



21世纪应用型人才
培养规划教材

理论力学

简明教程

景荣春 郑建国 主 编
刘建华 宋向荣 副主编



清华大学出版社

21 世纪应用型人才培养规划教材

理论力学简明教程

景荣春 郑建国 主编

刘建华 宋向荣 副主编

清华大学出版社

北 京

内 容 简 介

全书共分3篇14章,涵盖了教育部非力学专业课程指导委员会最新制订的多学时理论力学课程基本要求的内容,包括:静力学基本概念和物体受力分析、力系的简化、力系平衡方程及应用、静力学应用专题、点的运动和刚体的基本运动、点的合成运动、刚体平面运动、动力学基础、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理及动力学普遍方程、单自由度系统的振动等。

全书以工程实际为背景,注重力学概念、力学解题能力和力学建模能力的培养,通过课程内容和体系的改革,力求理论与应用并重、知识传授与能力培养并重。全书力求论述简明扼要,例题分析透彻,并通过较多的例题,寻求解题规律,以便使学生达到熟练掌握基本概念、基本理论、基本方法和计算技能的教学要求并注意与相关课程的贯通和融合。

本书可作为一般高等院校应用型工科各专业理论力学课程的教材,也可作为夜大、函授大学、职工大学相应专业的自学和函授教材,还可供有关工程技术人员参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学简明教程/景荣春,郑建国主编;刘建华,宋向荣副主编. —北京:清华大学出版社,2005.8
(21世纪应用型人才规划教材)

ISBN 7-302-11516-8

I.理… II.①景… ②郑… ③刘… ④宋… III.理论力学—高等学校—教材 IV.O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第087821号

出 版 者:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 客 户 服 务:010-62776969

组稿编辑:张 瑜

文稿编辑:闫光龙

封面设计:陈刘源

排版人员:李 欣

印 刷 者:北京市清华园胶印厂

装 订 者:三河市化甲屯小学装订二厂

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×260 印张:19 字数:449千字

版 次:2005年8月第1版 2005年8月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-11516-8/O·489

印 数:1~4000

定 价:25.00元

前 言

理论力学是高等理工科院校普遍开设的一门重要的技术基础课程(许多高校还将其列为招收硕士研究生的入学考试科目),讲授物体机械运动的普遍规律及其在工程中的应用。理论力学知识的学习对后续课程的学习影响深远,是贯彻全面素质教育内涵的重要组成部分。

为了更好地适应当前我国高等教育跨越式发展需要,满足我国高校从精英教育向大众化教育的重大转移阶段中社会对应用型人才培养的要求,在清华大学出版社的积极支持下,根据编者所在高校多年来以培养应用型人才为主所讲授的“理论力学”教学内容、课程体系等方面的改革实践和体会,我们编写了本书。

本书使用对象定位于一般高等工科院校本科土建、机械、交通、水利、动力、化工等专业,重点面向近几年由大专升格为本科的培养应用型人才的高等院校。综合考虑到一般院校学生的数理基础,目前理论力学课程课内学时普遍减少和应用型人才的培养目标等诸多因素,本书内容的编写在满足工科多学时理论力学课程基本要求的框架下,全部采用GB3100~3102—93《量和单位》中规定的有关通用符号(其中“不变量”用正体,“可变量”用斜体,矢量用粗斜体,专有量用大写,一般“整体量”用大写,“局部量”、“普通量”用小写),内容难度尽量小一些,讲得通俗、具体一些,容易理解一些。全书通过较多的由浅入深的各种类型的例题、分析、求解、讨论和解题技巧说明,使读者更容易掌握理论力学的基本概念、基本理论、基本方法及要点和难点。

本书突出工程概念,尽量避免与大学物理的重复。静力学由公理出发,主要研究受力分析、力系简化和等效替换、力系平衡条件和应用及摩擦问题。运动学分析以矢量法为主,加强了解析法(有利于应用计算机分析全过程),在点的运动、刚体的定轴转动和平面运动中介绍用解析法列运动方程,从而对时间求导获得速度、加速度;在点的合成运动和运动学综合应用中,采用一题多解例题介绍了解析法,并说明解析法解决部分问题时的优越性。动力学主要研究动力学三大普遍定理及其综合应用、达朗贝尔原理、虚位移原理和单自由度系统振动等。

本书中,绪论、第1,2,3,4,5,6,7章由景荣春编写;第8,9,10,11章由郑建国编写;第12,13章由刘建华编写,第14章由宋向荣编写。由景荣春、郑建国任主编并统稿。

本书部分内容标有*号,属于加深和拓宽内容,非基本要求,读者可根据需要选用。

本书也可供其他专业选用,或作为自学教材。

本教材在编写过程中参考了国内外一些优秀教材,吸取了它们的许多长处,并选用了

其中的部分例题和习题，在此也向这些教材的编者一并致谢。

限于编者水平，缺点和错误在所难免，衷心希望读者批评和指正，以便重印或再版时不断提高和完善。

编 者

2005 年 3 月

绪 论

1. 理论力学的研究对象

理论力学研究物体机械运动的基本规律。所谓**机械运动**是指物体在空间的位置变化。

2. 理论力学的内容

理论力学研究的是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，它以牛顿总结的 3 个基本定律和力的平行四边形法则为基础。理论力学分为以下三部分：

- (1) **静力学**——主要研究力的基本概念、力系等效简化和平衡及其应用；
- (2) **运动学**——从几何角度研究物体运动；
- (3) **动力学**——研究物体的运动与所受力之间的关系。

3. 学习理论力学的原因

理论力学是一门理论性较强的技术基础课，也是学生接触工程实际的第一门课程。学习该课程的主要原因如下：

- (1) 理论力学是一切力学课程的基础，也是许多专业课程的基础。
- (2) 有些工程问题直接利用理论力学知识解决。因此，通过理论力学的学习，要初步学会近似处理工程实际问题的方法，包括工程实际问题的力学建模。
- (3) 理论力学是一门演绎性较强的课程，对训练逻辑思维颇有好处；同时，习题变化多端，可以培养灵活运用能力。

4. 学习理论力学的方法

理论力学属经典力学，理论性强，同时与工程实际密切联系。因此要求读者具备较好的数学物理基础并对力学模型的工程背景有较多的认识。学生在学习理论力学时，除了认真听课和精读课本基本内容外，还要注意观察周围的实际工程构件及其运动状态，同时一定要按时独立完成相应内容的习题，这对于消化、掌握课程基本概念、基本理论、基本方法是至关重要的。初学理论力学的人，往往因理论力学中一些名词与大学物理课程中的相同而觉得理论容易理解，但又深感其习题难做，其主要原因是对于理论力学研究对象的广泛性认识不足。工科大学培养的学生要能解决实际问题，即是在培养“演员、运动员”而不是培养“观众”，因此要求学生通过认真做习题来逐步掌握课程知识和提高解决问题的能力。

主要符号表

a	加速度	a_{AB}	点 A 相对点 B 的加速度
a_{AB}^n	点 A 相对点 B 的法向加速度	a_{AB}^t	点 A 相对点 B 的切向加速度
a_a	绝对加速度	a_a^n	法向绝对加速度
a_a^t	切向绝对加速度	a_c	科氏加速度
a_c	点 C 的加速度, 质心加速度	a_e	牵连加速度
a_e^n	法向牵连加速度	a_e^t	切向牵连加速度
a_n	法向加速度	a_r	相对加速度
a_r^n	法向相对加速度	a_r^t	切向相对加速度
a_t	切向加速度	A	面积, 自由振动振幅
b	距离, 宽度	c	距离, 宽度, 常数
C	质心, 重心	d	距离, 直径
D	直径	E	弹性模量, 能
E_k	动能	E_p	势能
e	恢复因数, 偏心距	F	力, 动摩擦力
f	频率, 动摩擦因数	f_s	静摩擦因数
F^e	外力	F_i	第 i 个力
F^i	内力	F_I	惯性力
F_{IC}	科氏惯性力	F_{Ie}	牵连惯性力
F_n	法向分力	F_N	法向约束力
F_Q	广义力	F_r	径向力
F_R	主矢, 合力	F_s	静摩擦力
F_t	圆周力, 切向力	g	重力加速度
h	高度	I	冲量
i	轴 x 的基矢量	j	轴 y 的基矢量
J_z	刚体对轴 z 的转动惯量	J_{xy}	刚体对轴 x, y 的惯性积
J_c	刚体对质心的转动惯量	k	弹簧刚度系数
k	轴 z 的基矢量	l	长度
L	长度, 拉格朗日函数	L_c	刚体对质心的动量矩
L_O	刚体对点 O 的动量矩	L_z	刚体对 z 轴的动量矩
m	质量	M	平面力偶矩
M_z	对轴 z 的矩	M	力偶矩矢, 主矩
M_I	惯性力的主矩	$M_O(F)$	力 F 对点 O 的矩
n	质点数目, 每分钟转速, 弹簧圈数	O	参考坐标系的原点
P	功率	P	动量

q	载荷集度, 广义坐标	q_v	体积流量
q_m	质量流量	R	半径
r	半径	r	矢径
r_c	质心的矢径	r_o	点 O 的矢径
s	弧坐标, 频率比	t	时间, 温度
T	周期, 温度	V	体积
v	速度	v_a	绝对速度
v_c	质心速度	v_e	牵连速度
v_r	相对速度	W	力的功
W	重量	x	直角坐标
y	直角坐标	z	直角坐标
α	角加速度, 角度	α	角加速度矢量
β	角度	δ	滚阻系数, 阻尼系数, 厚度, 位移
φ	角度, 初相角, 相位差	φ_f	摩擦角
γ	角度	η	减缩因数, 效率
Λ	对数减缩	θ	角度
ρ	密度, 曲率半径	ρ_A	面密度
ρ_l	线密度	ζ	阻尼比
ω	角速度	ω	角速度矢量
ω_n	固有角频率	ω_a	绝对角速度
ω_a	绝对角速度矢量	ω_e	牵连角速度
ω_e	牵连角速度矢量	ω_r	相对角速度
ω_r	相对角速度矢量	ψ	角度

以下符号正体

D	微分	∂	偏微分
Σ	求和	$\int$	积分
δ	变分符号	Δ	有限增量符号
J	焦[耳]	Kg	千克
kN	千牛	m	米
MPa	兆帕	N	牛顿
rad	弧度	s	秒
e	自然对数底	π	数 3.1416

目 录

第1篇 静力学

第1章 静力学基本概念

与物体受力分析.....1

1.1 静力学基本概念.....1

1.1.1 力与力系.....1

1.1.2 平衡.....2

1.1.3 刚体.....2

1.1.4 力矩.....2

1.1.5 合力矩定理.....4

1.2 静力学公理.....5

1.3 基本约束及其约束力.....7

1.3.1 柔性约束.....7

1.3.2 刚性约束.....7

1.3.3 约束力特点.....10

1.4 物体的受力分析和受力图.....11

1.4.1 解除约束与受力图.....11

1.4.2 画受力图的步骤.....11

小结.....14

习题.....15

第2章 力系的简化.....17

2.1 汇交力系.....17

2.2 力偶系.....18

2.2.1 力偶的定义.....18

2.2.2 力偶的性质.....18

2.2.3 力偶系合成.....20

2.3 力的平移定理与任意力系简化.....21

2.3.1 力的平移定理.....21

2.3.2 空间任意力系简化.....22

2.3.3 空间力系简化结果.....23

2.3.4 固定端约束.....24

小结.....26

习题.....27

第3章 力系平衡方程及应用.....30

3.1 平面力系平衡方程.....30

3.1.1 平面任意力系平衡 方程的基本形式.....30

3.1.2 平面任意力系平衡 方程的其他形式.....33

3.1.3 平面平行力系平衡方程.....34

3.1.4 平面汇交力系平衡方程.....35

3.1.5 平面力偶系平衡方程.....36

3.2 平面物体系平衡问题.....37

3.3 静定和超静定问题概念.....42

3.4 空间力系平衡方程.....43

3.4.1 空间汇交力系平衡方程.....43

3.4.2 空间力偶系平衡方程.....45

3.4.3 空间平行力系平衡方程.....46

3.4.4 空间一般力系平衡 方程应用举例.....47

小结.....48

习题.....49

第4章 静力学应用专题.....58

4.1 平面简单桁架.....58

4.1.1 平面简单桁架的构成.....58

4.1.2 平面简单桁架的内力分析.....59

4.2 摩擦.....62

4.2.1 滑动摩擦.....62

4.2.2 摩擦角与自锁现象.....63

4.2.3 考虑摩擦的平衡问题.....64

4.3 滚动阻力偶的概念.....67

小结.....69

习题.....69

第2篇 运动学

第5章 点的运动和刚体的基本运动.....74

- 5.1 点的运动.....74
- 5.2 刚体的基本运动.....79
 - 5.2.1 平移.....79
 - 5.2.2 定轴转动.....79
- 小结.....84
- 习题.....85

第6章 点的合成运动.....88

- 6.1 点的合成运动基本概念.....88
 - 6.1.1 定参考系和动参考系.....88
 - 6.1.2 绝对运动、相对运动和牵连运动.....88
- 6.2 点的速度合成定理.....89
- 6.3 牵连运动为平移时的加速度合成定理.....92
- 6.4 牵连运动为定轴转动时的加速度合成定理.....93
 - 6.4.1 一个反例.....93
 - 6.4.2 定理证明科氏加速度.....94
- 小结.....103
- 习题.....104

第7章 刚体平面运动.....108

- 7.1 刚体平面运动方程及运动分解.....108
 - 7.1.1 刚体平面运动力学模型的简化.....108
 - 7.1.2 刚体平面运动的自由度、广义坐标和运动方程.....109
 - 7.1.3 平面运动分解为平移和转动.....111
- 7.2 平面图形上各点的速度分析.....112
 - 7.2.1 基点法.....112
 - 7.2.2 速度投影定理法.....112
 - 7.2.3 瞬时速度中心法.....113
- 7.3 平面图形上各点的加速度分析.....117
- *7.4 运动学综合应用举例.....121
- 小结.....126

习题.....127

第3篇 动力学

第8章 动力学基础.....133

- 8.1 质点运动微分方程.....133
 - 8.1.1 动力学基本定律.....133
 - 8.1.2 质点运动微分方程.....134
- 8.2 质点动力学的两类基本问题.....136
- 8.3 质点的相对运动微分方程.....138
- 8.4 质点系的基本惯性特征.....141
 - 8.4.1 质心.....141
 - 8.4.2 转动惯量.....141
 - 8.4.3 平行轴定理.....143
- 小结.....145
- 习题.....146

第9章 动量定理.....149

- 9.1 动量定理与动量守恒.....149
 - 9.1.1 动量.....149
 - 9.1.2 冲量.....150
 - 9.1.3 动量定理与动量守恒.....150
- 9.2 质心运动定理.....154
 - 9.2.1 质心运动定理.....154
 - 9.2.2 质心运动守恒定律.....155
- *9.3 流体在管道内定常流动时引起的动压力.....158
- 小结.....159
- 习题.....159

第10章 动量矩定理.....163

- 10.1 动量矩.....163
 - 10.1.1 质点的动量矩.....163
 - 10.1.2 质点系的动量矩.....164
- 10.2 动量矩定理与动量矩守恒.....165
 - 10.2.1 质点的动量矩定理.....165
 - 10.2.2 质点系的动量矩定理.....166
 - 10.2.3 质点系动量矩守恒定律.....166
- 10.3 刚体定轴转动微分方程.....168
- 10.4 质点系相对质心的动量矩定理.....171

10.5 刚体平面运动微分方程	172	第 12 章 达朗贝尔原理	211
*10.6 动量和动量矩定理		12.1 达朗贝尔原理	211
在碰撞中应用	175	12.1.1 质点的达朗贝尔原理	211
10.6.1 基本假定与恢复因数	175	12.1.2 质点系的达朗贝尔原理	213
10.6.2 碰撞的基本定理	176	12.2 刚体惯性力系的简化	214
小结	180	12.2.1 刚体作平移	214
习题	181	12.2.2 刚体作定轴转动	214
第 11 章 动能定理	186	12.2.3 刚体作平面运动	215
11.1 力的功	186	12.3 定轴转动刚体的轴承约束力	219
11.1.1 功的一般表达式	186	12.3.1 一般状况下惯性	
11.1.2 几种常见力的功	187	力系的简化	219
*11.1.3 质点系内力的功	189	12.3.2 轴承约束力	220
11.1.4 约束力的功	190	12.4 静平衡与动平衡简介	221
11.2 质点系和刚体的动能	190	小结	222
11.2.1 质点的动能	190	习题	223
11.2.2 质点系的动能	190	第 13 章 虚位移原理及动力学	
11.2.3 平移刚体的动能	191	普遍方程	227
11.2.4 定轴转动刚体的动能	191	13.1 虚位移的基本概念	227
11.2.5 平面运动刚体的动能	191	13.1.1 约束	227
11.3 质点系动能定理	192	13.1.2 虚位移	229
11.3.1 质点的动能定理	192	13.1.3 虚功、理想约束	229
11.3.2 质点系的动能定理	192	13.1.4 自由度和广义坐标	229
11.4 功率和功率方程	195	13.2 虚位移原理及应用举例	231
11.4.1 功率	195	*13.3 动力学普遍方程	237
11.4.2 功率方程	196	小结	239
11.4.3 机械效率	196	习题	239
11.5 势力场 势能 机械能		第 14 章 单自由度系统的振动	244
守恒定律	197	14.1 单自由度系统的自由振动	244
11.5.1 势力场	197	14.1.1 自由振动微分方程	244
11.5.2 势能	197	14.1.2 自由振动的周期、频率、	
11.5.3 有势力的功与		振幅和相位	245
势能的关系	199	14.1.3 扭振系统	247
11.5.4 机械能守恒定律	199	14.1.4 弹簧的并联与串联	247
11.6 动力学普遍定理的		14.1.5 计算固有频率的能量法	249
综合应用举例	199	14.2 单自由度系统的衰减振动	251
小结	204	14.2.1 振动微分方程	251
习题	206		

14.2.2 欠阻尼状态.....	252	小结	264
14.2.3 临界阻尼状态.....	253	习题	265
14.2.4 过阻尼状态.....	254	习题答案	270
14.3 单自由度系统的受迫振动	255	索引	283
14.3.1 运动微分方程及其解	256	参考文献	288
14.3.2 幅频特性与相频特性	257		
14.3.3 隔振	262		

第1篇 静 力 学

本篇主要研究三个问题:

- (1) 物体的受力分析;
- (2) 力系等效和简化;
- (3) 平衡力系作用下物体的受力。

静力学的理论和方法在解决工程技术问题时有着广泛的应用。静力学知识是学习本课程后续内容和后续课程所必需的。

第1章 静力学基本概念与物体受力分析

本章将介绍静力学的基本概念, 阐述静力学公理, 并介绍工程中几种常见的典型约束和约束力的分析及物体的受力图。

1.1 静力学基本概念

1.1.1 力与力系

1. 力

力是物体间的相互作用, 这种作用将使物体的运动状态发生变化(外效应), 或使物体变形(内效应)。力是**定位矢量**, 其量纲为牛顿(N)。力在直角坐标系中表示为:

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} = (F_x, F_y, F_z) \quad (1-1)$$

如图 1.1 所示。式(1-1)中, F_x, F_y, F_z 分别为力矢 $\mathbf{F}$ 在轴 x, y, z 上的投影, 为代数量。

物体相互接触时, 无论是施力体还是受力体, 总是受到分布作用在一定的接触面上的**分布力**。例如, 作用在烟囱上的风压力和水平桌面对粉笔盒的支承力(图 1.2(a))。在很多情况下, 这种分布力比较复杂。例如, 人的鞋底对地

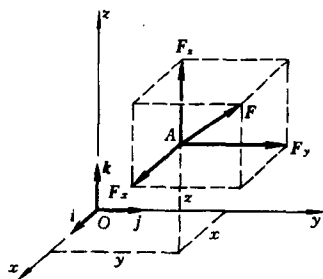


图 1.1 力的直角坐标表示

面的作用力及鞋底上各点受到的地面支承力都是不均匀的。如果分布力作用的面积很小，为了分析计算方便，可以将分布力简化为作用于一点的合力，称为**集中力**。例如，静止的汽车通过轮胎作用在马路上的力(图 1.2(b))。

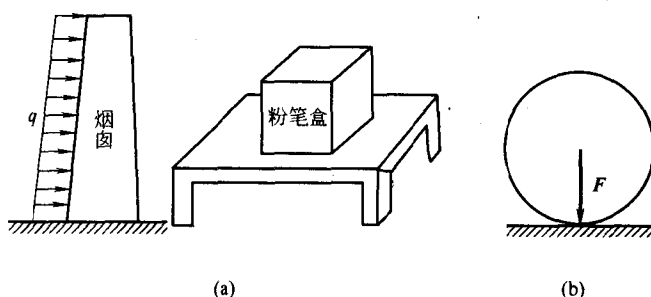


图 1.2 分布力与集中力示意

2. 力系

力系是指作用在物体上的一群力。若两力系分别作用于同一物体上且效应相同，则这两力系称为**等效力系**。若力系与一力等效，则此力就称为该力系的**合力**，而力系中的各力，则称为此合力的**分力**。

1.1.2 平衡

平衡是指物体相对于惯性参考系(如地面)保持静止或匀速直线运动状态。如桥梁、机床的床身、作匀速直线飞行的飞机等，都处于平衡状态。平衡是物体运动的一种特殊形式。物体平衡时，其所受的力系称为**平衡力系**。平衡力系中的任一力对于其余的力来说都称为**平衡力**，即与其余的力相平衡的力。

1.1.3 刚体

刚体是指在力的作用下，其内部任意两点之间的距离始终保持不变的物体。这是实际物体经过简化与抽象理想化的力学模型。在静力学中所说的物体或物体系均指刚体或刚体系，静力学也称为**刚体静力学**。

1.1.4 力矩

1. 力对点之矩

力矩是力使物体绕某一点转动的效应的量度。因为是对一点而言，故称为**力对点之矩**，该点称为**力矩中心**，简称**矩心**。

考察空间任意力 F 对点 O 之矩，如图 1.3 所示。设力 $F = (F_x, F_y, F_z)$ ，点 O 到力 F 作用点 A 的矢量称为**矢径**，在三维坐标系中，矢径 $r = (x, y, z)$ 。力对点 O 之矩等于矢径 r 与力 F 的矢积，即

$$M_o(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = M_{Ox}\mathbf{i} + M_{Oy}\mathbf{j} + M_{Oz}\mathbf{k} \quad (1-2)$$

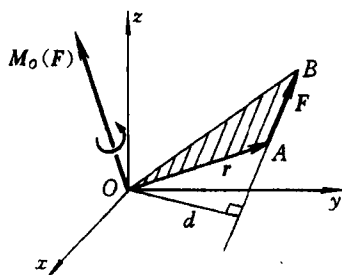


图 1.3 力对点之矩

M_{Oz} 称为 $M_o(\mathbf{F})$ 在过点 O 的轴 z 上的投影, 其余类推。由式(1-2)知

$$M_{Ox} = yF_z - zF_y, \quad M_{Oy} = zF_x - xF_z, \quad M_{Oz} = xF_y - yF_x \quad (1-3)$$

上述定义表明: 力对点之矩是定位矢量, 作用在力矩中心。

2. 力对轴之矩

力对轴之矩是力使物体绕某一轴转动的效应的量度。图 1.4(a)所示为可绕轴转动的门, 在其上点 A 作用有任意方向的力 $\mathbf{F}$ 。将 $\mathbf{F}$ 分解为 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_z + \mathbf{F}_{xy}$, 其中 $\mathbf{F}_z$ 平行于轴 z , $\mathbf{F}_{xy}$ 垂直于轴 Oz 。力 $\mathbf{F}$ 对门所产生的绕轴 Oz 转动的效应可用其两个分力 $\mathbf{F}_z$, $\mathbf{F}_{xy}$ 所产生的效应代替。实践表明, 与轴 Oz 共面的 $\mathbf{F}_z$ 对门不能产生绕轴 Oz 的转动效应, 只有分力 $\mathbf{F}_{xy}$ 对门产生绕轴 Oz 的转动效应。这个转动效应可用垂直于轴 Oz 的平面上的分力 $\mathbf{F}_{xy}$ 对点 O 之矩 $M_o(\mathbf{F}_{xy})$ 来度量, 如图 1.4(b)所示, 由图 1.4 可知

$$M_z(\mathbf{F}) = M_o(\mathbf{F}_{xy}) = xF_y - yF_x \quad (1-4)$$

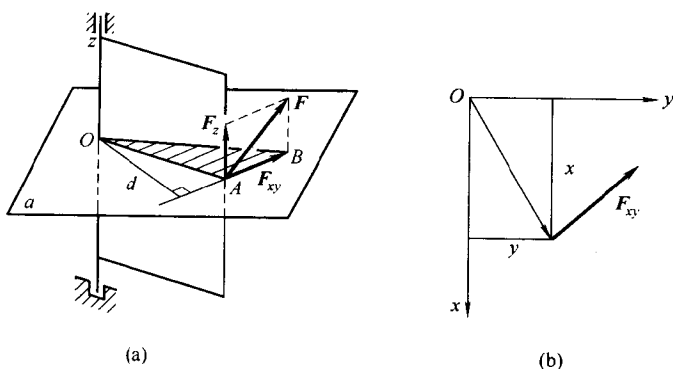


图 1.4 力对轴之矩

比较式(1-3)与式(1-4), 同理有

$$\left. \begin{aligned} M_z(\mathbf{F}) &= M_{Oz} = [M_o(\mathbf{F})]_z \\ M_x(\mathbf{F}) &= M_{Ox} = [M_o(\mathbf{F})]_x \\ M_y(\mathbf{F}) &= M_{Oy} = [M_o(\mathbf{F})]_y \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

即力对点之矩在过该点的轴上的投影等于力对该轴的矩(代数量), 此即力矩关系定理, 如图 1.5 所示。图 1.5 中, $M_{Ox}(F)$ 为 $M_O(F)$ 在轴 Oz 上的投影, 为代数量, 图示 $M_{Ox}(F)$ 所示“箭头”应理解为与轴 z 同向为正, 反向为负。

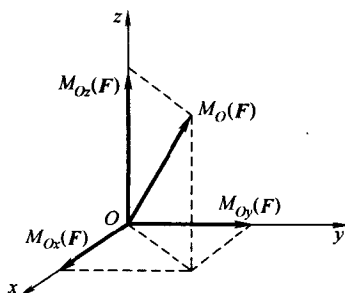


图 1.5 力矩关系

1.1.5 合力矩定理

若力系存在合力, 则合力对某一点之矩, 等于力系中所有力对同一点之矩的矢量和, 此即合力矩定理, 即

$$M_O(F_R) = \sum_{i=1}^n M_O(F_i) \quad (1-6)$$

其中

$$F_R = \sum_{i=1}^n F_i$$

需要指出的是, 对于力对轴之矩, 合力矩定理则为: 合力对某一轴之矩, 等于力系中所有力对同一轴之矩的代数和, 即

$$\left. \begin{aligned} M_{Ox}(F_R) &= \sum_{i=1}^n M_{Ox}(F_i) \\ M_{Oy}(F_R) &= \sum_{i=1}^n M_{Oy}(F_i) \\ M_{Oz}(F_R) &= \sum_{i=1}^n M_{Oz}(F_i) \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

【例 1-1】 图 1.6 所示支架受力 F 作用, 图中 l_1, l_2, l_3 与角 α 均为已知。求 $M_O(F)$ 。

【解】 若直接由力 F 对点 O 取矩, 即 $|M_O(F)| = Fd$, 其中 d 为力臂, 如图所示。显然, 在图示情形下, 确定 d 的过程比较麻烦。

若先将力 F 分解为两个分力 $F_x = (F \sin \alpha) \mathbf{i}$ 和 $F_y = (F \cos \alpha) \mathbf{j}$, 再应用合力矩定理, 则较为方便。于是, 有

$$\begin{aligned} M_O(F) &= M_O(F_x) + M_O(F_y) \\ &= -(F \sin \alpha) l_2 \mathbf{k} + (F \cos \alpha) (l_1 - l_3) \mathbf{k} \\ &= F [(l_1 - l_3) \cos \alpha - l_2 \sin \alpha] \mathbf{k} \\ M_O(F) &= F [(l_1 - l_3) \cos \alpha - l_2 \sin \alpha] \end{aligned}$$

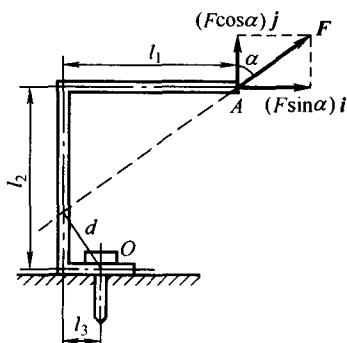


图 1.6 例 1-1 图

根据这一结果, 还可算得力 F 对点 O 的力臂为

$$d = | (l_1 - l_3) \cos \alpha - l_2 \sin \alpha |$$

上述分析与计算结果表明, 应用合力矩定理, 在某些情形下将使计算过程简化。

1.2 静力学公理

公理是人们在生活与生产实践中长期积累的经验总结, 又经过实践反复检验, 可以认为是真理而不需证明。在一定范围内它正确反映了事物最基本、最普遍的客观规律。

公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可以合成一个合力, 合力的作用点也在该点, 大小和方向由以这两个力为边构成的平行四边形的主对角线确定。用矢量表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-8)$$

公理 2 二力平衡条件

作用在刚体上的两力平衡的充要条件是: 这两力的大小相等、方向相反且作用在同一直线上。

公理 3 加减平衡力系原理

为给定力系增加或减去任意的平衡力系, 并不改变原力系对刚体的作用效果。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上的力可沿其作用线滑移至刚体内任意点而不改变它对刚体的作用效应。

证明: 设 F 为作用于刚体上点 A 的已知力(图 1.7(a)), 在力的作用线上任一点 B 加上一对大小均为 F 的平衡力 F_1, F_2 (图 1.7(b)), 由公理 3 可知新力系(F, F_1, F_2)与原力系(只有一个力 F)等效。而 F 和 F_1 是平衡力系, 故减去后不改变力系的作用效应(图 1.7(c))。所以, 剩下的力 F_2 与原力系 F 等效。力 F_2 与力 F 大小相等, 作用线和指向相同, 只是作用