

研究生教学用书

高等机构学

韩建友 编著

12
8

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



研究生教学用书

高等机构学

韩建友 编著



机械工业出版社

本书共分9章,对机构学的经典理论及最新研究成果做了较全面的阐述。本书主要介绍了机构的结构理论,平面和空间连杆机构常用的分析方法,铰链四杆机构的主要特性,运动几何学的基础知识及其在机构综合中的应用,动力学基础知识和机构动力分析方法,以及机构平衡的方法。

本书可作为“机械设计及理论”专业的研究生教材,也可供从事机械学理论与机械设计的科技人员参考。



高等机构学/韩建木编著—北京:机械工业出版社,2004.7
研究生教学用书

ISBN 7-111-14398-1

I. 高… II. 韩… III. 机构学—研究生—教材 IV. TH112

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 039347 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:刘小慧 责任编辑:贺蓓鑫 版式设计:冉晓华

责任校对:樊钟英 封面设计:陈沛 责任印制:施红

北京铭成印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2004 年 7 月第 1 版·第 1 次印刷

1000mm × 1400mm B5·6.375 印张·244 千字

定价:20.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前 言

“高等机构学”亦称“高等机械原理” (Advanced Mechanism Design: Analysis and Synthesis 或 Advanced Kinematics and Dynamics of Mechanisms), 是“机械设计理论”专业硕士研究生的一门必修课, 研究范围十分广泛, 几乎涉及到所有有关一般机器及机构的设计理论、运动学与动力学分析与综合、机器人机构学、微型机械和仿生机械等, 所研究的内容, 在深度上应该是在本科机械原理的基础上对各种研究方法和专题进行更深入广泛的了解与掌握, 为进行深入的专题研究打下牢固的基础, 能够容易地读懂用各种研究方法撰写的学术论文和专著。由于所研究内容的广泛性, 作为研究生和工程技术人员的参考书, 内容的选取是要考虑的主要问题。目前国内正式出版的同类书籍不多, 内容多有不同。在研读了国内外多种同类书籍后发现, 对一些经典内容几乎每本书都作了介绍与阐述, 只是繁简程度与方法不同而已, 如机构的结构理论、刚体导引问题、运动几何学理论基础、布尔梅斯特理论、轨迹曲率理论、机构运动学与动力学分析的常用方法等。这些都是机构学研究者需要掌握的基础知识和进行深入研究的基础。另外, 有的书中对编著者所感兴趣的研究课题也作了深入的阐述。本书除了对上述内容作了详细介绍外, 也介绍了自己感兴趣的专题和研究成果。本书在介绍一些基础理论方面的知识时, 对比较成熟的理论尽可能多地采用中文参考书的内容, 为表示对译者劳动的尊重, 其外文参考文献一般不再列出。在介绍空间机构的运动分析基础一章中, 主要介绍已故张启先院士的《空间机构的分析与综合》中的相关内容。这是一本国内非常有影响的经典著作, 空间机构研究者无所不知, 研究内容的深入与广泛在国内外也是少见的。因此, 在介绍书中内容时一般不冒昧改动。但在有些部分偶尔也介绍一下其他方法。另外几部有影响的重要著作也是本书编写时的主要资料来源, 这些在本书各章后的参考文献中都一一列出, 如白师贤等编著的《高等机构学》和楼鸿棣、邹慧君主编的《高等机械原理》等。作者在多年教授这门课时根据本校的教学要求和科学研究的需要, 主要选用这些教材的部分内容和其他一些参考文献的内容组织教材。多年的教学实践体会到, 有些基础性的内容对读者进行高深内容的研究并能够顺利阅读相关领域的参考文献是必需的, 因此本书在选材方面主要注重三方面的内容: 一是基础性的内容, 尽可能介绍全面、透彻、清楚; 二是经典内容, 尽量深入浅出, 配以示例; 三是最新研究成果。考虑到齿轮机构和凸轮机构都有相应的专著, 因此本书主要介绍连杆机构的分析与综合的相关内容。在连杆机构的研究中, 铰链四杆机构作为多杆机构研

究的基础,有些方法可以直接应用于多杆机构,并考虑其应用的广泛性与实用性,本书各部分的内容大都以四杆机构为主,偶尔也涉及到多杆机构的内容。

本书共分9章。第1章简单介绍了机构的结构理论。第2章介绍了平面连杆机构常用的分析方法。第3章详细地介绍了空间连杆机构运动分析的矩阵方法。第4章给出了几个分析示例。第5章介绍了铰链四杆机构的主要特性,主要有铰链四杆机构的尺寸型、分类、分支与回路问题和连杆曲线的特性及其应用。第6章介绍了平面运动几何学的基础知识,这些知识对机构综合是非常有用的,接着给出了机构综合示例,即铰链四杆直线机构综合。这些内容是作者多年研究成果的部分内容,是经典理论的应用。以往书中在介绍了运动几何学理论后,一般介绍它的应用内容都很少,从多年的研究经验中认识到,在机构综合中,运动几何学能够解决很多其他方法解决不了的机构综合问题,而且解决方法也不像人们想象的仅仅是“几何方法”,也是一种非常适用于计算机的解析方法。第7章介绍了“平面刚体导引”机构的综合方法,包括有限分离和无限接近的四、五位置问题的布尔梅斯特问题,还介绍了两种情况混合情况下的机构综合问题,本章的大部分内容仍为作者提出的非常适用于计算机编程计算的综合方法。第8章首先介绍了动力学的基础知识,内容为研究空间机构动力学的基础知识,接着给出了平面和空间机构分析的几个例子。第9章介绍了机构平衡的一些方法。

本书的全部 AutoCAD 插图均由制图教研组张苏华老师画出。

北京工业大学教授余跃庆博士对本书进行了审阅,提出了很多有益的修改意见,在此表示诚挚的谢意。

北京科技大学教务处、教材科的相关领导对本书的出版给予了大力的支持,并与研究生院对本书的出版共同提供了资金资助,在此表示衷心的感谢。

由于作者水平所限,书中难免有错漏和不妥之处,恳请读者批评指正。

作者于北京科技大学

目 录

前言

第 1 章 机构结构理论	1
1.1 基本概念	1
1.2 空间机构的自由度	1
1.3 平面机构的分类方法	8
1.4 平面机构的数综合	10
参考文献	15
第 2 章 平面连杆机构的运动分析	16
2.1 二级机构的运动分析	16
2.1.1 三转动副 (RRR) 二级组	16
2.1.2 内副为移动副的 (RPR) 二级组	18
2.1.3 外副之一为移动副的 (RRP) 二级组	20
2.2 复杂平面连杆机构的位置分析	21
2.2.1 位置方程的建立与求解	21
2.2.2 用型转化法数值迭代求解	24
参考文献	25
第 3 章 空间连杆机构运动分析的数学基础	26
3.1 共原点的坐标变换和刚体的定点转动	26
3.1.1 坐标变换矩阵的推导	26
3.1.2 方向余弦矩阵的性质	27
3.1.3 方向余弦矩阵的表示	28
3.1.4 刚体的定点转动	32
3.1.5 方向余弦矩阵的应用	34
3.2 方向余弦矩阵的导数和刚体的瞬时转动	37
3.2.1 方向余弦矩阵的一次导数和角速度矩阵	37
3.2.2 方向余弦矩阵的二次导数和角加速度矩阵	39
3.2.3 刚体转动中点的速度和加速度	39

3.2.4	用欧拉角表示刚体定点转动中的角速度	40
3.3	不共原点的坐标变换和刚体的一般运动	41
3.3.1	不共原点的坐标变换	41
3.3.2	刚体的位移矩阵和螺旋位移参数	42
3.3.3	用逆矩阵运算法求刚体的位移矩阵	44
3.3.4	Hartenberg - Denavit 坐标变换	47
3.3.5	对偶变换矩阵	48
3.4	刚体一般运动中点的速度和加速度	53
3.5	用矩阵法研究复杂的相对运动	55
3.5.1	复杂相对运动中的位置、速度和加速度表达式	55
3.5.2	封闭性的矩阵方程式	58
	参考文献	59
第 4 章	空间连杆机构运动分析举例	60
4.1	RSS'R 机构的运动分析	60
4.1.1	位置分析	60
4.1.2	速度分析	62
4.1.3	加速度分析	64
4.2	RCCC 机构的位置分析	66
4.2.1	角位置和线位移分别求解	66
4.2.2	用对偶方向余弦矩阵进行位置分析	69
4.3	串联机器人机构的运动分析	70
4.3.1	运动姿态和方向角	70
4.3.2	连杆变换矩阵	72
4.3.3	PUMA 560 机器人运动正解	73
4.3.4	PUMA 560 机器人运动反解	76
4.3.5	机器人的雅可比矩阵	78
	参考文献	80
第 5 章	铰链四杆机构	81
5.1	铰链四杆机构的尺寸型	81
5.1.1	铰链四杆机构的空间模型	81
5.1.2	机构的回路和分支	85
5.1.3	各种类型四杆机构的运动生成	86
5.2	铰链四杆机构的连杆曲线	89

5.2.1 概述	89
5.2.2 铰链四杆机构的连杆曲线方程及其性质	90
5.3 同源机构	94
5.3.1 Sylvester 仿图仪	94
5.3.2 Roberts - Chebyshev 定理	95
5.3.3 同源机构的应用及求法	96
5.4 平行运动	99
5.5 四杆机构的齿轮五杆同源机构	101
参考文献	102
第 6 章 平面运动几何学及其在机构综合中的应用	103
6.1 基本概念	103
6.2 欧拉 - 萨伐里 (Euler - Savary) 方程	106
6.3 曲率驻点曲线	108
6.4 铰链四杆直线机构综合	112
6.4.1 具有三阶密切直线的四杆机构的综合	112
6.4.2 具有四阶密切直线的四杆机构的综合	124
参考文献	132
第 7 章 平面刚体导引机构综合	134
7.1 刚体有限分离问题及其综合公式的推导	134
7.1.1 问题的提出	134
7.1.2 四位置问题	135
7.1.3 五位置问题	135
7.1.4 四次方程解法	138
7.1.5 综合举例	139
7.2 有限分离与无限接近的复合五位置问题	144
7.2.1 复合五位置问题的综合公式	144
7.2.2 各种情况下的求解公式及算例	145
7.3 复合位置问题在直线轨迹综合中的应用	150
7.3.1 综合公式推导	150
7.3.2 综合举例	153
参考文献	154

第 8 章 机构的动力分析	155
8.1 刚体动力学基础	155
8.1.1 刚体的线动量、角动量和质量参数	155
8.1.2 惯量矩阵的变换及惯量椭球	157
8.2 平面连杆机构的动力分析	162
8.2.1 分离体分析方法	162
8.2.2 连杆机构力分析的虚功方法	165
8.3 空间连杆机构的动力分析	166
8.3.1 空间四杆 RCCC 机构的动力分析	166
8.3.2 万向联轴节机构	170
参考文献	174
第 9 章 机构的平衡	175
9.1 平面连杆机构的震动力完全平衡	175
9.1.1 加配重完全平衡平面连杆机构的震动力	175
9.1.2 用附加杆组法完全平衡平面机构的震动力	178
9.2 平面连杆机构震动力和震动力矩的完全平衡	180
9.2.1 平面连杆机构的震动力矩公式	180
9.2.2 平面四杆机构的震动力矩公式及其平衡条件	181
9.2.3 平面连杆机构震动力矩完全平衡的其他方法	183
9.3 平面连杆机构震动力平衡后震动力矩的平衡——采用变速转子 平衡方法	185
9.4 空间机构震动力和震动力矩的平衡	187
9.5 机构能量和输入扭矩的平衡	189
参考文献	192

第 1 章 机构结构理论

1.1 基本概念

机构是由构件组成的系统，用来传递运动或力的装置。构件一般是刚体，也可以是弹性体、挠性体和其他变形体。

两构件间能限制相对运动的联接部分称为运动副。在组成运动副的构件上，对另一构件的相对运动产生约束作用的几何形体称为运动副的元素。运动副常用其元素的几何形状命名，如球副、圆柱副、平面副、螺旋副等。

在三维空间运动的刚体，如果不受约束，可沿参考系的三个轴线自由移动和绕这三个轴线自由转动，即有六个独立的基本运动，或者说确定刚体位置需六个独立参数。当刚体运动未受约束时，六个参数可取任意值，即自由运动的刚性构件有六个自由度。当两个构件组成运动副时，相互间只能作约束运动，其相对运动的自由度数 f 必小于 6。运动副又可按其自由度数 $f=1, \dots, 5$ 而分别称为 I, \dots , V 类副。表 1-1 列出了常用运动副的名称、代表符号、简图和自由度数。

组成运动副的两构件，运动副元素的几何形状重合时称为低副，运动副元素的几何形状不重合时称为高副。由表 1-1 可看出，低副的自由度数 f 只能为 1、2 或 3。

用运动副相联接的构件系统称为运动链。若组成运动链的每个构件上至少有两个运动副元素，则该运动链称为闭式运动链，否则为开式运动链。将一闭式运动链的某一构件固定，就可以产生运动的转换，因而得到一机构。

本章将在不涉及机构的几何尺寸的情况下讨论机构的结构问题。简单介绍两个专题内容：一是机构的自由度如何确定；二是运动链的分类方法。这两个问题是对各种机构进行分析研究和综合的基础。这里将直接引入一般空间机构的自由度计算公式，由于平面机构是空间机构的特例，空间机构的自由度计算公式对平面机构也是适用的。

1.2 空间机构的自由度

由于空间机构中运动副的结构形式从 I 类到 V 类，而组成运动副的各构件之间的相对自由度是从 1 到 5，故空间机构的自由度计算可写成如下的通用表

达式:

$$\begin{aligned}
 F &= 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 \\
 &= 6n - \left(6p - \sum_{i=1}^5 ip_i\right) \\
 &= 6(n - p) + \sum_{i=1}^5 ip_i
 \end{aligned} \tag{1-1}$$

式中 n ——活动构件数;

p ——运动副的总数;

p_i —— i 类运动副的数目。

1. 空间开式链的自由度计算 由于开式链中 $n = p$, 故由式 (1-1) 可得

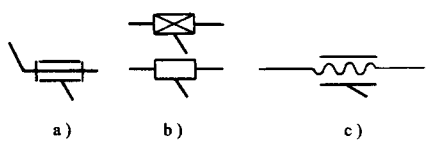
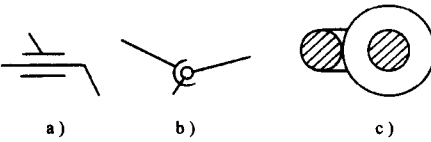
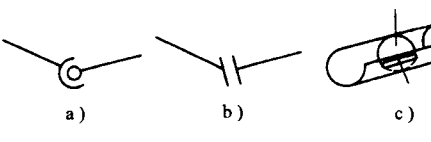
$$F = \sum_{i=1}^5 ip_i \tag{1-2}$$

或写成下面的形式


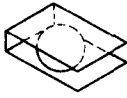
$$F = \sum_{i=1}^p f_i \tag{1-3}$$

式中, f_i 为第 i 个运动副的自由度。

表 1-1 常用运动副的名称、代表符号、简图和自由度数

运动副类	自由度数 f	简图	名称	代表符号
I	1	 <p>a) b) c)</p>	a) 转动副 b) 移动副 c) 螺旋副	a) R b) P c) H
II	2	 <p>a) b) c)</p>	a) 圆柱副 b) 球销副 c) 环副	a) C b) S' c) T
III	3	 <p>a) b) c)</p>	a) 球面副 b) 平面副 c) 球销-圆柱副	a) S b) E c) E

(续)

运动副类	自由度数 f	简图	名称	代表符号
IV	4		a) 球-圆柱副 b) 圆柱-平面副	
V	5		球-平面副	

式 (1-2) 和式 (1-3) 都表示开式链的自由度等于各运动副中自由度的总和。

例 1-1 计算图 1-1 所示机械手的自由度。

解 从机构运动简图看出, 运动副的总数 $p = 5$, 所有运动副都是 I 类副, 属于 RHPRR 运动链, 所以, 它的自由度按式 (1-3) 计算为

$$F = \sum_{i=1}^p f_i = p_1 = 5$$

例 1-2 计算图 1-2 所示 RPCRRR 机械手的自由度。

解 $p_1 = 6, p_2 = 1$, 所以, 它的自由度计算为

$$F = \sum f = p_1 + 2p_2 = 1 \times 6 + 2 \times 1 = 8$$

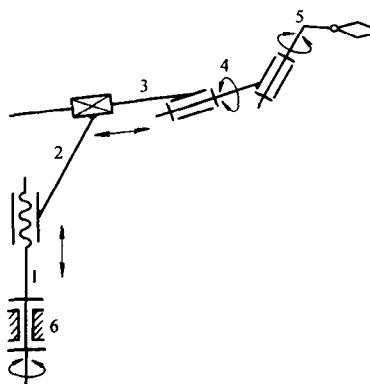


图 1-1 RHPRR 机械手机构

2. 单闭环机构的自由度计算 常用单闭环空间机构中, 由于 $p - n = 1$, 所以, 式 (1-1) 可以简化为

$$F = \sum_{i=1}^p ip_i - 6 \tag{1-4}$$

或

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - 6 \tag{1-5}$$

例 1-3 选择两种具有转动输入和直线输出的单自由度空间机构 (规定活动构件数 $n = 3$)。

解 比较下列三种由不同运动副所组成的运动链, 分别按式 (1-5) 计算, 以检验是否能构成所需输入和输出的单自由度机构。

(1) RRRC 运动链 (图 1-3a) 根据式 (1-5), $p_1=3; p_2=1$, 自由度为

$$F = \sum f - 6 = 1 \times 3 + 2 \times 1 - 6 = -1$$

这表明运动链具有两个过度约束, 为使其运动确定, 可以用一个 III 类运动副 S 取代一个 I 类运动副 R 或用两个 II 类运动副 C 取代两个 I 类运动副 R, 分别构成 RRSC 与 RCCC 运动链。

(2) RRSC 运动链 (图 1-3b) 根据式 (1-5), $p_1=2, p_2=1, p_3=1$, 自由度为

$$F = \sum f - 6$$

$$= 1 \times 2 + 2 \times 1 + 3 \times 1 - 6 = 1$$

(3) RCCC 运动链 (图 1-3c) 根据式 (1-5), $p_1=1, p_2=3$, 自由度为

$$F = \sum f - 6 = 1 \times 1 + 2 \times 3 - 6 = 1$$

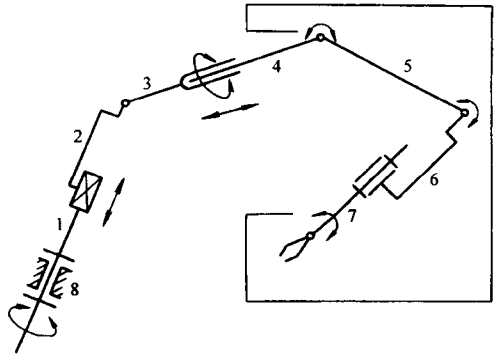


图 1-2 RPRCRRR 机械手机构

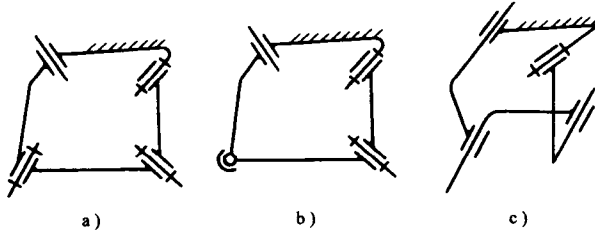


图 1-3 空间四杆运动链

a) RRRC 运动链 b) RRSC 运动链 c) RCCC 运动链

因此以上两种机构都是符合要求的单自由度机构。

3. 具有公共约束的单闭环机构的自由度计算 在某些机构中, 由于运动副或构件几何位置的特殊配置, 使该机构所有构件都失去了某些运动的可能性, 这等于对机构所有构件的运动加上若干公共约束, 因此, 在计算这些机构自由度时, 就需要对式 (1-4) 与式 (1-5) 进行修正。

对于具有 m 个公共约束的机构, 其中任一活动构件在组成运动链时只剩下 $(6-m)$ 个自由度, 因此, 自由度计算公式 (1-4) 应改变为

$$F = \sum_{i=1}^{5-m} ip_i - (6-m) \quad (1-6)$$

式 (1-5) 应改变为

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \lambda \quad (1-7)$$

式中

$$\lambda = 6 - m \quad (1-8)$$

在用式(1-7)确定机构的自由度时,关键在于判断独立的约束条件数 λ 。在上述的将开式链变为闭式链的过程中,实际上是固定开链的末杆而使其失去了 λ 个自由度(原闭链的任一杆都可作为末杆)。正确地确定机构的自由度则首先在于正确判断将其变为开链后末杆的自由度数 λ 。现简单介绍本章参考文献[4]中所提出的直观判别法。

根据理论力学的基本概念,末杆自由度 λ 可以分解为末杆的转动自由度 λ_r 和移动自由度 λ_u 两者之和,基本转动、基本移动的个数可分别为一个、两个或三个,亦即 $\lambda_r \leq 3$ 和 $\lambda_u \leq 3$ 。对于 λ_u 又包括两种情况: λ_{u1} 为原有移动自由度, λ_{u2} 为由转动所衍生的移动自由度,即 $\lambda_u = \lambda_{u1} + \lambda_{u2}$,所以末杆自由度应表示为

$$\lambda = \lambda_r + \lambda_{u1} + \lambda_{u2} \quad (1-9)$$

λ_r 和 λ_{u1} 可以分别就所有运动副中容许相对转动和相对移动的轴线方向直接考查判断。如各转动或移动轴线都平行于一个方向,则由于矢量共线而使 $\lambda_r = 1$ 或 $\lambda_{u1} = 1$ 。如分别平行于两个不同的方向,则由于矢量共面, $\lambda_r = 2$ 或 $\lambda_{u1} = 2$ 。如果还有不与前两个方向线共面的第三个方向,则由于合成矢量为空间任意方向, $\lambda_r = 3$ 或 $\lambda_{u1} = 3$ 。

当 $\lambda_{u1} < 3$ 时,应该分析转动所衍生的移动自由度 λ_{u2} 的个数。由转动所衍生的移动自由度 λ_{u2} 的分析较为复杂,因为有时涉及与转动是否线性相关的问题。其中最常用到的判断方法是:当构件绕两个平行轴线转动时,由这两个转动可衍生一个移动自由度(移动方向垂直于转动轴线),当构件绕三个或三个以上的平行轴转动时,则衍生两个移动自由度(在垂直于转动副轴线的平面中)。现举例说明以上方法的应用。

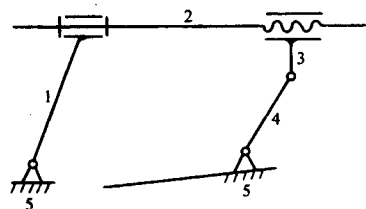


图 1-4 空间五杆机构

图 1-4 所示为空间五杆机构,当设想将机架断开后,由于各转动轴线不在同一平面, $\lambda_r = 3$,又由于只有一个螺旋副, $\lambda_{u1} = 1$,因而末杆自由度或闭链约束度 $\lambda = \lambda_r + \lambda_{u1} = 3 + 1 = 4$,又因为具有五个 I 类运动副,所以机构的自由度应为

$$F = \sum f - \lambda = p_1 - \lambda = 5 - 4 = 1$$

图 1-5 所示的 4P 机构, $\lambda_r = 0$,因而 $\lambda = \lambda_{u1} = 3$,所以机构的自由度应为

$$F = \sum f - \lambda = p_1 - \lambda = 4 - 3 = 1$$

图 1-6 所示开式链, 由于各转动副轴线平行, $\lambda_r = 1$ 。又因转动副 A 、 B 、 C 的轴线平行, 因而 $\lambda_t = \lambda_{tr} = 2$ 。最后得, $\lambda = 1 + 2 = 3$ 。

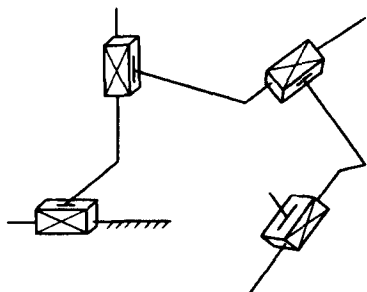


图 1-5 4P 机构

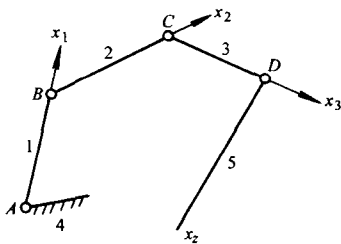


图 1-6 各转动副轴线平行的开式运动链

将图 1-7 所示的 5H 机构的机架断开而得到开式链, 由于各副转动自由度轴线平行, 而 $\lambda_r = 1$, λ_{tt} 亦沿同一轴线方向, 又由各副中转动衍生的移动为垂直于转动轴线的平面的任意矢量而得知 $\lambda_{tr} = 2$, 因而

$$\lambda = \lambda_r + \lambda_{tt} + \lambda_{tr} = 1 + 1 + 2 = 4$$

图 1-8 所示 Sarrus 机构, $\lambda_r = 2$, 又因由转动副 A 、 B 、 C 和转动副 D 、 E 、 F 衍生的移动自由度 $\lambda_{tr} = 3$, 故 $\lambda = 2 + 3 = 5$ 。

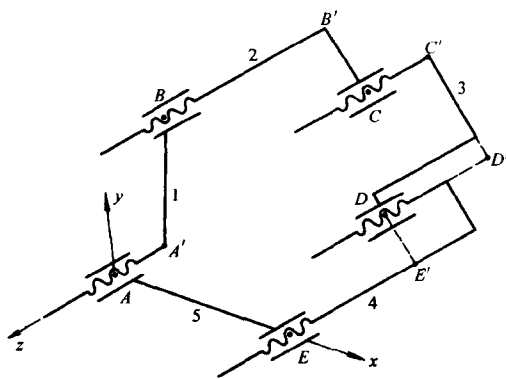


图 1-7 5H 机构

4. 计算自由度时需考虑的其他问题

(1) 局部自由度 空间机构中同样可能存在着不影响输入与输出件之间运动的局部自由度 (或称多余自由度)。如 RSSR 机构中有两个自由度, 如果考虑到两个连架杆之间的运动关系, 则连杆绕自身轴线的转动对此没有影响, 所以连杆绕自身轴线的转动是一种局部自由度。CCSR 机构中也有类似情况, 即连杆存在能绕本身轴线转动的自由度, 这也是一种局部自由度。

在图 1-9 所示的情况下, 会产生局部移动自由度。此时作为中间传动的同一构件上的两个运动副的移动自由度的轴线平行或共线, 即两个圆柱副 C 或两个移动副 P , 或一个圆柱副 C 与一个移动副 P 的轴线平行。产生局部自由度还有其他多种情况, 这里不一一赘述。

具有局部自由度的机构可能会引起噪声和振动等不良现象。

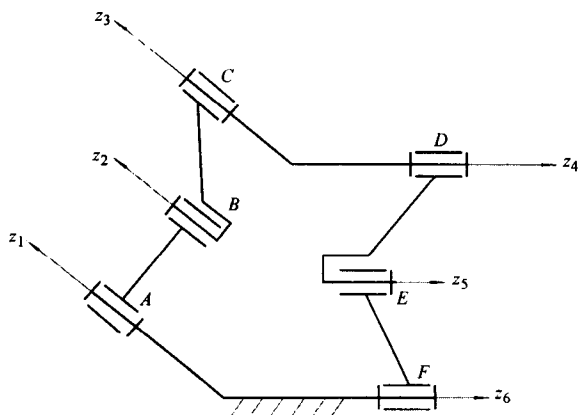


图 1-8 Sarrus 机构

(2) 消极自由度 f_0 由于机构中存在一些特殊的几何约束条件, 从而使运动副失去的某些自由度 (亦即不起作用自由度) 称为消极自由度。

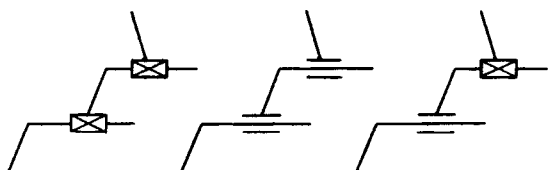


图 1-9 局部自由度示例

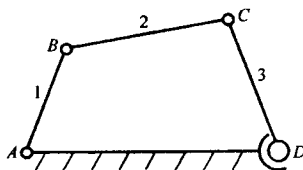


图 1-10 消极自由度示例

图 1-10 所示为含三个转动副和一个球面副的单闭环机构, 闭约束数 $\lambda = 3$, 这里球面副 D 实际上只起一个转动副的作用, 球面副的另两个转动自由度则为运动上不起作用的消极自由度, 因此在计算机构自由度时, 应把运动副中的这种消极自由度除去, 即

$$F = \sum_{j=1}^p f_j - f_0 - \lambda = (3 + 3) - 2 - 3 = 1$$

在图 1-11 所示的 RCCC 机构中, 轴线 I 与 II 符合特殊的几何条件而保持平行。这一条件将使构件 2、3 不可能绕轴线 III、IV 转动。因而在 C 、 D 处的两圆柱副中只有移动自由度, 即存在 2 个消极自由度。由于各构件都失去了两个垂直轴 I 的基本转动, 因而 $f_0 = 2$, $\lambda = 4$, 故其自由度数为

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \lambda - f_0 = 7 - 4 - 2 = 1$$

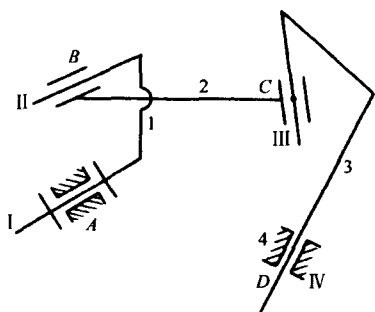


图 1-11 消极自由度示例

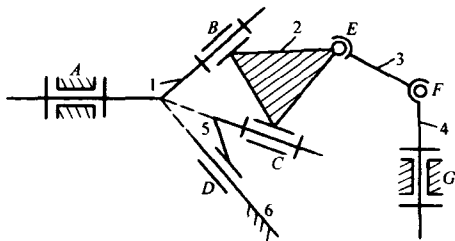


图 1-12 多闭环机构

5. 多闭环机构的自由度 在多闭环机构中, 自由度可按以下公式计算:

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \sum_{i=1}^L \lambda_i - f_a - f_0 + \lambda_0 \quad (1-10)$$

式中, p 为机构中运动副数目, f_i 为第 i 个运动副的自由度, L 为机构中闭环的数目, λ_i 为各闭环中闭约束数, f_a 为局部自由度, f_0 为消极自由度, λ_0 为虚约束。有关虚约束的概念已在平面机构自由度计算中讨论过, 这里不再多述。

例 1-4 计算图 1-12 所示多闭环机构的自由度。

解 图示机构由含有 $\lambda = 3$ 的闭环 6-1-2-5-6 (B 、 C 、 D 三转动副交于一点) 和 $\lambda = 6$ 的闭环 6-5-2-3-4-6 所组成。机构中有五个转动副和两个球面副, 构件 3 具有绕自身转动的局部自由度。按式 (1-10) 算出机构的自由度为

$$\begin{aligned} F &= \sum_{j=1}^p f_j - \sum_{i=1}^L \lambda_i - f_a \\ &= (1 \times 5 + 2 \times 3) - (3 + 6) - 1 = 11 - 9 - 1 = 1 \end{aligned}$$

1.3 平面机构的分类方法

对于平面机构分类的研究, 可以归纳为对于组成机构的基本“单元”——杆组的分类方法研究, 在杆组分类方法研究的基础上, 还可以进一步分析杆组的综合问题。本节中仅涉及前一问题。

1. 杆组的定义 任何机构都可以认为是由机架、主动件和从动件系统三个部分所组成的。由于每一主动件具有一个自由度, 因而机构中主动件的数目与机构的自由度 F 相等, 由此可知: 从动件系统的自由度应该等于零。虽然各种不同的机构从动件系统的构件数目各不相同, 但从动件系统一定可以分解成一个或若干个不可再分解的自由度为零的运动链, 这种运动链称为杆组。

如图 1-13 所示自由度为 1 的六杆平面机构, 当把机架 6 和主动件 1 拆除后,