

叶轮机动态参数测试技术

乔渭阳 敬 睿 编著



国防工业出版社

<http://www.ndip.cn>

叶轮机动态参数测试技术

乔渭阳 敬睿 编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

叶轮机动态参数测试技术/乔渭阳,敬睿编著. —北京:国防工业出版社,2004.7

ISBN 7-118-03403-7

I. 叶... II. ①乔... ②敬... III. 叶轮机械—动态参数—测试技术 IV. TK05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 006118 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

新艺印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 13 1/4 304 千字

2004 年 7 月第 1 版 2004 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:1—3000 册 定价:25.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

前 言

科学技术和工程实践的发展,需要越来越多地应用科学实验的方法,获得研究对象和工程机械内部各种物理量的数值,借以认识所研究的对象,达到揭示和描述其内部客观规律的目的。借助各种科学仪器和科学实验方法取得研究对象中物理参数所做的全部工作就是测试技术所研究的内容,因而测试技术是一门内容非常广泛的课程,针对不同的学科、不同的工程对象、不同的物理参数,测试技术的内容都是有区别的。

航空燃气轮机作为一种技术密集型的现代高技术热力流体机械,近半个多世纪以来得到了迅速的发展。随着当代航空工业的迅速发展,许多具有高推重比和低油耗的航空燃气轮机已经得到了广泛的应用,目前航空燃气轮机技术已经达到了较高的水平。然而,人类对技术进步的追求是无止境的,在现阶段,航空燃气轮机的进一步发展,很大程度上要依赖于作为其核心部件的高性能叶轮机的发展和研制,而高性能叶轮机的发展和研制离不开测试技术水平的提高。在叶轮机的发展历史中,测试技术的进步是推动其发展的一个重要基础,可以毫不夸张地说,没有实验测试技术的发展和运用,就没有现代高水平的航空燃气轮机。

航空燃气轮机发展水平越高,对叶轮机测试技术的要求也越高。目前在叶轮机设计与使用中遇到的重要气动力学问题主要包括气动稳定性问题、转静气动干涉问题、气动弹性稳定性问题和气动噪声问题等。这些问题具有一个共同的特征,就是它们都涉及到叶轮机内部非定常气动力学,解决这些问题都需要深入研究叶轮机内部的非定常气动力学现象,应用实验方法研究这些问题时,都需要对叶轮机内各种非定常参数(动态参数)进行测量。因此,叶轮机动态参数测试技术是目前发展高性能叶轮机必须首先面对和解决的重要基础技术,发展先进的动态测试技术、研制合适的动态测试系统、探索合理巧妙的实验方法等,当然也就成为航空界重要的研究课题。

近十多年来,结合国内科研和生产提出的问题,西北工业大学动力与能源学院对航空燃气涡轮发动机有关进气畸变、喘振、旋转失速以及飞机噪声等问题进行了一系列的研究工作,对叶轮机内非定常气流参数的测量积累了一定的工作经验。考虑到叶轮机内流体

力学的发展水平、科研院所对研究人员的技术要求,以及科研工作进展和工作积累,我们对航空宇航推进理论与工程专业的研究生开设了“叶轮机动态参数测试技术”课程,并在总结多年教学经验、调研有关院所的科研情况、听取部分学生及教师意见的基础上,按测试技术的系统特点,编著了这本教材。由于是首次尝试,且编者水平有限,书中难免出现错误或不妥之处,热诚希望读者批评指正。

全书共分九章。第一章导论,说明稳态参数和动态参数测试技术的基本概念,明确叶轮机动态参数测试技术讲授的范围。第二章动态信号的分类和描述,介绍在实验测试中所遇到的动态参数的种类和特征。第三章、第四章介绍测试系统的动态特性、测试系统的时域和频域动态性能指标以及测试系统动态数学模型的建立等。第五章介绍动态参数测试中常用传感器和记录器的基本知识。第六章介绍叶轮机内气流压力和速度测量技术。第七章介绍叶轮机内气流温度测量技术。第八章介绍动态信号的分析及处理方法及有关基本知识。第九章对叶轮机内典型非定常流动气流参数的测试技术、信号分析和处理方法以及目前测试技术的状况作了专门介绍。

编著者

2004年7月

内 容 简 介

本书主要介绍应用实验方法,研究叶轮机内部的非定常流体动力学现象,对叶轮机内各种非定常参数(动态参数)进行测量。全书共9章,分别论述了稳态参数和动态参数测试技术的基本概念,动态参数的种类和特征,测试系统动态特性、时域和频域动态性能指标以及动态数学模型的建立,常用传感器和记录器,叶轮机内气流压力、速度、温度测量技术,动态信号的分析 and 处理方法等。本书可作为高等院校航空航天专业师生及相关专业科研人员的参考用书。

目 录

第 1 章 导 论	1
§ 1.1 稳态参数测量和动态参数测量	1
§ 1.2 叶轮机内非定常流现象	3
§ 1.3 叶轮机动态参数测试技术研究内容	4
第 2 章 动态信号的分类与描述	6
§ 2.1 概述	6
§ 2.2 周期信号	7
§ 2.3 非周期信号	11
§ 2.4 随机信号	15
第 3 章 测试系统动态特性分析	21
§ 3.1 概述	21
§ 3.2 线性测试系统动态数学模型和基本性质	23
§ 3.3 测试系统的时域响应特性和时域性能指标	28
§ 3.4 测试系统的频域响应特性和频域性能指标	38
§ 3.5 时域与频域动态性能指标的关系	46
第 4 章 测试系统动态数学模型的建立方法	52
§ 4.1 概 述	52
§ 4.2 曲线或信号的平滑	52
§ 4.3 由瞬态响应曲线建立一阶系统数学模型	55
§ 4.4 由瞬态响应曲线建立二阶系统数学模型	59
§ 4.5 由瞬态响应曲线建立非周期二阶系统数学模型	64
§ 4.6 由瞬态响应曲线回归传递函数	68
第 5 章 常用传感器及记录仪器	75
§ 5.1 概 述	75
§ 5.2 传感器的分类和性能要求	76
§ 5.3 压力传感器	79
§ 5.4 温度传感器	83

§ 5.5 振动测试技术	85
§ 5.6 应变、应力测试技术	90
§ 5.7 传动轴扭矩测量的原理和方法	93
§ 5.8 转速的测量	95
§ 5.9 动态信号的显示和记录仪器	96
§ 5.10 测试仪器的选用原则	99
第 6 章 叶轮机内气流压力速度测量技术	101
§ 6.1 概 述	101
§ 6.2 气流总压测量方法	101
§ 6.3 气流静压测量方法	107
§ 6.4 气流速度与方向测量方法	112
§ 6.5 压力测量探针管腔效应	122
§ 6.6 热线风速仪测量技术及其动态补偿原理	125
§ 6.7 激光风速仪	134
第 7 章 叶轮机内气流温度测量技术	140
§ 7.1 概 述	140
§ 7.2 高速气流的温度测量	140
§ 7.3 高温气流的温度测量	147
§ 7.4 动态气流的温度测量	156
§ 7.5 动态误差的修正方法	160
第八章 动态信号分析与处理	166
§ 8.1 概 述	166
§ 8.2 采样与混淆(混叠)	167
§ 8.3 量化与量化误差	173
§ 8.4 截断、泄漏与窗函数	174
§ 8.5 离散傅里叶变换	179
§ 8.6 数据分析计算方法	186
第 9 章 叶轮机械中典型非定常流参数测试与分析	189
§ 9.1 引 言	189
§ 9.2 叶轮机级间流场参数测量的几个问题	189
§ 9.3 旋转失速状态下气流参数测试技术	192
§ 9.4 叶轮机转子出口流场的测试与分析技术	197
§ 9.5 喘振过程气流温度变化的测试	201
§ 9.6 发动机动态进气畸变实验技术发展概况	202
参 考 文 献	204

第1章 导论

自从伽俐略建立现代自然科学基础以来,实验研究作为现代科学的重要基石,对于促进科学技术的进步起着重要的作用。测试技术作为实验研究中的技术手段,对于科学实验的成败起着决定性作用,可以说它是促进科学技术进步和工程实践发展的重要基础。同时,随着科学技术和工程实践的发展,测试技术本身也在不断发展。目前,测试技术已发展成为一门独立的现代实验学科,而且,测试技术的发展水平,在一定程度上也是科学技术和工程实践发展水平的重要标志之一。

叶轮机测试技术是叶轮机研究中的一项重要基础技术,它是根据叶轮机内各种被测量的物理效应,采用相应的实验和测试手段,对叶轮机进行检测和分析的实验方法。航空叶轮机作为一种技术密集型的现代高技术热力流体机械,它的每一项重要发展都离不开叶轮机测试技术水平的提高。和理论分析一样,实验测试分析是解决叶轮机工程实际问题的主要途径之一。特别是,由于航空燃气轮机内部气流热力过程极度复杂,以及由于气流在航空燃气轮机内部物理参数巨大的变化,使得对航空燃气轮机内部气流流动过程的理论分析极为困难,因而,也就使得测试技术在航空燃气轮机技术的发展中具有特别重要的作用。可以毫不夸张地说,没有实验测试技术的发展和运用,就没有现代高水平的航空燃气轮机。

本章简要介绍有关测试技术的基本知识以及叶轮机动态测试技术的应用背景。

§ 1.1 稳态参数测量和动态参数测量

测量的目的是将某一物理量转换成等效的数值(信号),以便人们了解该物理量的大小和变化规律。测量进一步的目的是利用测量所获得的信号,来控制某一过程。测试系统是由各种仪器与被测对象以一定关系组合成的整体,它按测量程序的指令进行数据采集、分析和处理,并给出被测对象的特征量,完成测量和控制任务。

尽管有各种不同的测试系统,也不论被测量是多么复杂,任何一个测试系统按功能都可以分成以下几个组成部分(见图 1.1)。

把测试系统分解成不同的功能单元,是测试技术这门学科研究问题的重要方法。根据测试系统中各个仪器之间的信号传递方式,可以方便地进行测试系统性能分析,同时,借助这种方法,根据测试的目的,可以方便地设计新的测试系统。

第一个功能单元在测试系统中的作用就是从被测介质中获得能量,并且产生一个与被测量成一定关系的输出量。实现这种功能的单元称为原始敏感单元。由于仪器始终要从介质中吸取一些能量,所以从原理上就不可能做到理想测量,测量值总是要受测量方法的影响。一个好的测量系统应能把此影响降到最小限度。

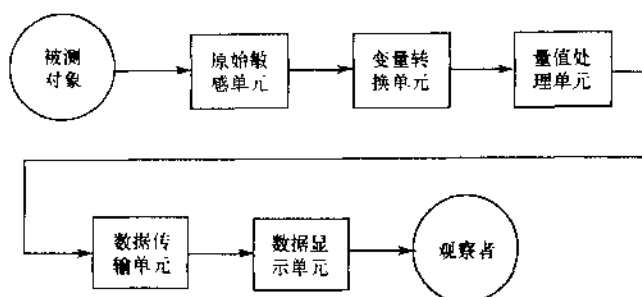


图 1.1 测量系统的功能单元

原始敏感单元的输出信号一般是某种物理量,如位移或转角等。对一台特定功能的仪器,在保存原始信号内容的同时,有时还需要把一种形式的变量转换成其它更合适形式的变量,如电压或电流等。完成这种功能的单元称为变量转换单元。当然,并非每台仪器都包含变量转换单元。

测量系统常需要把信号进行适当的调节,例如进行电压放大。变量的调节指的是对变量量值的改变,而不改变变量的特征,这就是量值处理单元。量值处理单元并不一定按图 1.1 所示放在变量转换单元之后,也可以放在其之前,或放在其它位置。

对有些测量系统,需要把数据从一个位置传输到另一个位置,完成这项功能的单元称为数据传输单元。这个单元可以简单地是一个连杆、一根轴、一根管子或一条导线,也可以复杂到是一个把信号从卫星传到地面的无线电遥感系统。

因为被测量的信息是作为监视、控制和分析用的,因此还需要一个能被人体感觉器官所接受的单元,即数据显示单元。它可以是简单的游标指针、笔式记录仪,也可以是记录数据的电传打字机。另外,某些记录方式所提供的数据,不一定能被人的感觉器官直接接受,磁带记录仪就是一个明显的例子。因此,需要有一种能在任何时刻将所储存的数据提取出来,并把它转换成易懂的信息形式的仪器,这样的仪器称为信号处理机。

最后需要指出,上述讨论的测量系统的组成仅说明测量系统功能单元的概念,并不是一个一般仪器的实际结构原理图。这里的目的是启发读者把具体仪器确切地分解成具有图中所示的功能单元,但不要理解成仪器应按该图所示的功能单元的顺序组成。各种不同用途的仪器应该有自己所需的功能单元和排列顺序。

根据上述对测试系统的描述,我们就可以明确地定义测试技术学科中的一些基本概念。

通常把一个测量系统中的被测物理量称为测量系统的输入,测量系统的显示数据或记录数据称为测量系统的输出。根据测量系统输入的性质不同,把测量系统分为动态参数测量系统和稳态参数测量系统。如果测量系统的输入量是固定不变或随时间变化非常缓慢的,这样的输入量称为稳态量(也常称为静态参数),对这样的物理量的测量称为稳态参数(静态参数)测量,相应的测量系统称为稳态(静态)测量系统;如果测量系统的输入量是随时间快速变化的,这样的物理量称为动态参数,对这样的物理量的测量称为动态参数测量,相应的测量系统称为动态测量系统。

§ 1.2 叶轮机内非定常流现象

众所周知,涡轮喷气发动机的诞生是现代航空技术发展过程中的重要里程碑。自涡轮喷气发动机诞生的半个多世纪以来,航空发动机已经得到了迅速的发展,派生出了多种形式的喷气发动机,诸如涡轮风扇发动机、涡轮轴发动机、涡轮螺桨发动机、涡轮桨扇发动机等。但是,不管是何种类型的发动机,它们的核心部件都是航空燃气轮机,而航空燃气轮机中核心的部件又是航空叶轮机。在现阶段,航空燃气轮机的进一步发展,很大程度上要依赖于作为其核心部件的高性能叶轮机的发展和研制。目前在叶轮机设计与使用中遇到的重要气动力学问题主要包括气动稳定性问题、转静气动干涉问题、气动弹性稳定性问题和气动噪声问题等。这些问题具有一个共同的特征,就是它们都涉及到叶轮机内部非定常气动力学,解决这些问题都需要深入研究叶轮机内部的非定常气动力学现象,通过实验方法研究这些问题时,都需要对叶轮机内各种非定常参数(动态参数)进行测量。因此,叶轮机动态参数测试技术是目前发展高性能叶轮机必须首先面对和解决的重要基础技术,发展先进的动态测试技术、研制合适的动态测试系统、探索合理巧妙的实验方法等,当然也就成为航空界重要的研究课题。

下面以航空燃气轮机为例,简单列出当前叶轮机研究中最关心的非定常流动现象。

1. 叶轮机内固有的非定常流

即使来流均匀和稳定,叶轮机自身也会产生周期性的气流脉动。主要包括:

(1)位流干扰。静子和转子之间存在非定常的位流干涉,转子叶片通过静子位流场,引起压力脉动。

(2)尾迹切割。转子叶片尾迹进入静子叶排,有朝向静子叶片压力面滑移的趋势。静叶的存在中断了这一滑移,形成尾迹切割。在多级轴流压气机内呈多次交叉切割局面,形成叶排内气流脉动。

(3)粘性涡。轴流压气机内部流场充满各种涡系,包括后缘涡、叶栅二次涡等,这些涡系本身以及涡系与叶片排的干涉产生复杂的非定常流动现象。因为旋涡内存在很大的压力梯度,每一个旋涡就是一个畸变子区,转子叶片通过时引起局部攻角脉动和叶片表面压力分布的脉动。

(4)端壁横向流动。由于径向间隙的存在引起气体倒流和潜流,空气从高压一侧通过径向间隙潜流到低压一侧,形成一个旋涡,称为叶尖泄漏涡。叶片相对壁面运动时把壁面附面层刮削形成刮削涡,最近德国宇航院(DLR)的科学家发现这种流动会在叶轮机中产生旋转不稳定现象。

2. 实际使用中可能遇到的一系列非定常流

(1)军用战斗机在进行武器发射时,飞机发动机会吸入导弹喷出的热燃气,在发动机进口形成瞬时温升和压力波动。温度突升经过对流进入压气机,压力波动则以高速向下游传播,从而在叶轮机内形成非定常的流动过程。

(2)在军用战斗机编队飞行、民用飞机起飞着陆、发动机反推力装置打开、直升机接近地面悬停时等也会造成飞机发动机吸入热燃气或者涡流,从而在发动机内形成动态的气流流动过程。

(3) 飞机飞行中大气阵风、旋涡和自由紊流的吸入也会造成发动机内部动态流动现象。

3. 飞机操纵和发动机控制中诱发的非定常流问题

(1) 油门杆变动,引起发动机的加速和减速过程是典型的过渡态过程,在这个过程中发动机内部的参数都是随时间变化的动态参数。

(2) 军用战斗机的快速机动飞行引起发动机失速也是造成发动机内非定常流动的典型现象。

(3) 具有加力燃烧室的军用喷气发动机在打开或切断加力时,会在发动机内部造成压力脉动,而且由外涵道逆流前传,能够到达风扇出口。

(4) 具有进气道、进口导叶和喷口等可调几何结构的军用发动机在实施调节过程中,也会引起发动机内部气流参数的扰动。

4. 部件工作不稳定诱发的非定常流

(1) 进气道喘振引起压力波动,在发动机通道内形成非定常流动过程。超声速进气道工作于超临界状态时,激波与附面层干涉产生强紊流吸入也会在发动机内形成非定常流动过程。

(2) 压气机旋转失速则是典型的叶轮机气动稳定性问题。压气机发生旋转失速就会在发动机内引起气流周向的强烈脉动。

(3) 压气机喘振是另一种典型的叶轮机气动稳定性问题,会造成发动机内气流轴向大幅度的振荡。

(4) 加力燃烧室的低频燃烧振荡是发动机内又一种稳定性问题,会造成风扇出口和内涵压气机进口气流压力脉动。

§ 1.3 叶轮机动态参数测试技术研究内容

由上述分析可见,在航空燃气轮机内部会产生多种复杂的非定常流动现象,这些现象通常会引起发动机的气动性能恶化、气动不稳定、气动弹性不稳定和气动噪声。为了不断提高航空发动机的性能,包括提高发动机的性能指标(如降低油耗提高推力)、提高发动机的可靠性和使用性、降低发动机噪声水平等,都需要对发动机内部上述的非定常现象进行理论的和实验的研究工作,需要进行叶轮机动态参数测试。由于动态参数测试技术有许多稳态参数测试技术所不具有的特点和困难,而且动态参数测试技术的理论基础、技术要求也不同于一般的稳态参数测试技术,因此,从事叶轮机研究的人员就很有必要专门学习动态测试技术。

借助各种科学仪器和科学实验方法取得研究对象中物理参数所作的全部工作都是测试技术所研究的内容,因此,测试技术是一门内容非常广泛的课程。而且,针对不同的学科、不同的工程对象、不同的物理参数,测试技术的内容都是有所区别的。因此,测试技术本身的特点决定了它总是要针对具体的学科而开设,“叶轮机动态参数测试技术”正是针对叶轮机实验研究的目标而开设。

对叶轮机内部的非定常流动现象的实验研究,因为要对许多不同物理属性的参数进行测量,因此,需要有不同的测量方法和仪器,这就决定了测试技术课程中总要包罗许多

内容,包括不同仪器的内部工作原理、性能分析和使用方法等。但是,作为一门课程,我们总是希望能够理出一个明晰的思路和学习方法,找出规律性的东西。从测试技术的共性来看,测试技术一般都可以分为两个部分,即测试的硬件和实验的技术。第一部分包括实验对象、测量仪表、测量系统的构成等;第二部分包括工程问题和科学技术问题的实验分析理论、测量系统的设计原理、实验计划的编排方法和实验结果的分析方法、实验报告的撰写等。

根据多年的科研教学实践,作者认为,把测试技术课程按照以下的思路进行分析是比较恰当的。

(1)任何一门学科都有一个研究对象,测试技术也不例外,它研究的对象就是在实验研究工作中的测试系统,叶轮机动态参数测试技术研究的就是在叶轮机动态参数测量过程中使用的测试系统。同样,众所周知,任何一种学科,对其研究对象的完整描述应该包括两个方面:一是所研究对象的物理过程或者基本工作原理,这是首先要搞清楚的,例如学习航空燃气轮机原理,首先就要搞清楚航空燃气轮机为什么能够产生飞机所需要的推力或者动力。二是要在弄清楚研究对象的物理过程的基础上,能够给出一系列的描述其性能好坏的方法和参数,这往往是更重要和更有意义的,因为如果不能给出研究对象性能恰当的描述方法,就不能合理科学地使用或者利用这个对象。例如,假如两种航空发动机都能够为飞机产生必要的推力,那么作为飞机设计师应该如何选择发动机呢?这当然要靠对发动机各种性能指标的考核,例如推重比、耗油率等。测试技术这门课程也是从以上两个方面来展开学习的。所不同的是,一般的学科,都是首先讨论研究对象的基本原理,再来分析性能。而测试技术刚好相反,通常是先给出描述测试系统各种性能(包括静态性能和动态性能)的方法,然后,再具体地讨论每一种测量仪器或系统的原理,这是由测试技术本身的特征决定的。

(2)根据测量的基本特征,任何一个测量系统或者仪器都是要把未知参数转化为已知参数。按照信号在测试系统中传递的共性,描述任何一个测量仪器的性能,根本上都是要从其输出参数与输入参数(测量参数)之间的相互关系来考虑。如果测量仪器的输出准确地描述了输入参数,那这个测量仪器就是理想的仪器;反之,这个仪器就是不合适的。因此,从测量信号在测量系统中的传输关系来看,对于任何一种测量系统,无论它是用于何种物理参数的测量,描述它的性能好坏都应该有相同的标准。因此测试系统学习和讨论的第一部分内容就是测试系统的性能分析,由于动态性能的描述与测量参数的特征是关联的,因此,在介绍动态测试系统性能之前,还要介绍动态信号的分类。

(3)动态参数与稳态参数测量的另外一个不同方面就是对测量结果的分析。稳态参数测量的结果往往是一些孤立的数据点,根据这些结果,研究者结合自己的专业知识就可以实现对研究对象的认识。但是,动态参数测量得到的结果,往往是一大批的数据(物理量随时间变化的过程),研究者简单地从中是很难结合专业知识获得对研究对象的认识,因此在动态参数测量过程中,对测量结果进行适当的数据分析,从大量的测量数据中找到研究对象内部本身规律性的东西,也就成为动态参数测量的一项重要内容。

第2章 动态信号的分类与描述

§ 2.1 概 述

在叶轮机动态参数测量过程中,可遇到多种类型的动态数据(动态信号)。根据其特征的不同可以分为如图 2.1 所示的类别。

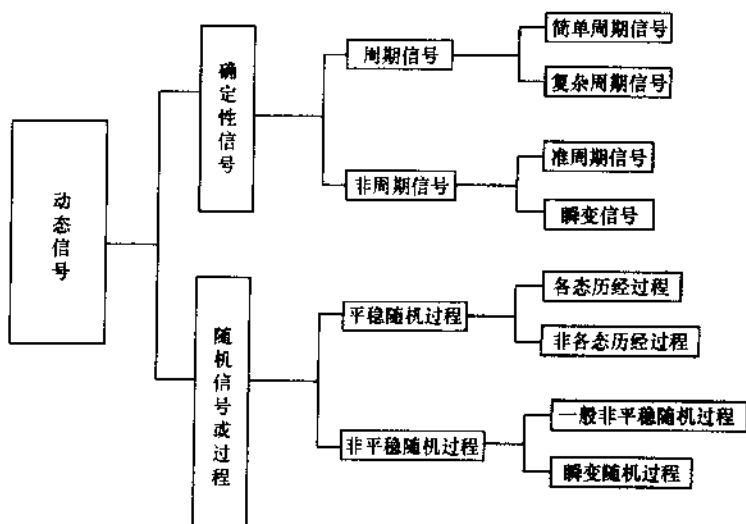


图 2.1 动态信号的分类

信号随时间变化的规律可以用明确的数学关系式描述时,称为确定性信号。不能够明确地用数学关系式描述、无法预测未来时刻的精确值,这样的动态信号称为随机信号。下面将简要讨论周期信号、非周期信号和随机信号的特征。

对于动态信号,人们已经发展了一套科学的描述方法。信号作为一定物理现象的表示包含着丰富的信息,为了从中提取某种有用信息,需要对信号进行分析、处理。所谓信号分析就是采用各种数学物理的方法提取有用信息的过程。从数学角度讲,需要对原始信号进行各种不同变量域的数学变换或特征参数的估算。所以讨论信号的描述方法,在一定程度上就是讨论与“信号分析”有关的数学模型及其图像。需要指出的是,这一过程在今天已基本上由相应的测试手段来完成。换句话说,一些测试仪器的功能正是围绕上述某种“信号分析”的要求而设计、制造成的。

通常主要从三个变量域来描述信号,即幅值域(简称幅域)、频率域(简称频域)、时间域(简称时域)。

直接观测或记录的信号一般是随时间变化的物理量,即以时间为独立变量,对这种信

号的描述称为信号的时域描述。时域描述是信号最直接的描述方法,它只能反映信号的幅值随时间变化的特征。

在机械工程中,大量的有用信息与频率有关,如振动、噪声、叶轮机对瞬时畸变的响应以及叶轮机内失速信号的传递等,所以在动态测试中广泛应用信号的频域描述,即以频率作为独立变量,揭示出信号各频率成分的幅值、相位和频率的对应关系,或者是各能量沿频率域的分布规律。

信号的幅域描述,则是反映信号中某一范围内的幅值出现的概率。

信号的各种描述方法仅是从不同的角度去认识同一事物,它们相互间可以通过一定的数学运算进行转换。图 2.2 形象地表示出三个域之间的关系。

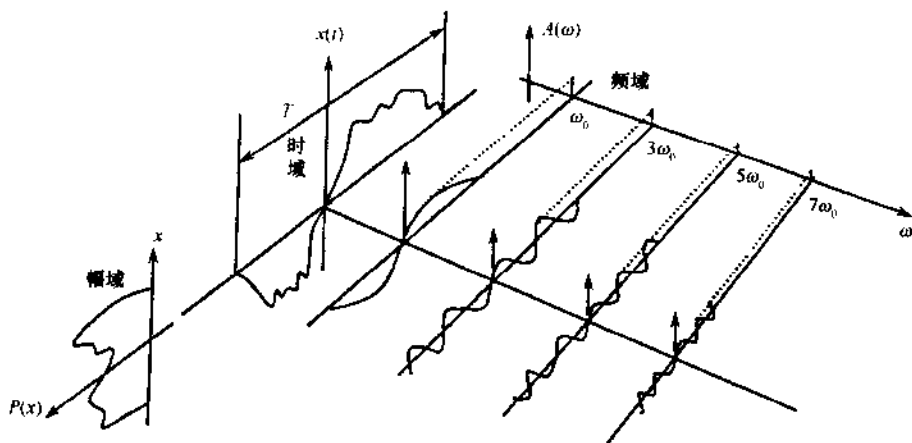


图 2.2 信号的幅域、时域、频域描述

§ 2.2 周期信号

一、简谐周期信号

简谐周期信号的时域函数表达式为

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= A \sin(2\pi f_0 t + \phi) \\ x(t) &= A \cos(2\pi f_0 t + \phi) \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式中 A ——振幅;

f_0 ——频率(Hz), 周期 $T = 1/f_0$, 圆频率 $\omega_0 = 2\pi f_0$;

ϕ ——初相角, 弧度; $t_0 = \phi/\omega_0$

简谐周期信号是最简单的周期信号, 它的频域表示法(即频谱)是一个离散谱或线谱。图 2.3 所示为一正弦信号的波形图及频谱。

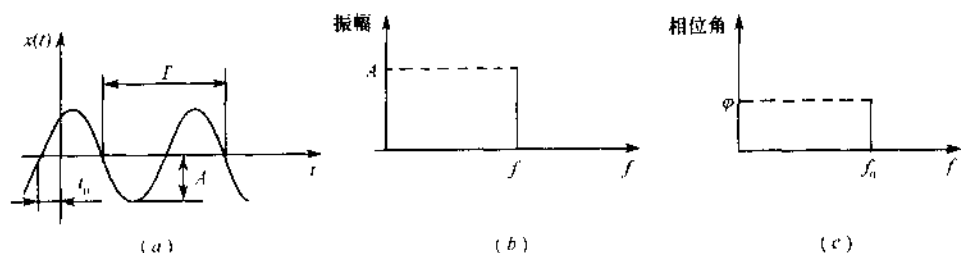


图 2.3 正弦信号波形及频谱

(a) 波形图; (b) 频谱图。

二、复杂周期信号分析

复杂周期信号是叶轮机内更为常见的一种动态信号,它可用周期性时变函数表示为

$$x(t) = x(t \pm nT) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2-2)$$

为了便于分析复杂周期信号,往往将其分解为若干简单的基本函数的线性组合。分解信号的方法与矢量分析相类似。我们知道,在三维空间中的任一矢量,可以按选定的三维直角坐标来进行分解,即用三个互相正交的单位矢量与相应的系数(矢量各分量的模)的乘积来描述。同理,对于某一函数,也可以按选定的正交函数集来进行分解,即利用它在完备正交函数集中各分量的线性组合来表示,各分量同样为一个基本函数与系数的乘积,这种表示方法叫作函数的广义傅里叶级数展开。三角函数集是应用最广的一种完备正交函数集,通常可将一复杂周期信号展开为各三角函数分量的叠加。当然也可以用其它的完备正交函数集来分解周期信号,但用三角函数集具有简单、易于获得以及明确描述信号频率结构等优点,所以应用最广,是信号频域描述和分析的基础。

三角函数集为 $\cos\omega_0 t, \sin\omega_0 t, \cos 2\omega_0 t, \sin 2\omega_0 t, \dots, \cos n\omega_0 t, \sin n\omega_0 t, \dots$, 当所取函数有无限多个时(即 $n \rightarrow \infty$),则在区间 $(t_0, t_0 + T)$ 组成完备正交函数集,其中 $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 。

所谓完备正交函数集的意义是,若函数集中任意两个函数(不含 $\cos^2 n\omega_0 t$ 和 $\sin^2 n\omega_0 t$)的乘积在同一周期内的积分为零,即它们之间不包含对方的分量,两者是相互独立的,称函数集是正交的。若再找不出任何一个独立于函数集的新函数,则称此函数集具有完备性。三角函数集是完备的正交函数集,因而三角函数集可以完整的表达任何周期信号。

复杂周期性信号按傅里叶级数公式展开为

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (2-3)$$

其中

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (2-4)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_1 t dt \quad (2-5)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_1 t dt \quad (2-6)$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi/T$$

当 $x(t)$ 为周期偶数时, $b_n = 0$; 当 $x(t)$ 为周期奇数时, $a_n = 0$ 。

复杂周期信号还可利用傅里叶级数的另一种形式表示, 即

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_1 t - \varphi_n) \quad (2-7)$$

其中

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (2-8)$$

$$\varphi_n = \arctan(b_n/a_n) \quad (2-9)$$

$$a_n = C_n \cos \varphi_n, b_n = C_n \sin \varphi_n$$

式(2-7)表明复杂周期信号在满足一定条件下, 都可以分解为一个平均值(静态分量) $a_0/2$ 和无限个谐波余弦分量(振幅为 C_n , 相位为 φ_n) 成分, 这些谐波成分的频率是 $f_1(1/T)$ 的整数倍, 各频率成分的幅值 C_n 和初相位 φ_n 由式(2-8)和式(2-9)给定, 并与时间无关。序列 $C_n(n=1, 2, 3, \dots)$ 称为 $x(t)$ 的幅值频谱, 它是由无限个彼此相隔 ω_1 的离散谱线组成, 故为离散频谱, 图 2.4 所示为周期方波及其幅值频谱。与 C_n 对应的序列 $\varphi_n(n=1, 2, 3, \dots)$ 称为 $x(t)$ 的相位频谱。

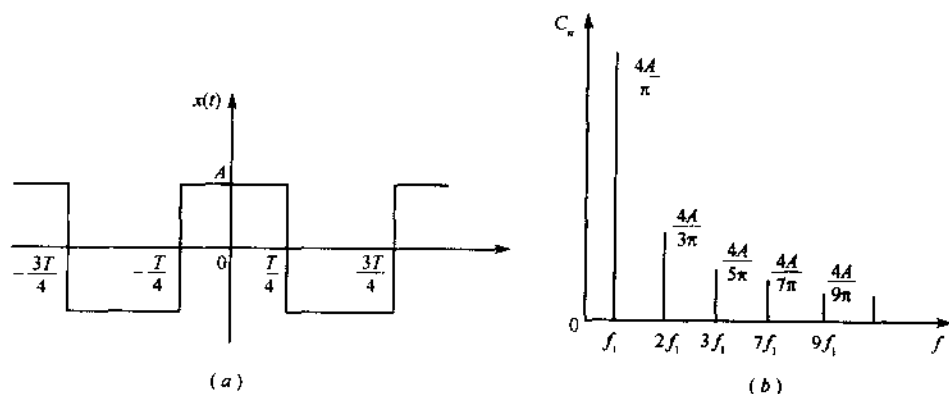


图 2.4 周期方波及其频谱

在对实际复杂周期信号的分解中, 总是取傅里叶级数的前有限项之和代替原信号, 这样分解后的信号与真实信号便有一定的误差。对于一定的具体问题, 应根据测量精度的要求选择级数的保留项数。例如在光线示波器振子的频率选择中, 一般应根据幅值是基波振幅 2% 的谐波不得忽略的原则进行, 对于周期性方波, 该谐波应取第 51 次; 而对于三角波, 则取到 7 倍基频信号即可。图 2.5 所示为理论方波与取前 4 项与前 7 项之和的波形比较。

为便于数学运算与工程应用, 常将傅里叶级数表示为复数形式, 根据欧拉公式

$$e^{\pm j\omega_1 t} = \cos \omega_1 t \pm j \sin \omega_1 t$$