年与 17 秒	204
稳操胜券的对策游戏	210
奇特的正方分割	215

偶然中的必然

——
概率的故事



自然界的现象大致可分两类：一类是确定性现象，另一类是随机现象。从表面看，对随机现象的每一次观察，结果总是偶然的、不可预知的；但多次观察一个随机现象，便能从中发现规律。正如常见的掷币游戏，多次投掷一枚硬币，出现国徽一面的可能性约占一半左右——这是一种寓于偶然中的必然。

概率论是机遇的数学模型。最初它只是对机遇性游戏的分析，而现在，它已成为一门理论完善、内容丰富的学科，在社会科学、生物学、物理学和化学等领域得到广泛应用。

神奇的功勋

北宋庆历、皇祐年间，广源州蛮族首领侬智高在南部不断扩展势力，建立“南天国”政权。1052年4月，侬智高起兵反宋，5月陷邕州（即今南宁），自立“仁惠皇帝”；又自邕州沿江而下，所向皆捷，朝野震动。

1053年，大将狄青奉旨征讨侬智高。因为当时南方有崇拜鬼神的风俗，所以大军刚到桂林以南，他便设坛拜神说：“这次用兵，胜败还没有把握。”于是，他拿了100枚铜币向神许愿，说：“如果这次出征能够打败敌人，那么把这些铜币扔到地上，钱面（不铸文字的那一面）定然会全部朝上。”

左右官员都诚惶诚恐，力劝主帅放弃这个念头——因为经验告诉他们，这种尝试是注定要失败的。他们担心最终弄不好，反而会动摇部队的士气。

可是，狄青对此概然不理，固执如牛。在千万人的注视下，他突然举手一挥，把铜币全部扔到地上。结果这100枚铜币的面，竟然鬼使神差般全部朝上。这时，全军欢呼，声音响彻山村原野。

狄青本人也兴奋异常，命令左右取来100枚钉子，依照钱孔落地的位置，用钉子把钱币牢牢钉在地上，并向天祈祷道：“等到凯旋归来，定将酬谢神灵，收回铜钱。”

由于士兵个个认定有神灵护佑,战斗中奋勇争先。于是,狄青迅速平定了邕州。

回师时,按原先所约,把钱取回。他的僚属们一看,原来那些铜币的两面都是一样的。

狄青由于神奇的功勋而升了官;侬智高败逃大理,不知所终。历史的一页,就这么轻轻地翻了过去。从那时起,时间的长河又把人类的文明史,向前推进了近千年。大江东去,浪淘尽,千古风流人物。然而,狄青的奇功,却以其独有的光彩,给人世间留下了永恒的启迪。要领略这一层道理,还得从下面的常识谈起。

大千世界,所遇到的现象不外乎两类:一类是确定性现象;另一类是随机遇而发生的不确定现象,这类不确定现象叫做随机现象。如在标准大气压下,水加热到 100°C 时会沸腾,这是确定会发生的现象;用石蛋孵出小鸡,是确定不可能发生的现象;而人类家庭的生男育女,适当条件下的种子发芽等等,则是随机现象。

我们生活着的世界,充满了不确定性。人们虽然能够精确地预测尚未发生的确定现象(必然事件),却难以预测尚未发生的随机现象(随机事件)。我们人类就生活在这种随机事件的海洋里。

现在回到故事的主人公上来。

身为大将军的狄青何尝不知道:掷一枚铜币,出现正反两面的情况是随机的,掷 2 枚铜币会出现 4 种可能:

(正,正),(正,反),(反,正),(反,反)。

掷 3 枚铜币会出现 8 种可能:

(正,正,正),(正,正,反),(正,反,正),(正,反,反),

(反,正,正),(反,正,反),(反,反,正),(反,反,反)。

以后每多掷一枚铜币，各种正反的配合种数便增多一倍。因此，掷 100 枚铜币出现某种特定情况（如钱面全部朝上）的希望是极为渺茫的——这应当是人所共知的经验。狄青的僚属正是深知这一点，才力劝主帅放弃这种尝试的。广大士兵出于对鬼神的崇拜、经验的启示和对主帅的神秘感，则疑信参半，拭目以待。

聪明的狄青，注意到人们在观察随机现象时，往往过于相信自身的经验，而忽视了前提条件。因此，他用偷梁换柱的办法，巧妙地更换了“铜币有正反两面”的前提，把铜币两面都铸成一样的。这时，对狄青来说，100 个钱面全部朝上，原本是个必然事件，但在别人看来，却是几乎不可能出现的。然而，这件事居然奇迹般发生了！那时那刻，在众人的心中，兴奋战胜了怀疑。他们觉得，神灵的护佑是这种超乎寻常巧合的惟一解释。于是，一种对科学的愚弄，竟然激发起千军万马的勇气，使宋军赢得了战争的胜利。

这个故事给人的启示是：观察一种现象，不能忽视它的前提。

从死亡线上生还

在前面的故事中我们看到,在一种前提下的随机事件,在另一种前提下可能成为必然事件。同样地,在一种前提下的必然事件,在另一种前提下也可能不出现。下面两则“从死亡线上生还”的故事,生动地说明了这一点。

第一个从死亡线上生还的故事。

传说古代有一个阴险狡诈、残暴凶狠的国王。一次,他抓到一个反对者,决意要将他处死。虽说国王心中早已打定主意,然而嘴上却假惺惺地说:“让上帝的旨意决定这个可怜人的命运吧!我允许他在临刑前说一句话。如果他讲的是真话,那么他将受刀斩;如果他讲的是假话,那么他将被绞死;只有他的话使我缄默不言,才是上帝的旨意让我赦免他。”

在这番冠冕堂皇的话语背后,国王的如意算盘是:尽管话是由你讲,但判定真话、假话的权力在我这里,该绞该斩还不是凭我的一句话!

的确,如果判断的前提只凭国王孤立的一句话,那么这位反对者是必死无疑的了。然而,愚蠢的国王无论如何没有料到,要是判断真话或假话的前提是指自己所说话的意思,那么情况将完全变了样。聪明的囚犯正是利用这一点,使自己获释的。

亲爱的读者，你能猜到他说了一句什么话吗？可能你已经猜到了，也可能你还在思考。好，让我告诉你，犯人所说的话是：“我将被绞死。”

对这句话国王能怎么判断呢？如果他断言这句话是“真话”，那么此时按规定犯人应当被处斩，然而犯人说的是自己“将被绞死”，因而显然不能算为真话；又若国王判定此话为“假话”，那么按说假话的规定，犯人将受绞刑，但犯人恰恰就是说自己“将被绞死”，这岂不表明他的话是真的吗？可见也不能断为假话。

由于国王无法自圆其说，又为了顾全自己的面子，只好让犯人得到自由。

第二个从死亡线上生还的故事。

相传古代有个王国，由于崇尚迷信，世代沿袭着一条奇特的法规：凡是死囚，在临刑前都要抽一次“生死签”。即在两张小纸片上分别写着“生”和“死”的字样，由法官监督，让犯人当众抽签。如果抽到“死”字的签，则立即处决；如果抽到“活”字的签，则被认为是神的旨意，应予当场赦免。

有一次国王决定处死一名大臣。这名大臣因不满国王的残暴统治而替老百姓讲了几句公道话，因此得罪了国王。国王决心不让这名敢于“犯上”的臣下，得到半点获赦的机会。于是，他与几名心腹密谋暗议，终于想出了一条狠毒的计策：暗嘱执法官，把“生死签”的两张签纸都写成“死”字。这样，不管犯人抽的是哪张签纸，最终难免一死。

世上没有不透风的墙，国王的诡计终于被别人察觉。许多悉知内情的文武官员，虽然十分同情这位往日正直

的同僚,但慑于国王的淫威,都是敢怒而不敢言。就这样终于挨到了临刑的前一天,一位好心的看守含蓄地对囚臣说:“你看看有什么后事需要交待,我将尽力为你奔劳。”看守吞吞吐吐的神情,引起了囚臣的怀疑,百问之下,终于获知阴谋的内幕。看守原以为囚臣会为此神情沮丧,本想好言劝慰几句,但见他陷入沉思,片刻间双眼发出兴奋的光芒,使看守惊讶不已。

在国王一伙看来,这个“离经叛道”的臣子的“死”是必然事件,因为他们考虑的前提条件是“两死抽一”。然而聪明的囚臣,正是巧妙利用了这一点,使自己死里逃生。

囚臣是怎样死里逃生的呢?

原来,当法官宣布抽签的办法之后,但见囚臣以极快的速度抽出一张签纸,并迅即塞进嘴里。待到法官反应过来,嚼烂的纸团已吞下。法官赶忙追问:“你抽到的是‘死’字签还是‘活’字签?”囚臣故作叹息说:“我听从天意安排,如果上天认为我有罪,那么这个咎由自取的苦果我已吞下,只要查看剩下的签是什么字就清楚了。”这时,在场的群众异口同声地赞成这个做法。

剩下的签当然写着“死”字,这意味着囚臣已经抽到“活”签。国王和法官有苦难言,由于怕触犯众怒,只好当众赦免了囚臣。

本来,这位囚臣抽“生”、“死”签这件事是一个随机事件,每一种的可能性各占一半。但由于国王一伙“机关算尽”,想把这种“有一半可能死”的随机事件,变为“必定死”的必然事件,终于搬起石头砸了自己的脚,反使囚臣死里逃生了。

偶然中的必然

从表面上看,随机现象的每一次观察,结果都是偶然的;但多次观察某个随机现象,可以发现:在大量的偶然之中存在着必然的规律!

就拿掷币来说吧!一枚均匀的钱币掷到桌上,出现正面还是反面预先是无法断定的。假如我们掷的钱币不止一枚,或掷的次数不止一次,那么出现正、反面的情况又将如何呢?这可是一个有趣的问题。

历史上就有人做过成千上万次投掷钱币的试验,下面列的是几位知名人士的试验记录:

实验人	投掷次数	出现正面 次数	频 率 (正面次数/投掷次数)
狄摩更	2048	1061	0.5181
布 丰	4040	2048	0.5069
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005

容易看出,投掷的次数越多,频率越接近于0.5。这中间究竟有些什么奥妙?第一个科学地指明其中规律的,是世界数学史上著名的伯努利家族的雅各布·伯努

利。伯努利家族是从荷兰移居到瑞士的新教徒。从 17 世纪末到 18 世纪,这个家族的三代人,出了 8 位杰出的数学家。雅各布是其中最负盛名的一位。他的数学几乎是靠自学成才的。由于他的才华和造诣,从 33 岁到他逝世的 18 年间,他一直受聘为巴塞尔大学教授。他的名著《推测术》是概率论的一座丰碑,书中证明了极有意义的大数定律。这个定律说明:当试验次数很大时,事件出现的频率和概率有较大偏差的可能性很小,因此可用频率来代替概率。这个定律使伯努利这一姓氏永载数学史册。

大数定律说的是:当试验次数很大时,随机事件 A 出现的频率,稳定地在某个数值 P 附近摆动。这个稳定值 P ,叫做随机事件 A 的概率,并记为 $P(A) = P$ 。

频率的稳定性可以从人类生育的统计中得到生动的例证。一般人或许认为,生男生女的可能性是相等的,因而推测男婴和女婴出生数的比应当是 1:1,可事实并非如此。

1814 年,法国著名的数学家拉普拉斯在他的新作《概率的哲学探讨》一书中,记载了以下有趣的统计。他根据伦敦、彼得堡、柏林和全法国男女婴出生数的统计资料,发现各地男女婴出生数的比值几乎完全一致(比值为 22:21),即各地的全体出生婴儿中,男婴均占 51.16%,女婴占 48.84%。可奇怪的是,当他统计 1745 年至 1784 年整整 40 年间巴黎男婴出生率时,却得到了另一个比 25:24,即在全体出生婴儿中,男婴占 51.02%,与前者相差 0.14%。

差异!千分之一点四的微小差异?拉普拉斯对此困