

大学物理学

University Physics

上册

吴王杰 主编 王晓 蒋敏 副主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是根据教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会 2004 年修订的“大学物理教学基本要求(讨论稿)”编写而成的,包括了新基本要求所规定的全部基本内容和大部分扩展内容。本书在教学内容上进行了认真细致的编排和一些创新设计,以强化教学基本要求,渗透近现代物理知识,促进能力和素质培养。本书是一部全新的立体化、网络化教材,包括网络教材、电子教案和随书光盘等教学资源。

本书分上、下两册,上册包括力学、热学、电磁学,下册包括振动和波动、光学和近代物理学基础,本书为上册。全书条理清楚、论述严谨、文字通畅。本书可作为高等院校非物理专业的大学物理教材,也可供广大物理教师 and 各类学习大学物理的读者参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.上册 / 吴王杰主编. —北京:高等教育出版社,2005.6

ISBN 7-04-016612-7

I. 大... II. 吴... III. 物理学-高等学校-教材
IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 023989 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
			http://www.landraco.com.cn
经 销	北京蓝色畅想图书发行有限公司		
印 刷	北京市鑫霸印务有限公司		
开 本	787×960 1/16	版 次	2005 年 6 月第 1 版
印 张	26.5	印 次	2005 年 6 月第 1 次印刷
字 数	480 000	定 价	27.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 16612-00

前 言

物理学作为所有自然科学中发展最早、最成熟、理论与实验并重的一门量化的学科,其成就不仅发展了自己,而且成为新技术、新学科、新思维的原动力。物理学始终站在科学发展的前列,推动技术的进步和创新,极大地影响着经济和社会的进步。

以物理学基础知识为内容的大学物理课程,它所包含的经典物理学、近代物理学和物理学在科学技术上应用的初步知识等都是高素质人才所必备的,是学习掌握其他自然科学和工程技术的基础。除此之外,物理学还有一个越来越重要的作用,这就是帮助学生建立科学的世界观、宇宙观,进行科学能力和科学方法的训练。

这部《大学物理学》教材按照教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会 2004 年修订的“大学物理教学基本要求(讨论稿)”编写,包含了基本要求所规定的全部基本内容和大部分扩展内容,教材基本上保持传统的内容体系,包括力学、热学、电磁学、振动与波动、光学和近代物理学(含狭义相对论)六篇共 26 章。教材广泛吸收了当前大学物理教学改革的成果和经验,力图将大学物理的教育思想、教育目标、课程体系、教学内容和教学手段等方面紧密融合在一起,是一部除了文字主教材外,还包括网络教材、电子教案、大学物理教学资源与能力训练光盘等教学资源的立体化、网络化教材。

为了使学生对物理学的基本概念、基本理论、基本方法能够有比较全面和系统的认识和正确的理解,这部教材发挥立体化、网络化的优势,在教学内容、教学方法和手段等方面进行了认真细致的编排和一些创新设计。主要特色有:

(1) 强化教学基本要求,渗透近现代物理知识。为了适应当前物理教学改革和实际教学的需求,做到实用与好用,教材加强了基本现象、基本概念、基本原理的阐述,深入浅出,增加了典型例题。为适应教学内容现代化的要求,一方面在经典物理中渗透、穿插近现代内容,介绍高新技术(例如军事技术等)中的物理原理,以增强现代气息;另一方面,以从单个微观粒子的运动到大量原子中电子的运动为线索,强调了处理微观粒子的量子理论体系。

教材每章后都有内容提要以突出基本要求。围绕教学要求精选习题,并分为选择、填空、计算三类,习题数量适中,便于学生和教师对基本知识的自测和检测,较难的习题给出提示。

(2) 运用教学设计,促进能力和素质培养。全书以物理模型、案例分析、知识拓展、物理学史四大主线贯穿始终,并围绕这四个方面来进行教学设计。强调了物理模型在物理学理论和科学研究方法以及实际问题中的地位 and 作用;通过与教学内容紧密结合的例题和案例(案例见随书光盘中的“思维、能力与方法训练”),展示分析综合、演绎归纳、科学抽象、类比联想等科学思维方法;在随书光盘中提供了大量的与教学内容相关的、相当于大学物理水平的知识与拓展阅读材料,可使读者通过文献阅读来独立获取知识,扩展知识面;本书还结合重要物理概念穿插介绍著名物理学家和物理学史,介绍了在典型物理理论的建立过程中所体现的科学精神。

另外,为方便开展双语教学,教材中还对物理名词给出了英文词汇。

(3) 以教材为核心开发教学资源,精心构筑立体化、网络化的教学系统。本教材相应的网络教材是国内第一部大学物理网络教材,军队首批建设的大学物理网络课程所采用的也是本教材。为方便教学,我们编写了配套的电子教案,经多年使用不断修改,标准规范,教学性好。我们还编写了配套的教学指导书,包括知识网络、重点难点分析、典型例题、习题简解和答案等内容。更多更丰富的教学参考资料,则以随书光盘的形式提供。

在上述随书光盘中,精心编写了“思维、能力与方法训练”、“知识与拓展”、“演示程序和动画”等栏目,所有这些内容都在教材每章后面以目录的形式列出,并在书中适当的地方加以注释和引用。这样就使这些教学参考资料与教材紧密结合,较好地解决了教学参考资料游离于教学内容之外的问题,提高了教学针对性和使用效率。特别是约 245 个演示程序和动画(其中有 151 个是用 Java 语言编写的 Applet 小程序)具有很强的智能性和交互性,形象直观,学生可以自己设定程序中的物理参数,体现了物理学实验观察和定量计算的研究风格。另外,随书光盘中还提供了诺贝尔物理学奖、多媒体课件等资料。

这部《大学物理学》教材是在吴王杰主编的军队“九五”重点教材《大学物理(网络教材)》(高等教育出版社,ISBN 7-900064-68-0,2001 年)的基础上改编和修订的。《大学物理(网络教材)》从最初的讲义开始,已在解放军理工大学作为重点课程建设的主教材试用了多年。参加这次修订的有吴王杰(第六章至第八章、第十五章至第二十六章)、蒋敏(第一章至第五章)、王晓(第九章至第十四章),武文远教授也参加了第二十章的修订。全书由吴王杰统稿。《大学物理(网络教材)》的副主编陆起图教授对此次的修订工作提出了许多建设性意见和具体帮助。另外,解放军理工大学韩仙华教授、卞清教授、海军工程大学康颖教授也对本教材的编写提出了有益的建议。我们还吸取了近年来大学物理教学改革的最研究成果,参考了近年来出版的部分优秀大学物理教材(见下册书后

参考文献),我们对此一并表示诚挚的谢意!

解放军理工大学对这次修订工作给予了大力支持。本书的编写和出版自始至终得到了高等教育出版社的指导和帮助。

需要特别指出的是,本书由清华大学陈泽民教授审稿,他认真、细致地审阅了全稿,提出了许多中肯、有益的修改意见,为本书的思想性和科学性提出了很多宝贵建议。作者在此向陈泽民教授表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,缺点、错误在所难免,恳请使用本教材的师生不吝提出宝贵的意见。

编写组

2004年12月

目 录

第一篇 力 学

第一章 质点运动学	3
1.1 质点的位矢、速度和加速度	3
1.2 运动叠加原理 抛体运动	11
1.3 圆周运动	14
1.4 相对运动	19
内容提要	23
习题	25
第二章 牛顿运动定律	29
2.1 物理学中的力	29
2.2 牛顿运动定律	34
2.3 国际单位制和量纲	37
2.4 非惯性系和惯性力	39
2.5 应用牛顿运动定律解题	44
内容提要	47
习题	49
第三章 动量与角动量	54
3.1 冲量与动量定理	54
3.2 质点系的动量定理	57
3.3 动量守恒定律	61
3.4 质点的角动量	65
内容提要	71
习题	72
第四章 功和能	76
4.1 功 动能定理	76
4.2 保守力和势能	80
4.3 功能原理	84
4.4 机械能守恒定律	87
4.5 碰撞	91

*4.6 理想流体	95
4.7 对称性与守恒定律	99
内容提要	103
习题	104
第五章 刚体的定轴转动	108
5.1 刚体的定轴转动	108
5.2 刚体的定轴转动定律	111
5.3 刚体绕定轴转动的动能定理	117
5.4 刚体的角动量定理和角动量守恒定律	122
5.5 进动	126
内容提要	129
习题	131

第二篇 热 学

第六章 气体动理论	137
6.1 热力学平衡态和温度	137
6.2 分子力和理想气体模型	139
6.3 理想气体的压强和温度	142
6.4 能量均分定理	146
6.5 麦克斯韦速率分布律	149
6.6 气体分子的平均自由程	155
6.7 气体的输运现象	157
*6.8 真实气体和范德瓦耳斯方程	160
内容提要	163
习题	165
第七章 热力学第一定律	169
7.1 热力学过程	169
7.2 热力学第一定律	171
7.3 理想气体的典型准静态过程	175
7.4 循环过程 卡诺循环	183
内容提要	189
习题	191
第八章 热力学第二定律	195
8.1 自然过程的方向性	195
8.2 热力学第二定律	197
8.3 热力学第二定律的统计意义	200

8.4 克劳修斯熵公式	204
8.5 熵的计算	207
内容提要	211
习题	212

第三篇 电 磁 学

第九章 电荷与静电场	217
9.1 电荷和库仑定律	217
9.2 电场和电场强度	221
9.3 高斯定理	228
9.4 静电场的环路定理和电势	239
9.5 电场强度和电势梯度的关系	246
9.6 带电粒子在静电场中的运动	249
内容提要	250
习题	252
第十章 静电场中的导体和电介质	259
10.1 导体的静电平衡	259
10.2 空腔导体与静电屏蔽	263
10.3 静电场中的电介质	267
10.4 电位移矢量	272
10.5 电容和电容器	276
10.6 静电场的能量	282
内容提要	287
习题	288
第十一章 稳恒电流和稳恒磁场	293
11.1 电流和电流密度	293
11.2 稳恒电场 电源 电动势	300
11.3 磁感应强度	303
11.4 毕奥 - 萨伐尔定律	308
11.5 磁场的高斯定理	317
11.6 安培环路定理	318
11.7 带电粒子在磁场中的运动	325
11.8 磁场对载流导线的作用	332
内容提要	341
习题	344
第十二章 物质的磁性	350

12.1 顺磁性和抗磁性	350
12.2 磁化强度和磁化电流	354
12.3 磁介质中的磁场 磁场强度	357
12.4 铁磁质	360
内容提要	363
习题	364
第十三章 电磁感应	366
13.1 电磁感应定律	366
13.2 动生电动势	371
13.3 感生电动势和感生电场	376
13.4 自感和互感	383
13.5 电感和电容电路的暂态过程	388
13.6 磁场的能量	391
内容提要	395
习题	396
第十四章 电磁场	402
14.1 位移电流	402
14.2 麦克斯韦方程组	407
内容提要	409
习题	410

第一篇 力学

第一章 质点运动学

物质世界是在不断运动着的,物质的运动形态多种多样、千变万化.其中最简单、最基本的运动形态是物体之间或物体各部分之间相对位置的变化,这称为机械运动(mechanical motion).各种机械及机器的运转、宇宙飞船的航行、流体的流动等都是机械运动.力学(mechanics)就是研究机械运动的基本规律及其应用的学科,它是研究复杂运动的基础.

在力学中,描述物体的位置如何随时间变化的内容称为运动学(kinematics).本章主要利用矢量(vector)和微积分来研究质点的运动学问题,并介绍运动的相对性及其描述.

1.1 质点的位矢、速度和加速度

1.1.1 质点、参考系和坐标

为了突出问题的本质,对所研究的对象,常要抽象为一定的理想化物理模型.在力学中有质点模型、刚体模型、谐振子模型等.

在研究物体的运动问题时,物体的形状和大小是各式各样、千差万别的.有些情况下,物体的形状和大小是重要的,但是我们常会看到一种比较简单的运动,例如行驶的汽车.在这种运动中,物体上各点都作相同的运动,因而任一点的运动都能代表整体的运动,物体的形状大小可以不必考虑.在这种情况下,可以将物体抽象为一个具有同等质量的点,称为质点(material point).抽象的目的是简化问题和便于作比较精确的描述(请参阅光盘中本章“思维、能力与方法训练”).

在一般情况下,物体的运动是非常复杂的,例如考虑地球的运动,就包括地球绕太阳的公转,绕自转轴的自转,潮汐所表现的变形运动,以及动植物的运动等.由于地球与太阳的距离等于地球半径的 2.34×10^4 倍,所以当考虑地球绕太阳公转时,地球上各点相对于太阳的运动可以看作是相同的,地球的公转是平动.因此研究地球的公转时,虽然它是一个十分巨大的星体,仍然可被简化为一

个质点.但是,在研究地球的自转时,就不能再把它当作质点处理了.

在另一些问题中,例如研究一个齿轮的转动,它的形状大小起着主要作用,不能忽略.在这类情况下,可以将物体看作质点的集合体处理.因此研究了质点的运动,不仅解决了物体的平动问题,而且为进一步研究物体的复杂运动打下了基础.

在物理学诸多领域中,其基本理论常以点模型为基础而推演发展起来,这与数学理论中的分析数学微积分方法是相似的.两者均源于文艺复兴时期以来主导于西方社会的世界观和方法论——注重个体,崇尚个性.正是在这一时期(17世纪),产生了经典牛顿力学,体现了注重分析的思想方法——分解整体为众多个体,从解析个体以及个体之间的相互作用入手,从而把握整体.

在月球上的某个人会认为他看到了地球在运动,但对于地球上的人来说是月球在运动,在这个意义上说,一切运动都是相对的.为了描述运动需要确定参考系(reference frame),即描述运动的场所.选取合适的参考系,可以方便地研究物体的运动.例如研究宇宙飞船的运动,当运载火箭刚发射时,一般选地面作为参考系;当飞船绕地球运行时,则选取地球为参考系;而当飞船飞离地球,绕太阳运行时,则应选太阳为参考系.在力学中常用到地面参考系和实验室参考系.

最后,要定量地描述质点的位置和位置随时间的变化,需要在参考系上建立适当的坐标系(coordinate frame).常用的有直角坐标系、平面极坐标系和自然坐标系等.

1.1.2 质点的位矢

如图 1.1,设质点在时刻 t 处于位置 P ,我们从坐标原点 O 向此点引一条有向线段 OP ,并记作矢量 $\mathbf{r}$. $\mathbf{r}$ 的方向确定了 P 点相对于坐标轴的方位, $\mathbf{r}$ 的大小(模)就是 P 点到原点的距离.方位和距离都确定了, P 点的位置也就完全确定了.用来确定质点位置的这一矢量 $\mathbf{r}$ 叫作质点的位置矢量(position vector),简称位矢.

质点运动时,位矢 $\mathbf{r}$ 是随时间改变的,我们可以用函数

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1.1.1)$$

来表示.上式就是质点运动方程的矢量表示式,常称为运动学方程(kinematical equation).

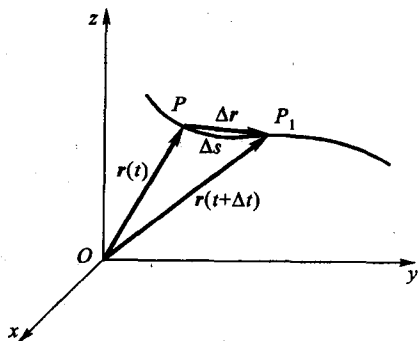


图 1.1 质点的位矢和位移

在直角坐标系中,质点的位置 P 也可以用它在 x 、 y 、 z 轴的坐标 x 、 y 、 z 来表示,位矢 $\mathbf{r}$ 可以写为

$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1.1.2)$$

其值为

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1.1.3)$$

位矢 $\mathbf{r}$ 的方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{x}{|\mathbf{r}|}, \quad \cos \beta = \frac{y}{|\mathbf{r}|}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{|\mathbf{r}|} \quad (1.1.4)$$

式中 α 、 β 、 γ 分别是位矢 $\mathbf{r}$ 与 x 轴、 y 轴、 z 轴之间的夹角. 根据式(1.1.3),可得

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (1.1.5)$$

说明式(1.1.4)的三个等式中只有两个是独立的,所以确定一个质点空间位置的参量(自由度)是3个,可以是三个直角坐标(x, y, z),也可以是位矢的长度 r 和三个方位角(α, β, γ)中的任意两个.

在直角坐标系中,质点的运动学方程(1.1.2)也可以写成坐标分量的形式:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1.1.6)$$

从上式中消去参数 t 便得到质点运动的轨迹方程 $f(x, y, z) = 0$, 所以式(1.1.6)也是运动轨迹的参数方程. 质点运动学的重要任务之一就是找出质点运动所遵循的运动学方程.

1.1.3 位移和速度

如图 1.1, 设质点在 t 时刻处于位置 P 点, 在 $t + \Delta t$ 时刻运动到位置 P_1 点, P 和 P_1 的位矢分别为 $\mathbf{r}(t)$ 和 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$, 则质点在 t 到 $t + \Delta t$ 时间间隔内位矢的增量为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (1.1.7)$$

$\Delta \mathbf{r}$ 称为质点在 t 到 $t + \Delta t$ 时间内的位移矢量, 简称位移(displacement). 在直角坐标系, 位移可以表示为

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} \quad (1.1.8)$$

其中 Δx 、 Δy 、 Δz 分别为质点在 t 到 $t + \Delta t$ 时间间隔内各坐标分量的增量.

需要指出的是, 质点运动的实际路径是图 1.1 中的弧线 Δs , 其弧长即路径的长度也叫作路程(path), 一般情况下路程并不等于位移的大小, 即 $\Delta s \neq |\Delta \mathbf{r}|$. 例如, 当质点经一闭合路径回到起始位置时, 其位移为 0, 而路程则不为 0. 只有当时间间隔 Δt 取无穷小的极限情况下, 位移的大小 $|\mathbf{dr}|$ 才等于路程 ds .

一般情况下,仅知道质点在某时刻的位矢还不能完全确定质点的运动状态,为确定质点的运动状态,还需要知道质点运动的方向和快慢. 描述质点运动的方向和快慢的物理量是速度. 在一段时间内,质点的位移 $\Delta \mathbf{r}$ 和发生这段位移所经历的时间 Δt 之比称为质点在这一段时间内的平均速度,即

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1.1.9)$$

当 Δt 趋于零时,上式的极限就是位矢对时间的变化率,称为质点在时刻 t 的瞬时速度,简称速度 (velocity),即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1.1.10)$$

由式(1.1.9)可知,位移 $\Delta \mathbf{r}$ 是矢量,所以平均速度是矢量,其方向与位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向相同. 而速度 $\mathbf{v}$ 的方向是位移 $\Delta \mathbf{r}$ 在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限方向,如图 1.1 所示,当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,位移 $\Delta \mathbf{r}$ 趋向于和轨道相切,即沿点 P 的切线方向.

速度的大小叫速率 (speed),以 v 表示:

$$v = |\mathbf{v}| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1.1.11)$$

表明速率 v 又等于质点所走过的路程对时间的变化率.

在直角坐标系中,将式(1.1.2)代入式(1.1.10),则速度 $\mathbf{v}$ 可用三个坐标轴方向的分速度的矢量合成式表示

$$\mathbf{v} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \quad (1.1.12)$$

由上式,速率也可表示为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1.1.13)$$

由上式可知,质点在作机械运动时的运动状态,即在任一时刻的位置及运动的快慢、方向,可由该时刻质点的位矢 $\mathbf{r}$ 和速度 $\mathbf{v}$ 来描述. $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{v}$ 称为质点运动的状态参量. 只有当质点的位矢和速度同时被确定时,质点的运动状态才被完全确定.

1.1.4 加速度

下面进一步介绍描述质点运动速度变化的物理量——加速度. 设质点在 t 与 $t + \Delta t$ 时刻的位矢、速度分别为 $\mathbf{r}(t)$ 、 $\mathbf{v}(t)$ 和 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ 、 $\mathbf{v}(t + \Delta t)$,则这段时间内的平均加速度为

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1.1.14)$$

当 Δt 趋于零时,上式的极限就是速度对时间的变化率,称为质点在 t 时刻

的瞬时加速度,简称加速度(acceleration),即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2 \boldsymbol{r}}{dt^2} \quad (1.1.15)$$

在直角坐标系中,加速度可用三个坐标轴方向的分加速度的矢量合成式表示为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= \frac{dv_x}{dt} \boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt} \boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt} \boldsymbol{k} = \frac{d^2 x}{dt^2} \boldsymbol{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \boldsymbol{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \boldsymbol{k} \\ &= a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1.1.17)$$

加速度 $\boldsymbol{a}$ 是一个矢量,它的方向是 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向. 注意到描述质点运动状态的速度 $\boldsymbol{v}$ 是矢量,所以加速度 $\boldsymbol{a}$ 不仅表示质点速度大小的变化,也表示速度方向的变化. 一般情况下,质点任一时刻的加速度方向并不一定沿着该时刻质点速度的方向(轨迹的切线方向).

根据以上所述,质点的速度 $\boldsymbol{v}$ 等于位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 对时间的一阶导数,加速度 $\boldsymbol{a}$ 等于位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 对时间的二阶导数,原则上我们可以接着定义位置矢量对时间的更高阶导数. 但是实际上在牛顿力学中,只有质点的速度和加速度是有对应的物理意义的.

研究物体的运动问题时,我们常常会碰到这样两类问题. 一类是已知物体的运动学方程,要求物体的速度和加速度,这类问题可以应用公式(1.1.10)和(1.1.15),通过运动学方程对时间求导数而得到,此类问题常称为运动学第一类问题. 另一类问题是已知质点的加速度或速度和初始条件($\boldsymbol{x}_0$ 和 $\boldsymbol{v}_0$),求物体的运动学方程或运动轨迹,这类问题可以通过对公式(1.1.10)和(1.1.15)对时间积分而得到,此类问题常称为运动学第二类问题.

例题 1.1 已知一质点的运动学方程为 $\boldsymbol{r} = A(e^{\alpha t} \boldsymbol{i} + e^{-\alpha t} \boldsymbol{j})$, 式中 A 和 α 为正的常数. 试求该质点的速度和加速度,并画出它的轨迹.

解 根据式(1.1.10),质点的速度为

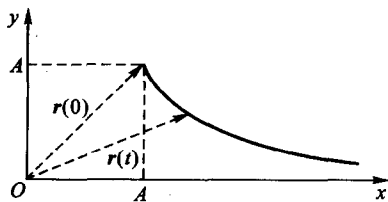
$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = A(\alpha e^{\alpha t} \boldsymbol{i} - \alpha e^{-\alpha t} \boldsymbol{j})$$

或

$$v_x = A\alpha e^{\alpha t}, \quad v_y = -A\alpha e^{-\alpha t}$$

所以, v 的大小为

$$v = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)} = A\alpha \sqrt{e^{2\alpha t} + e^{-2\alpha t}}$$



例题 1.1 图

v 的方向与 x 轴的夹角 φ 为

$$\tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} = -e^{-2\alpha t} \quad \text{或} \quad \varphi = -\arctan e^{-2\alpha t}$$

根据 (1.1.15) 式, 质点的加速度 a 为

$$a = \frac{dv}{dt} = A(\alpha^2 e^{\alpha t} i + \alpha^2 e^{-\alpha t} j)$$

其大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = A\alpha^2 \sqrt{e^{2\alpha t} + e^{-2\alpha t}}$$

a 的方向与 x 的夹角 θ 为

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = e^{-2\alpha t}, \quad \theta = \arctan e^{-2\alpha t}$$

质点的运动轨迹可由运动学方程在直角坐标系中的分量式

$$\begin{cases} x = Ae^{\alpha t} \\ y = Ae^{-\alpha t} \end{cases}$$

画出(如题图所示). 当 $t \rightarrow \infty$ 该质点的位置矢量、速度和加速度在 x 方向上无限增大, 在 y 方向上趋近于 0.

此题属于运动学第一类问题, 在计算时应注意位矢、速度和加速度都是矢量, 在求导时实际上是对各个分量分别求导.

例题 1.2 如图所示 A、B 两物体由长为 l 的刚性细杆相连, A、B 两物体可在光滑轨道上滑行. 如物体 A 以恒定速率 v 向左滑行, 求 B 的速度. 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, B 的速度是多少?

解 选如图所示的坐标系, A 的速度为

$$v_A = v_x = \frac{dx}{dt} i = -vi$$

B 的速度为

$$v_B = v_y = \frac{dy}{dt} j$$

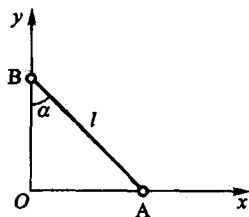
由几何关系有 $x^2 + y^2 = l^2$, 考虑细杆是刚性的, l 为一常量, 而 x, y 是时间的函数, 对几何关系两端关于 t 求导得

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{x}{y} \frac{dx}{dt} = v \tan \alpha$$

因此

$$v_B = v \tan \alpha j$$

由于运动过程中, 角 α 是变化的, 所以, 虽然 A 运动的速度是常量, 但 B 的速度



例题 1.2 图