

初等数学手册

М. Я. 魏戈茨基 著

周恒涛译 许国保等校

人民教育出版社

356

初等数学手册

M·Я·魏戈茨基 著

周 恒 濤 译

許国保等校

人 民 教 育 出 版 社

本手册系根据苏联国立技术理论书籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы)一九五五年三月出版的魏戈茨基(М. Я. Выгодский)所編的初等数学手册(Справочник по элементарной математике)一书第八版譯出。

本手册包含苏联中学教学大纲中关于数学方面(算术、代数、几何、三角)的全部材料。另外还解釋了不包括在教学大纲以内的一系列的問題,对于工业与农业人員的实际工作是重要的。近似数的計算尤特別注意。

本手册包含两种性质的內容:第一种,本书中提供了实际参考的材料。所有的定义、法则、公式和定理都同时列有例題;并說明需要在什么情形下及怎样应用法则,需要避免什么錯誤等等。第二种,本书解釋了初等数学的基本概念及最重要的方法。并特別提供了有关算术、代数、几何与三角发展的历史資料,这些資料是为了了解本书叙述的問題所必需。

*

М. Я. ВЫГОДСКИЙ
СПРАВОЧНИК ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ
МАТЕМАТИКЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА · 1954

本书根据苏联国立技术理论书籍出版社
莫斯科 1954 年版譯出

*

初等数学手册

〔苏联〕 М·Я·魏戈茨基 著

周恒禮譯 許国保等校

北京市书刊出版业营业许可证出字第 2 号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店經售

人民教育印刷厂印装

統一书号: 13012 · 11 字数: 298 千

开本: 850 × 1168 毫米 1/32 印張: $12\frac{7}{8}$ 插頁: 2

1957 年 9 月第一版

1964 年 1 月第九次印刷

北京 · 122, 601—135, 600 册

*

定价 1.30 元

目 录

这本手册的内容.....6	§10. 运算的次序; 括号.....59
I. 表	
§1. 几个常常遇到的常数.....8	§11. 整除性的特征60
§2. 幂, 方根, 倒数, 圆周长, 圆面积, 自然对数9	§12. 质数与合数63
§3. 常用对数13	§13. 分解为质因数的运算63
§4. 反对数17	§14. 最大公约数65
§5. 三角函数值的对数21	§15. 最小公倍数65
§6. 正弦与余弦27	§16. 简单分数66
§7. 正切与余切31	§17. 分数的约分与“扩分”67
§8. 度数化为弧度数38	§18. 分数的比较; 通分68
§9. 弧度数化为度数39	§19. 分数的加法与减法69
§10. 6000以内的质数表40	§20. 分数乘法. 定义70
§11. 几个数学符号42	§21. 分数乘法. 法则72
§12. 拉丁字母表43	§22. 分数除法72
§13. 希腊字母表43	§23. 零的运算73
II. 算术	
§1. 算术的对象44	§24. 全体与部分74
§2. 整数(自然数)44	§25. 小数75
§3. 计数的范围44	§26. 小数的性质76
§4. 十进制制46	§27. 小数的加法、减法与乘法77
§5. 数的概念的发展47	§28. 整数除小数的运算78
§6. 数字48	§29. 小数除小数的运算79
§7. 几种民族的计数制48	§30. 小数化分数及逆运算80
§8. 大数目的名称56	§31. 分数的历史资料81
§9. 算术运算56	§32. 百分数83
	§33. 近似计算85
	§34. 近似数的书写方法86
	§35. 化整的法则87
	§36. 绝对与相对误差88
	§37. 加减运算时的预先化整90

§38. 和与差的誤差91

§39. 乘积的誤差94

§40. 相乘时正确位数的計算96

§41. 簡化乘法98

§42. 近似数的除法.....100

§43. 簡化除法.....102

§44. 近似数的乘方与开平方.....104

§45. 平均数.....106

§46. 算术平均数的簡化計算.....108

§47. 算术平均数的准确度.....109

§48. 比与比例.....110

§49. 比例.....111

§50. 比例的实际应用, 补插法.....113

III. 代数学

§1. 代数学的对象.....115

§2. 代数学的发展史.....116

§3. 負数.....121

§4. 負数的起源和負数的运算
法則.....124

§5. 負数和正数的运算法則..... 126

§6. 單項式的运算; 多項式的加
法和減法.....128

§7. 和与多項式的乘法.....130

§8. 多項式的簡捷乘法公式.....131

§9. 和与多項式的除法.....132

§10. 多項式除以一次二項式.....135

§11. 二項式 $x^m \mp a^m$ 被 $x \mp a$
整除.....136

§12. 多項式的因式分解.....138

§13. 分式.....139

§14. 比例.....141

§15. 为什么需要方程.....142

§16. 方程怎样組成.....143

§17. 有关方程的一般知識 145

§18. 同解方程. 解方程的基本
方法.....147

§19. 方程的分类.....148

§20. 一元一次方程.....149

§21. 二元一次联立方程.....151

§22. 二元一次联立方程的
解法.....152

§23. 解二元一次联立方程的
一般公式和特殊情况.....155

§24. 三元一次联立方程.....158

§25. 幂的运算法則.....162

§26. 方根的运算.....164

§27. 无理数.....167

§28. 二次方程; 虛数和复数.....169

§29. 二次方程的解法.....171

§30. 二次方程的根的性質.....174

§31. 二次三項式的因式分解.....175

§32. 用二次方程来解高次方程.....176

§33. 二元二次联立方程.....177

§34. 复数.....179

§35. 复数的基本法則.....180

§36. 复数的加法.....181

§37. 复数的減法.....182

§38. 复数的乘法.....182

§39. 复数的除法.....183

§40. 复数的几何表示法.....185

§41. 复数的模数和幅角.....186

§42. 复数的三角函数式.....188

§43. 两复数相加及相減的几何
意义.....190

§44. 两复数相乘的几何意义..... 192

§45. 两复数相除的几何意义.....194

§46. 复数的整次幂.....196

§47. 复数的开方.....197

§48. 复数自乘任意实次幂.....200

§49. 有关高次代数方程的一些知識	202
§50. 不等式概論	204
§51. 不等式的基本性質	205
§52. 几个重要的不等式	207
§53. 同解不等式. 解不等式的基本方法	211
§54. 不等式的分类	213
§55. 一元一次不等式	213
§56. 联立一次不等式	214
§57. 最简单的一元二次不等式	215
§58. 一元二次不等式(一般情况)	216
§59. 等差級数	217
§60. 等比級数	218
§61. 負指数幂, 零指数幂与分数指数幂	220
§62. 对数方法的本质; 对数表的造法	222
§63. 对数的基本性質	225
§64. 自然对数; 数 e	227
§65. 常用对数	230
§66. 人为形式的負对数的运算	232
§67. 从数求对数	234
§68. 从对数求数	237
§69. 反对数表	239
§70. 对数計算的举例	241
§71. 联合	243
§72. 牛頓二項式	246

IV. 几何学

A. 几何作图

1. 过一已知点 C 作一直綫与一已知直綫 AB 平行	251
2. 平分一已知綫段 AB	251
3. 将一已知綫段 AB 分为一定数目的相等部分	251
4. 将已知綫段分为与各已知量成比例的部分	251
5. 过一直綫 MN 上一已知点 A 作这直綫的垂綫	252
6. 从一已知点 C 作直綫 MN 的垂綫	252
7. 已知頂点 K 与射綫 KM , 求作一角等于已知角 ABC	252
8. 求作 60° 角及 30° 角	253
9. 求作 45° 角	253
10. 二等分一已知角 BAC	253
11. 将已知 BAC 角分为三等分	253
12. 用已知半徑 r 作一圆通过两已知点 A 与 B	254
13. 过三已知点 A, B, C (不在一条直綫上) 作一圆	254
14. 求已知圆弧的圓心	254
15. 平分一已知圆弧	254
16. 求对已知綫段 AB 張已知角度 α 的点的軌迹	254
17. 过一已知点 A 作一切綫与一已知圆相切	255
18. 作两已知圆的外公切綫	255
19. 作两已知圆的內公切綫	256
20. 作一已知三角形 ABC 的外接圆	257
21. 作一已知三角形 ABC 的內切圆	257
22. 作一已知矩形(或正方形) $ABCD$ 的外接圆	257
23. 作一菱形(或正方形)	

$ABCD$ 的内切圆.....	257
24. 作一已知正多边形的外接圆.....	257
25. 作一已知正多边形的内切圆.....	258
26. 按照三边 a, b 与 c , 作三角形.....	258
27. 已知二边 a 与 b 及一角 α , 作一平行四边形.....	258
28. 已知底边与高, 作一矩形.....	258
29. 已知一边, 作正方形.....	258
30. 已知一对角线 AB , 作正方形.....	258
31. 在已知圆内作一内接正方形.....	259
32. 作已知圆的外切正方形.....	259
33. 作一已知圆的内接正五边形.....	259
34. 作一已知圆的内接正六边形与等边三角形.....	259
35. 作一已知圆的内接正八边形.....	260
36. 作一已知圆的内接正十边形.....	260
37. 作一已知圆的外切正三角形、正五边形、正六边形、正八边形、正十边形.....	260
38. 在已知一边 a 上作正 n 边形.....	260

B. 平面几何学

§1. 几何学的对象.....	261
§2. 关于几何学发展的历史资料.....	262
§3. 定理, 公理, 定义.....	264

§4. 直线, 射线, 线段.....	266
§5. 角.....	266
§6. 多边形.....	268
§7. 三角形.....	269
§8. 两三角形全等的性质.....	270
§9. 三角形中一些重要的线和点.....	271
§10. 正射影; 三角形三边间的相互关系.....	273
§11. 平行线.....	275
§12. 平行四边形与梯形.....	277
§13. 平面图形的相似, 两三角形相似的性质.....	279
§14. 轨迹. 圆与圆周.....	281
§15. 圆内的角; 圆周与弧的长度.....	283
§16. 圆内角的量法.....	285
§17. 点的幂.....	287
§18. 根轴; 根心.....	288
§19. 内接与外切多边形.....	290
§20. 正多边形.....	291
§21. 平面图形的面积.....	293

B. 立体几何学

§1. 概述.....	296
§2. 基本概念.....	296
§3. 角.....	297
§4. 射影.....	300
§5. 多面角.....	301
§6. 多面体; 棱柱, 平行六面体, 棱锥.....	302
§7. 柱.....	306
§8. 锥.....	307
§9. 圆锥曲线.....	309
§10. 球.....	310

§11. 球面多边形	311
§12. 球的部分	313
§13. 球的切面, 柱的切面与 錐的切面	315
§14. 立体角	317
§15. 正多面体	318
§16. 对称	319
§17. 平面图形的对称	322
§18. 体的相似	323
§19. 体的体积与表面积	325

V. 三角

§1. 三角的对象	328
§2. 三角的发展史	329
§3. 角的弧度量法	331
§4. 度数与弧度的量度的相 互变换	333
§5. 銳角的三角函数	334
§6. 从角求三角函数	336
§7. 从角度的三角函数求角	339
§8. 直角三角形的解法	340
§9. 三角函数的对数表	342
§10. 从角度求三角函数的对数	344
§11. 从三角函数的对数求角度	346
§12. 利用对数解直角三角形	347
§13. 解直角三角形的实际应用	349
§14. 同一角的三角函数間的 相互关系	351
§15. 任意角的三角函数	351
§16. 簡化的公式	353
§17. 和角与差角的公式	357

§18. 倍角, 三倍角与半角公式	357
§19. 三角公式变换为便于用 对数計算的形式	358
§20. 把含有三角形各角的式子 变换为可取对数的形式	359
§21. 几个重要的关系式	360
§22. 三角形各元素間的基本 关系	361
§23. 斜三角形的解法	363
§24. 反三角函数	368
§25. 反三角函数的基本关系	371
§26. 三角函数表的編制	372
§27. 三角方程	373
§28. 三角方程的解法	376

VI. 函数, 图象

§1. 常量与变量	381
§2. 两变量間的函数关系	382
§3. 反函数	383
§4. 用表与公式表示函数	384
§5. 函数的表示法	385
§6. 坐标	385
§7. 函数的图象表示	387
§8. 最簡單的函数与它們的 图象	388
§9. 方程的图解法	399
§10. 不等式的图解法	402
§11. 关于解析几何学的概念	405
§12. 极限	408
§13. 无穷小与无穷大的量	409

这本手册的内容

这本手册包含中学教学大纲中关于数学方面(算术,代数,几何,三角)的全部材料。另外在这里解释了一系列的问题,它们不包括在教学大纲以内,可是对于工业与农业人员的实际工作是重要的。近似数的计算尤特别注意。

这本书包含两种性质的内容:

第一种,这里提供了实际参考的材料:例如最大公约数是什么,正切是什么等等;怎样计算百分数,怎样作正五边形等等;应用哪一公式解二次方程,求圆台的体积等等。这一些参考材料可以利用按字母顺序排列的索引(在书末)“立刻”查到。所有的定义、法则、公式和定理都同时列有例题;并说明需要在什么情形下及怎样应用法则,需要避免什么错误等等。

第二种,这里解释了初等数学的基本概念及最重要的方法。为什么在数学里要引用负数或虚数?为什么负数乘上负数,我们得到正数?怎样计算对数表?这一类性质的问题一般说在学校教科书里讨论不到的;因此我们多加注意。我们特别提供了有关算术,代数,几何与三角发展的历史资料,这些资料是为了了解本书叙述的问题所必需的。

这本手册虽然写得很紧凑,可是叙述得足够详细,使得没有通晓某一部分的读者也可依靠本书来学习。当然,这里没有证明和推导;这就是手册研究和教科书不同的地方。

但是有时我们也将推导列出来。这是在学校教科书中的相应问题或是完全没有讨论到,或是叙述得不够使人满意的情形下才如此做的。例如在有关复数的各节中的叙述甚至比学校教科书的叙述还要详细得多。

要查有关某一点材料的读者可以在所有说明该材料的概念与方法的各节中找到参考。罗马数字指篇数;阿拉伯数字指节数。

同时著者恳切劝告，凡不是偶然需要参考这一本书的读者，将所要参考的部分《完全》浏览一遍。

作者谨向所有提出意见及期望的人们致深切的谢意。除去前几版序言所列出的人以外，作者必需特别感谢下士 Г. Т. 布迪夫钦科，兵士 ~~М. М. 佩罗~~ 科夫，兵士 В. П. 德罗诺夫，工程师 И. И. 伊林斯基，工程师卡尔努霍娃，工长 М. И. 克利沃夫，测量技师 И. М. 兰金，学生 Р. Ф. 奥尔费叶夫，工长 Е. С. 巴甫洛夫，学生 И. 潘群林，集体农庄队长 А. Г. 彼得洛夫，实习员 Г. 萨里穆里娜，教员 К. А. 特罗依茨基和中士 А. И. 契库林。

对于所有愿意通知作者有关修正及期望的意见的人，作者谨致深切的谢意（通信地址：Москва 120, 4-й Сыромятнический п., 3/5, кв. 105, М. Я. Выгодскому）。

1954年1月4日。

М. 魏戈茨基

I. 表

§ 1. 几个常常遇到的常数

量	n	lg n	量	n	lg n
π	3.1416	0.4971	$\sqrt[3]{\pi}$	1.4646	0.1657
2π	6.2832	0.7982	$\sqrt[3]{1:\pi}$	0.6828	$\bar{1}.8343$
3π	9.4248	0.9743	$\sqrt[3]{\pi:6}$	0.8060	$\bar{1}.9063$
4π	12.5664	1.0992	$\sqrt[3]{3:4\pi}$	0.6204	$\bar{1}.7926$
$4\pi:3$	4.1888	0.6221	$\sqrt[3]{\pi^2}$	2.1450	0.3314
$\pi:2$	1.5708	0.1961	e	2.7183	0.4343
$\pi:3$	1.0472	0.0200	e^2	7.3891	0.8686
$\pi:4$	0.7854	$\bar{1}.8951$	\sqrt{e}	1.6487	0.2171
$\pi:6$	0.5236	$\bar{1}.7190$	$\sqrt[3]{e}$	1.3956	0.1448
$\pi:180$	0.0175	$\bar{2}.2419$	$1:e$	0.3679	$\bar{1}.5657$
$2:\pi$	0.6366	$\bar{1}.8039$	$1:e^2$	0.1353	$\bar{1}.1314$
$180:\pi$	57.2958	1.7581	$\sqrt{1:e}$	0.6065	$\bar{1}.7829$
$10800:\pi$	3437.7467	3.5363	$\sqrt[3]{1:e}$	0.7165	$\bar{1}.8552$
$648000:\pi$	206264.81	5.3144	$M = \ln e$	0.4343	$\bar{1}.6378$
$1:\pi$	0.3183	$\bar{1}.5029$	$\frac{1}{M} = \ln 10$	2.3026	0.3622
$1:2\pi$	0.1592	$\bar{1}.2018$	$2!$	2	
$1:3\pi$	0.1061	$\bar{1}.0257$	$3!$	6	
$1:4\pi$	0.0796	$\bar{2}.9008$	$4!$	24	
π^2	9.8696	0.9943	$5!$	120	
$2\pi^2$	19.7392	1.2953	$6!$	720	
$\sqrt{\pi}$	1.7725	0.2486	$7!$	5040	
$\sqrt{2\pi}$	2.5066	0.3991	$8!$	40320	
$\sqrt{\pi:2}$	1.2533	0.0981	$9!$	362880	
$\sqrt{1:\pi}$	0.5642	$\bar{1}.7514$	$10!$	3628800	
$\sqrt{2:\pi}$	0.7979	$\bar{1}.9019$	$11!$	39916800	
$\sqrt{3:\pi}$	0.9772	$\bar{1}.9900$	$12!$	479001600	
$\sqrt{4:\pi}$	1.1284	0.0525			

§ 2. 幂, 方根, 倒量, 圆周长, 圆面积, 自然对数

(欲求三位数的相当值, 可以应用补插法*; 这样在末一位产生的误差并不大。)

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[4]{100n}$	$\frac{1}{n}$	π^n	$\frac{\pi^n}{4}$	$\ln n^{**}$
1	1	1	1.000	1.000	3.162	2.154	4.642	1.000	3.14	0.785	0.00000
2	4	8	1.414	1.260	4.472	2.714	5.848	0.500	6.28	3.142	0.69315
3	9	27	1.732	1.442	5.477	3.107	6.694	0.333	9.42	7.069	1.09861
4	16	64	2.000	1.587	6.325	3.420	7.368	0.250	12.57	12.566	1.38629
5	25	125	2.236	1.710	7.071	3.684	7.937	0.200	15.71	19.635	1.60944
6	36	216	2.449	1.817	7.746	3.915	8.434	0.167	18.85	28.274	1.79176
7	49	343	2.646	1.913	8.367	4.121	8.879	0.143	21.99	38.484	1.94591
8	64	512	2.828	2.000	8.944	4.309	9.283	0.125	25.13	50.265	2.07944
9	81	729	3.000	2.080	9.487	4.481	9.655	0.111	28.27	63.617	2.19722
10	100	1000	3.162	2.154	10.000	4.642	10.000	0.100	31.42	78.540	2.30259
11	121	1331	3.317	2.224	10.488	4.791	10.323	0.091	34.56	95.083	2.39790
12	144	1728	3.464	2.289	10.954	4.932	10.627	0.083	37.70	113.097	2.48491
13	169	2197	3.606	2.351	11.402	5.066	10.914	0.077	40.84	132.73	2.56495
14	196	2744	3.742	2.410	11.832	5.192	11.187	0.071	43.98	153.94	2.63906
15	225	3375	3.873	2.466	12.247	5.313	11.447	0.067	47.12	176.72	2.70805
16	256	4096	4.000	2.520	12.649	5.429	11.696	0.062	50.27	201.06	2.77259

* 关于补插法, 参阅 II, 50.

** \ln —自然对数(参阅 III, 64)

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[4]{100n}$	$\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	$\ln n$
17	289	4913	4.123	13.038	2.571	5.540	11.935	0.059	53.41	226.98	2.83321
18	324	5832	4.243	13.416	2.621	5.646	12.161	0.056	56.55	254.47	2.89037
19	361	6859	4.359	13.784	2.663	5.749	12.386	0.053	59.69	283.53	2.94444
20	400	8000	4.472	14.142	2.714	5.848	12.599	0.050	62.83	314.16	2.99573
21	441	9261	4.583	14.491	2.759	5.944	12.806	0.048	65.97	346.36	3.04452
22	484	10648	4.690	14.832	2.802	6.037	13.006	0.045	69.12	380.13	3.09104
23	529	12167	4.796	15.166	2.844	6.127	13.200	0.043	72.26	415.48	3.13549
24	576	13824	4.899	15.492	2.884	6.214	13.389	0.042	75.40	452.39	3.17805
25	625	15625	5.000	15.811	2.921	6.300	13.572	0.040	78.54	490.87	3.21888
26	676	17576	5.099	16.125	2.962	6.383	13.751	0.038	81.68	530.93	3.25810
27	729	19683	5.196	16.432	3.000	6.463	13.925	0.037	84.82	572.55	3.29584
28	784	21952	5.292	16.733	3.037	6.542	14.095	0.036	87.96	615.75	3.33220
29	841	24389	5.385	17.029	3.072	6.619	14.260	0.034	91.11	660.52	3.36730
30	900	27000	5.477	17.321	3.107	6.694	14.422	0.033	94.25	706.86	3.40120
31	961	29791	5.568	17.607	3.141	6.768	14.581	0.032	97.39	754.77	3.43399
32	1024	32768	5.657	17.889	3.175	6.840	14.736	0.031	100.53	804.25	3.46574
33	1089	35937	5.745	18.166	3.208	6.910	14.888	0.030	103.67	855.30	3.49651
34	1156	39304	5.831	18.439	3.240	6.980	15.037	0.029	106.81	907.92	3.52636
35	1225	42875	5.916	18.708	3.271	7.047	15.183	0.029	109.96	962.1	3.55535
36	1296	46656	6.000	18.974	3.302	7.114	15.325	0.028	113.10	1017.9	3.58352
37	1369	50653	6.083	19.235	3.332	7.179	15.467	0.027	116.24	1075.2	3.61092
38	1444	54872	6.164	19.494	3.362	7.243	15.605	0.026	119.4	1134.1	3.63759
39	1521	59319	6.245	19.748	3.391	7.306	15.741	0.026	122.5	1194.6	3.66356
40	1600	64000	6.325	20.000	3.420	7.368	15.874	0.025	125.7	1256.6	3.68888
41	1681	68921	6.403	20.248	3.448	7.429	16.005	0.024	128.8	1320.2	3.71357
42	1764	74088	6.481	20.494	3.476	7.489	16.134	0.024	131.9	1385.4	3.73767
43	1849	79507	6.557	20.736	3.503	7.548	16.261	0.023	135.1	1452.2	3.76120
44	1936	85184	6.633	20.976	3.530	7.606	16.386	0.023	138.2	1520.5	3.78419

n	z	π^2	$\sqrt{\pi}$	$\sqrt{10\pi}$	$\sqrt[3]{\pi}$	$\sqrt[4]{10\pi}$	$\sqrt[4]{100\pi}$	$\frac{1}{\pi}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	$\ln n$
45	2025	91125	6.708	21.213	3.557	7.663	16.510	0.022	141.4	1590.4	3.80666
46	2116	97336	6.782	21.448	3.583	7.719	16.631	0.022	144.5	1661.9	3.82864
47	2209	103523	6.856	21.679	3.609	7.775	16.751	0.021	147.7	1734.9	3.85015
48	2304	110592	6.928	21.909	3.634	7.830	16.869	0.021	150.8	1809.6	3.87120
49	2401	117649	7.000	22.136	3.659	7.884	16.985	0.020	153.9	1885.7	3.89182
50	2500	125000	7.071	22.361	3.684	7.937	17.100	0.020	157.1	1963.5	3.91202
51	2601	132651	7.141	22.583	3.708	7.990	17.213	0.020	160.2	2042.8	3.93183
52	2704	140608	7.211	22.804	3.733	8.041	17.325	0.019	163.4	2123.7	3.95124
53	2809	148877	7.280	23.022	3.756	8.093	17.435	0.019	166.5	2206.2	3.97029
54	2916	157464	7.348	23.238	3.780	8.143	17.544	0.018	169.6	2290.2	3.98898
55	3025	166375	7.416	23.452	3.803	8.193	17.652	0.018	172.8	2375.8	4.00733
56	3136	175616	7.483	23.664	3.826	8.243	17.758	0.018	175.9	2463.0	4.02535
57	3249	185193	7.550	23.875	3.849	8.291	17.863	0.017	179.1	2551.8	4.04306
58	3364	195112	7.616	24.083	3.871	8.340	17.967	0.017	182.2	2642.1	4.06044
59	3481	205379	7.681	24.290	3.893	8.387	18.070	0.017	185.4	2734.0	4.07754
60	3600	216000	7.746	24.495	3.915	8.434	18.171	0.017	188.5	2827.4	4.09434
61	3721	226981	7.810	24.698	3.936	8.481	18.272	0.016	191.6	2922.5	4.11087
62	3844	238328	7.874	24.900	3.958	8.527	18.371	0.016	194.8	3019.2	4.12718
63	3969	250047	7.937	25.100	3.979	8.573	18.469	0.016	197.9	3117.2	4.14313
64	4096	262144	8.000	25.298	4.000	8.618	18.566	0.016	201.1	3217.0	4.15888
65	4225	274625	8.062	25.495	4.021	8.662	18.663	0.015	204.2	3318.3	4.17439
66	4356	287496	8.124	25.690	4.041	8.707	18.758	0.015	207.3	3421.1	4.18965
67	4489	300763	8.185	25.884	4.062	8.750	18.852	0.015	210.5	3525.6	4.20469
68	4624	314432	8.246	26.077	4.082	8.794	18.945	0.015	213.6	3631.7	4.21951
69	4761	328509	8.307	26.268	4.102	8.837	19.038	0.014	216.8	3739.3	4.23411
70	4900	343000	8.367	26.458	4.121	8.879	19.129	0.014	219.9	3848.4	4.24850
71	5041	357911	8.426	26.646	4.141	8.921	19.220	0.014	223.1	3959.2	4.26268
72	5184	373248	8.485	26.833	4.160	8.963	19.310	0.014	226.2	4071.5	4.27667

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$	$\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	$\ln n$
73	5329	389017	8.544	27.019	4.179	9.004	19.399	0.014	229.3	4185.4	4.29046
74	5476	405224	8.602	27.203	4.198	9.045	19.487	0.013	232.5	4300.8	4.30407
75	5625	421875	8.660	27.386	4.217	9.086	19.574	0.013	235.6	4417.9	4.31749
76	5776	438976	8.718	27.568	4.236	9.126	19.661	0.013	238.8	4536.5	4.33078
77	5929	456583	8.775	27.749	4.254	9.166	19.747	0.013	241.9	4656.6	4.34381
78	6084	474652	8.832	27.928	4.273	9.205	19.832	0.013	245.0	4778.4	4.35671
79	6241	493039	8.888	28.107	4.291	9.244	19.916	0.013	248.2	4901.7	4.36945
80	6400	512000	8.944	28.284	4.309	9.283	20.000	0.012	251.3	5026.6	4.38208
81	6561	531441	9.000	28.460	4.327	9.322	20.083	0.012	254.5	5153.0	4.39445
82	6724	551368	9.055	28.636	4.344	9.360	20.165	0.012	257.6	5281.0	4.40672
83	6889	571787	9.110	28.810	4.362	9.398	20.247	0.012	260.8	5410.6	4.41884
84	7056	592704	9.165	28.983	4.380	9.435	20.328	0.012	263.9	5541.8	4.43082
85	7225	614125	9.220	29.155	4.397	9.473	20.408	0.012	267.0	5674.5	4.44265
86	7396	636056	9.274	29.326	4.414	9.510	20.488	0.012	270.2	5808.8	4.45435
87	7569	658503	9.327	29.496	4.431	9.546	20.567	0.011	273.3	5944.7	4.46591
88	7744	681472	9.381	29.665	4.448	9.583	20.646	0.011	276.5	6082.1	4.47734
89	7921	704969	9.434	29.833	4.465	9.619	20.724	0.011	279.6	6221.1	4.48864
90	8100	729000	9.487	30.000	4.481	9.655	20.801	0.011	282.7	6361.7	4.49981
91	8281	753571	9.539	30.166	4.498	9.691	20.878	0.011	285.9	6503.9	4.51086
92	8464	778688	9.592	30.332	4.514	9.726	20.954	0.011	289.0	6647.6	4.52179
93	8649	804357	9.644	30.496	4.531	9.761	21.029	0.011	292.2	6792.9	4.53260
94	8836	830584	9.695	30.659	4.547	9.796	21.105	0.011	295.3	6939.8	4.54329
95	9025	857375	9.747	30.822	4.563	9.830	21.179	0.011	298.5	7088.2	4.55388
96	9216	884736	9.798	30.984	4.579	9.865	21.253	0.010	301.6	7238.2	4.56435
97	9409	912673	9.849	31.145	4.595	9.899	21.327	0.010	304.7	7389.8	4.57471
98	9604	941192	9.899	31.305	4.610	9.933	21.400	0.010	307.9	7543.0	4.58497
99	9801	970299	9.950	31.464	4.626	9.967	21.472	0.010	311.0	7697.7	4.59512
100	10000	1000000	10.000	31.623	4.642	10.000	21.544	0.010	314.2	7854.0	4.60517

§3. 常用对数*

N	尾 数									修 正 值									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	9	13	17	22	26	30	35	39
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	4	8	12	16	20	24	27	31
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	4	4	8	12	16	20	24	27	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	3	7	11	14	18	21	25	28
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	3	7	11	14	17	20	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	3	6	9	11	14	17	20	23
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	3	6	9	11	14	16	19	21
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	3	3	5	8	10	13	15	18	20
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

* 关于表的应用方法;参阅 III, 67, 68.

N	尾 数										修 正 值									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	13	14	16	19	21	
19	2788	2810	2838	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	6	8	11	13	15	17	20	
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	10	12	14	17	19	
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17	
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	8	10	12	13	15	17	
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16	
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15	
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15	
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14	
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14	
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13	
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13	
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	13	
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12	
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12	
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11	
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11	
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11	
37	5682	5694	5707	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	4	5	6	7	8	9	10	
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10	
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10	
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10	
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9	