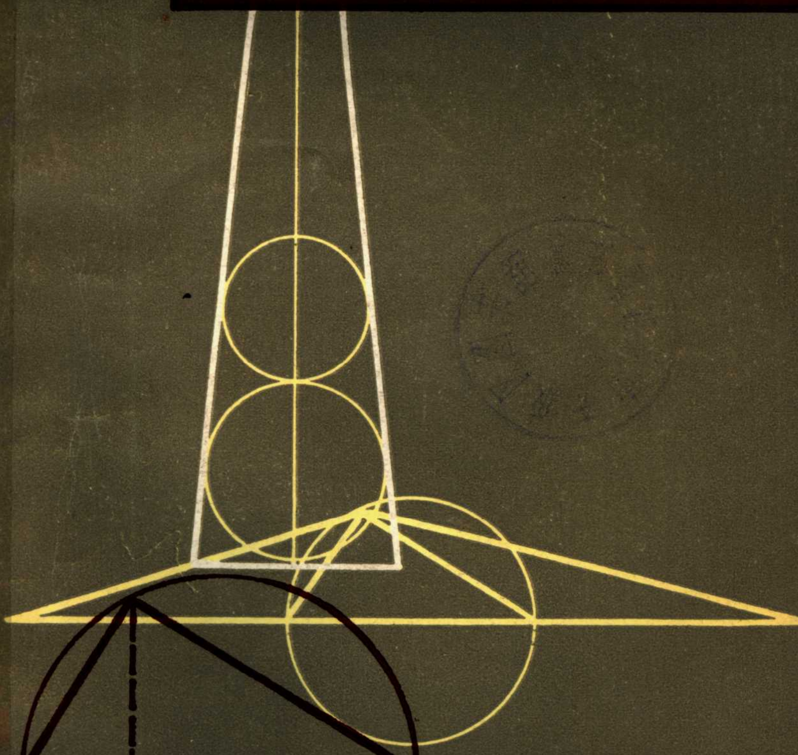
1981

全国高中、中专入学考试

数学试题汇编



江苏科学技术出版社

1981年全国高中、中专入学考试

数学试题汇编

范惠民 汤世平 编

江苏科学技术出版社

1981.9

内容提要

本书汇集了1981年全国各地部分高中、中专入学考试数学试卷32份，并作了详尽解答。部分试题注有"关键"说明，藉以帮助学生分析、理解。为适合初中其他年级数学教学和毕业生系统复习之用，书末附有分类索引。书首"致读者"不仅分析了此次高中、中专考试数学命题的特点所在，同时给学生指出了进行系统复习的路子。

1981年全国高中、中专入学考试
数学试题汇编
范惠民　汤世平　编

出版：江苏科学技术出版社
发行：江苏省新华书店
印刷：江苏新华印刷厂

开本 787×1092 毫米 1/32　印张 8.25　字数 183,000
1982年3月第1版　1982年3月第1次印刷
印数 1—155,000 册

书号：7196・003　定价：0.60元

责任编辑　沈绍绪

致　读　者

——从1981年高中、中专入学考试数学试题谈如何搞好初中数学总复习

1981 年高中、中专入学考试过去了。分析研究此次入学考试中数学命题的倾向和特点，对如何正确理解数学大纲的要求，改进数学教学，提高总复习质量，是有所裨益的。

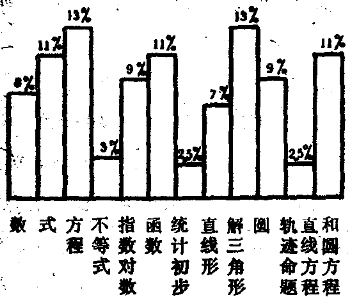
从本书汇集的 32 份数学试卷命题看，大致有如下三个特点：

一、知识覆盖面大

就本书所集的每份试卷而言，试题对初中数学学科的各个重要部分几乎都进行了考查。如北京市的试卷，它考查了数、式、方程、指数和对数、函数、统计初步、直线形、圆、解三角形以及直角坐标系等几乎全部有关知识。再从初中数学各单元看，试题所涉及到的知识面(包括理论和方法)也是十分广泛的。例如“分式”这一单元，不仅考查了分式的概念(唐山试题第一、1 题)、基本性质(武汉试题第一、1 题)、分式的运算(扬州试题第二、3 题；新疆试题第二、1 题)，就是部分分式(常州试题第二、5 题)、分式方程(云南试题第三题)等，也都考到了，几乎遍及了这一单元的全部重要内容。

二、突出对基础知识的考查

从本书所集的试卷命题的侧重面来看，以考查基础知识



为主体的试题约占全部试题的 70%，其具体情况可见如左统计图。

从考题的类型上看，相当多的试题与统编初中教材的习题相同，有的就是课本上的习题或定理、公式。在本汇编所集试卷中要求考查公式推导或定理证明的就有17份，其中考查的公式、定理有一元二次方程求根公式、积的对数运算法则、三角形内角和定理、三角形中位线定理、梯形中位线定理、等腰梯形的判定定理、三角形内角平分线性质定理、射影定理、切线长定理、切割线定理以及正弦定理等十多个。

从内容上看，试题除了考查数学基本概念以外，还着重考查了基本运算能力。如在上海市的试卷中，考查运算能力的试题就占全部试题的 68%。此外，试题还注重了对论证能力的考查。试题中有代数恒等式的证明题，有几何证明题，有用综合法考虑的，有用分析法来证的，有用直接证法的，也有用反证法的。

三、注重对知识灵活运用能力的考查

试题除了注重教材所列基本知识和重要内容的考查外，还有相当数量的综合题和应用题，以考查学生灵活运用知识的能力。例如，南京试题第九题，既考查了关于“式的变形”、“二次函数的极值”，又联系到了“一元二次方程根与系数的关系”等知识的综合运用。再如，武汉试题的第六题既考查了“切线长定理”、“余弦定理”等几何、三角知识，又联系代数方程

的解法等知识的灵活运用。

综上分析，我们认为在今后初中数学总复习时，要努力做到以下几点：

一、系统全面地进行复习

初中是打基础的重要阶段，必须注意有较宽的知识面，对教学大纲要求教学和教材范围的各个方面都不能有所偏废。为此，就要按照课本逐章逐节地进行认真复习。复习时注意：1）既要复习重点内容，也要复习容易忽略的内容，哪怕象"余角"、"补角"、"三角形的外心"、"相反数"等等细小的概念；2）既要复习传统内容，也要注意新增加的内容的复习，如"轨迹"、"命题的四种形式"、"反证法"、"统计初步"、"集合"以及"直线和圆的方程"等等。同时也不能因为是新增加的教材，而降低复习时的要求；3）既要复习基本理论，也要复习基本方法。例如，在复习一元二次方程求根公式时，需要注意复习"配方法"这一重要的数学方法，掌握配方法及其在计算二次函数极值等方面的应用；又如，在复习平面几何时，既要复习综合法、分析法这两种常用的思考方法，也要复习直接证法和反证法这两种常用的证明方法。

二、狠抓基础知识的训练

首先，要切实掌握一些重要的概念。如数、绝对值、算术根、函数、指数与对数、三角函数、均方差等。对于容易产生错误的概念要在不同的单元里出现，反复练习、加深理解。例如，通过以下练习，可帮助理解和掌握绝对值和算术根的概念：

1. 计算：$\sqrt{(-3)^2}$（无锡试题第一、1题）；

2. 计算：$\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}-\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$（宁夏试题第四、4题）；

3. 已知 $x>\frac{1}{2}$，则 $\frac{\sqrt{(1-2x)^2}}{1-2x}$ 的值为______（北京试题第一、4题）；

4. 化简：$\sqrt{1-2\sin 10^\circ\cos 10^\circ}$（浙江试题第一、2题）；

5. 计算：$\lg 4+\lg 9+2\sqrt{(\lg 6)^2-2\lg 6+1}$（青海试题第四题）；

6. 若 $|x|<2$，化简：$\sqrt{x^2+2x+1}+|x-3|$（福建试题第二、1题）；

7. 不等式 $|x-1|\leqslant 2$ 的解是______（南昌试题第一、2题）；

8. 当 $a=$______时，分式 $\frac{|a|-2}{a^2+a-6}$ 的值为零（南昌试题第一、10题）；

9. 若 $\sqrt{x^2-4x+4}=x-2$，则 x______（天津试题第一、2题）；

10. 已知：$\sqrt{3-y}+|x-3|=0$，求 $\log_3(2x+y)$ 的值（成都试题第三、3题）。

其次，加强基本运算的训练，如数的运算，式的恒等变形，方程(组)与不等式的同解变形，指数、对数以及三角函数的计算与变形等方面，要反复练习，掌握运算基本功，即：1）解题要细心，运算要正确，不要出现"顾了系数，顾不了指数；顾了去括号，顾不了符号"等丢三拉四的现象，造成运算错误。例如，在计算 $|5^2\times(-0.4)^3|\times\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}+(-1.5)^0-9\times\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$（浙江试题第一、1题）时，可以分成 $|5^2\times(-0.4)^3|$、$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$、$(-1.5)^0$、$9\times\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$ 等四个部分进行演算。这样可避免因计

算程序多而分散对各部分的注意力，导致运算混乱和错误；2）要言必有据，运算合理，不能只记住计算程序，而要懂得算理。例如，“已知 $\lg 5=0.6990$，求$\sqrt{(\lg 5)^2-\lg 625+25^{\log_5 2}}$的值”（开封试题第三、1题）的算理如下：

$$\begin{aligned}
\text{原式} &= \sqrt{(\lg 5)^2-4\lg 5+25^{\log_5 2}} && \text{（幂的对数法则）}\\
&= \sqrt{(\lg 5)^2-4\lg 5+(5^{\log_5 2})^2} && \text{（幂的乘方法则）}\\
&= \sqrt{(\lg 5)^2-4\lg 5+2^2} && \text{（对数恒等式 } a^{\log_a N}=N\text{）}\\
&= \sqrt{(\lg 5-2)^2} && \text{（两数差的平方公式）}\\
&= 2-\lg 5. && \text{（}\lg 5<2\text{，算术根意义）}
\end{aligned}$$

这样，不但可使运算正确、合理，而且有利于掌握基本概念、公式和定理。

第三，注意推理论证能力的培养。在复习时，1）要搞清基本概念、公式和定理的来龙去脉，对于一些重要的定理、公式要熟记，要掌握它们的证明方法，做到“知其然，知其所以然”。须指出，一个重要定理、公式的证明，往往不仅是一个范例，而且能表明某种数学方法。例如，证明三角形中位线定理，既告诉了我们怎样运用平行四边形的判定定理和性质定理进行证明，又指出了利用线段中点添置辅助线的常用方法；2）要明确什么是综合法，什么是分析法，怎样正确地使用这两种方法进行思考问题。通过对题目的条件和结论的分析，发现条件与结论之间的内在联系，熟练地运用基础知识，找出解决问题的途径和方法；3）要掌握证题的规律，如添置辅助线的规律、证明等积式的规律等，这样解答试题时容易上路。

三、进行知识的综合运用和灵活运用的练习

首先，要善于剖析综合题的结构，将综合题解剖成几个基

本题。例如，无锡试题第十一题："三角形的两边分别为 3cm、5cm，它们的夹角的余弦为方程 $5x^2-7x-6=0$ 的根，求这个三角形的面积"，可剖析出三个基本题：1）解方程 $x^2-7x-6=0$，求出夹角 α 的余弦；2）由 $\cos\alpha$ 的值，求出 $\sin\alpha$ 的值；3）运用公式 $S_{\triangle}=\frac{1}{2}ab\sin C$，计算出所求的面积。

其次，要尽量从不同的角度去考虑解答同一题。通过一题多解，可考察出哪一种解法最优，同时还可以勾通自已所掌握的数学各分支的知识，从而开拓解题思路，培养灵活运用数学知识的能力。例如，南昌试题第三题，可以考虑用三角形的重心的性质来解，也可用解析法来解，还可用三角法来解。其中以第一种方法最为简便。这样就训练了灵活运用平面几何、三角、解析几何等有关知识解题的能力。

第三，要加强对应用题的练习。列方程解应用题是初中数学的重点和难点。在解题时，要注意透彻理解题意，通常可用列表、图示等方法帮助理解；分清已知条件和要求的未知数；按关键语言列出代数式；找出等量关系建立方程；解方程；经检验后，作出正确而合理的答案。此外，在解三角应用题时，注意根据题意画出正确的图形；在解计算长度、角度、面积的应用题时，应当注意正确地运用几何定理和公式。

总之，在初中数学总复习当中，必须做到以大纲为纲，以课本为本，从"题海战术"中解脱出来，正确处理好课本与复习资料之间的关系，全面地加强基础知识的复习，注意知识的综合运用、灵活运用的训练，明确基本知识是灵活的基础，灵活是基本知识上的灵活。这样就一定能搞好总复习。

北京市（高中、中专）

1981年入学考试数学试题

一、填空：

1．当x为________的实数时，式子$\frac{x}{\sqrt{x+1}}$有意义。

2．角α的余角是35°，则角α的补角的度数是______。

3．两个相似三角形面积的比是1:2，则它们对应边的比是________。

4．已知：$x>\frac{1}{2}$，则$\frac{\sqrt{(1-2x)^2}}{1-2x}$的值为________。

5．一次函数$y=2x+b$的图象经过点（1，-3），则它在y轴上的截距为________。

6．在$\triangle ABC$中，$\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$\cos A$的值为______。

7．已知：正三角形的边长为$2\sqrt{3}$，则它的外接圆半径的长为________。

8．已知：A点的坐标是$(-5,12)$，O点是坐标原点，则线段OA的长为________；线段OA中点的坐标为（__，__）。

9．当$|a|>1$时，试比较a与$\frac{1}{a}$的大小：__________。

10．已知一个样本是：10、9、11、8、12、13、10、7，则这个样本平均数是________；样本方差是________。

二、证明定理：三角形三个内角的和等于180°。

三、解方程：$3-\sqrt{x+3}=x$。

四、把下列各式分解因式：

1．$2a^3-16$；　2．$1-a^2-4ab-4b^2$；3．a^3+a^2-2。

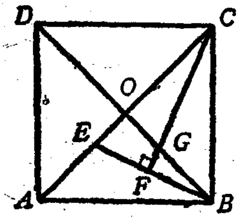


图 1

五、已知：如图 1，正方形 $ABCD$ 的对角线交于 O 点，E 是 OA 上任意一点，$CF\perp BE$ 于 F，CF 交 OB 于 G。

求证：$OE=OG$。

六、已知二次方程 $2(m+1)x^2+4mx+3m-2=0$，

1．当 m 是什么实数时，方程有两个不相等的实数根；

2．当 m 是什么实数时，方程的两个根互为相反数。

七、计算：$\lg 2+\log_2 8+\lg 5+\lg\sqrt[3]{0.01}$。

八、甲乙两地相距 32 公里，某人骑车往返于甲乙两地，去时的速度比返回时的速度每小时多 4 公里，而时间少用 40 分钟，求去时和返回时的速度每小时各多少公里？

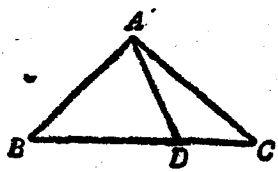


图 2

九、已知：如图 2，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=45°$，D 是 BC 上一点，$AD=5$，$AC=7$，$DC=3$，

求：1．$\angle ADC$ 的度数；

2．AB 的长。

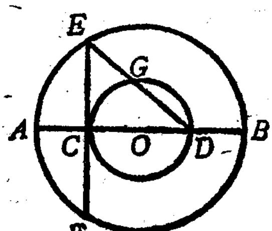


图 3

十、已知：如图 3，以 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的直径 AB 交小圆于 C、D，大圆的弦 EF 切小圆于 C，ED 交小圆于 G。又大圆的半径为 6，小圆的半径为 4。求：EG

的长。

十一、已知：二次函数的图象是经过$A\left(-1,-\frac{5}{2}\right)$、$B(0,-4)$、$C(4,0)$三点的一条抛物线。

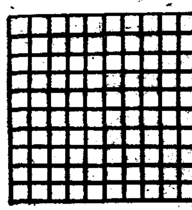


图 4

求：1. 这个二次函数的解析式；

2. 这条抛物线的顶点D的坐标，并在直角坐标系xoy中画出这条抛物线；

3. 当x在什么范围内变化时，y随x的增大而减小；

4. 四边形$OBDC$的面积。

解　　答

一、1. x为$x>-1$的实数。

2. 角α的补角的度数是$\underline{125°}$。

3. 对应边的比是$\underline{1:\sqrt{2}}$。

4. 值为$\underline{-1}$。

5. 在y轴上的截距为$\underline{-5}$。

6. $\cos A$的值为$\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}\text{或}-\frac{\sqrt{2}}{2}}$。

7. 外接圆半径的长为$\underline{2}$。

8. 线段OA的长为$\underline{13}$，其中点的坐标为$\underline{\left(-\frac{5}{2},6\right)}$。

9. $\underline{\text{当 } a>1 \text{ 时}, a>\frac{1}{a}\text{；当 } a<-1 \text{ 时}, a<\frac{1}{a}}$。

10. 样本平均数是 10 ；样本方差是 3.5 .

二、已知：$\triangle ABC$.

求证：$\angle BAC+\angle ABC+\angle BCA=180°$.

证明：(如图5)作 BC 的延长线 CD，过 C 点作 BA 的平行线 CE，则

$$\angle 2=\angle BAC,\ \angle 3=\angle ABC.$$

$\because$ $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$,

$\therefore$ $\angle BAC+\angle ABC+\angle BCA=180°$.

别证：通过 A 点作 $DE \parallel BC$（如图 6）也可得证.

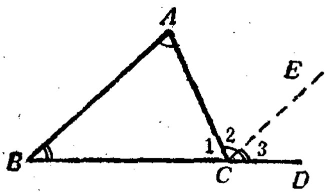


图 5

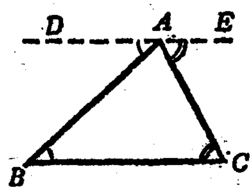


图 6

三、解：移项，得 $3-x=\sqrt{x+3}$.

两边平方并整理得 $x^2-7x+6=0$,

解得 $x_1=6$, $x_2=1$.

经检验 $x=6$ 是增根.

$\therefore$ 原方程的根是 $x=1$.

四、1. 解：$2a^3-16=2(a^3-8)=2(a-2)(a^2+2a+4)$.

2. 解：$1-a^2-4ab-4b^2=1-(a+2b)^2$

$$=(1+a+2b)(1-a-2b).$$

3. 解：$a^3+a^2-2=(a^3-1)+(a^2-1)$

$$=(a-1)(a^2+a+1)$$
$$+(a-1)(a+1)$$

$$=(a-1)(a^2+2a+2).$$

关键：将-2拆成$-1-1$，能使a^3-1和a^2-1有公因式$a-1$可提取。

五、证：如图7，∵ $ABCD$是正方形

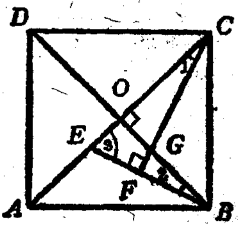


图7

∴ $AC\perp BD$，

且 $BO=CO$　　　(1)

又 $CF\perp BE$

∴ $\angle 1+\angle 3=90°$

∵ $\angle 2+\angle 3=90°$

∴ $\angle 1=\angle 2$　　　(2)

由(1)和(2)得，$Rt\triangle BOE\cong Rt\triangle COG$。

∴ $OE=OG$。

关键：观察出OE、OG分别在$Rt\triangle BOE$和$Rt\triangle COG$中，从而确定证明$Rt\triangle BOE\cong Rt\triangle COG$。

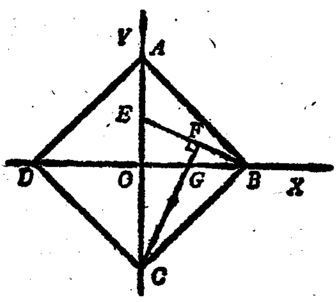


图8

别证：建立如图8所示的坐标系，设$|OB|=a$，$|OE|=m$ $(a>0,\ m>0)$，则$B(a,0)$、$C(0,-a)$、$E(0,m)$。

∵ $CF\perp BE$，

又 $K_{BE}=-\dfrac{m}{a}$，

∴ $K_{CF}=-\dfrac{1}{K_{BE}}=\dfrac{a}{m}$，

∴ 直线CG的方程为$y+a=\dfrac{a}{m}x$。

令$y=0$，得$x=m$，∴ $|OG|=m$。

故 $OE=OG$。

关键：根据 $OB\perp OC$，$OE\perp OG$ 这一图形特点，选择如图所示的坐标系，将证明 $OE=OG$ 的问题转化成计算 G 点坐标的问题。

六、1。解：$\Delta=(4m)^2-4\times2(m+1)(3m-2)>0$，

整理得　　$m^2+m-2<0$。

解得　　$-2<m<1$。

又　　$m+1\neq0$。

故当 $-2<m<1$，且 $m\neq-1$ 时，方程有两个不相等的实数根。

关键：方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不等的实数根的条件是 $\Delta>0$ 且 $a\neq0$。

2。解：根据题意得 $\begin{cases}\Delta>0;\\ 4m=0.\end{cases}$

解得　　$m=0$。

故当 $m=0$ 时，方程的两个根互为相反数。

关键：方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个互为相反数的实数根的条件是 $\Delta>0$ 且 $b=0$。

七、解：原式 $=(\lg2+\lg5)+\log_2 2^3+\lg10^{-\frac{2}{3}}$

$$=1+3-\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}.$$

八、解：设去时的速度为每小时 x 公里，则返回时的速度为每小时 $(x-4)$ 公里。根据题意，得

$$\frac{32}{x-4}-\frac{32}{x}=\frac{2}{3}.$$

去分母并整理得　$x^2-4x-12\cdot16=0$，

$\therefore$　$(x-16)(x+12)=0$。

解得　$x_1=16$；$x_2=-12$（不合题意，舍去）。

$\therefore\quad 16-4=12.$

答：去时和返回时的速度分别是每小时16公里和12公里。

关键：根据"去时比返回时少用40分钟"这一等量关系列出方程。

九、解：1. 在$\triangle ADC$中，由余弦定理，得

$$\cos\angle ADC=\frac{5^2+3^2-7^2}{2\times5\times3}=-\frac{1}{2}.$$

$\therefore\quad \angle ADC=120^\circ.$

2. 在$\triangle ABD$中，$\angle ADB=60^\circ$.

由正弦定理，得

$$\frac{5}{\sin 45^\circ}=\frac{AB}{\sin 60^\circ},$$

$$\therefore\quad AB=\frac{5\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{5\sqrt{6}}{2}.$$

十、解：如图9，连结OE.

$\because$ EF与小圆相切于C，

$\triangle EOC$是直角三角形，

$\therefore\quad EC^2=OE^2-OC^2$

$=6^2-4^2=20.$

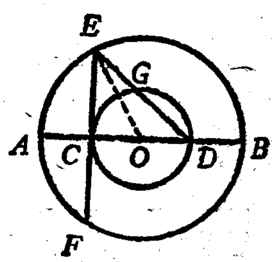


图 9

在$Rt\triangle CDE$中，

$ED=\sqrt{EC^2+CD^2}$

$=\sqrt{20+8^2}=2\sqrt{21},$

又 $EC^2=EG\cdot ED,$

$$\therefore\quad EG=\frac{20}{2\sqrt{21}}=\frac{10\sqrt{21}}{21}.$$

关键：利用$EC^2=EG\cdot ED$以及$ED^2=EC^2+CD^2$，把计算EG

的问题转化成计算 EC 的问题。

十一、解：1. 设所求的二次函数的解析式为

$$y=ax^2+bx+c.$$

将 A、B、C 三点的坐标代入上式，得

$$\begin{cases}-\dfrac{5}{2}=a-b+c;\\ -4=c;\\ 0=16a+4b+c.\end{cases}$$

解得
$$\begin{cases}a=\dfrac{1}{2};\\ b=-1;\\ c=-4.\end{cases}$$

故所求二次函数式为 $y=\dfrac{1}{2}x^2-x-4$。

2. 根据顶点坐标公式 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ \dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$，得

$$D\left(1,-\frac{9}{2}\right).$$

x	…	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	0	$-\frac{5}{2}$	-4	$-\frac{9}{2}$	-4	$-\frac{5}{2}$	0	…

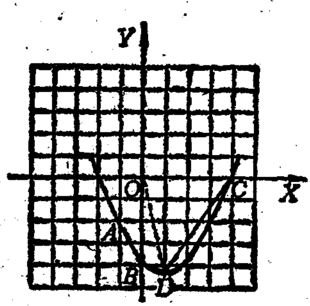


图 10

3. 当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小。

4. 如图 10 连结 OD，则

$$S_{\text{四边形}OBDC}=S_{\triangle OBD}+S_{\triangle ODC}$$
$$=\frac{1}{2}\times4\times1+\frac{1}{2}\times4\times\frac{9}{2}=11.$$