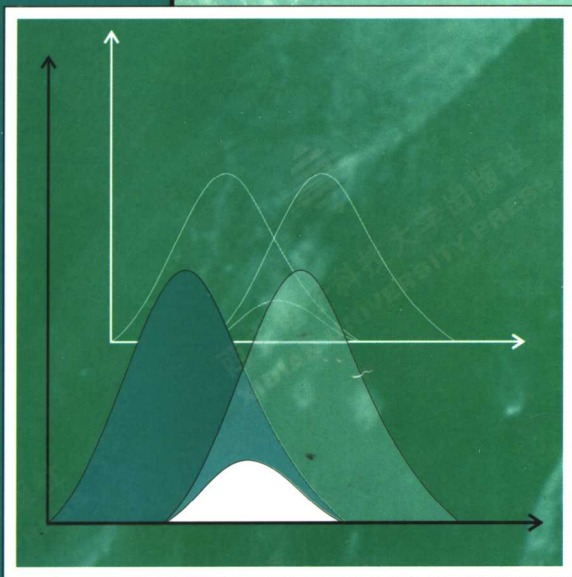
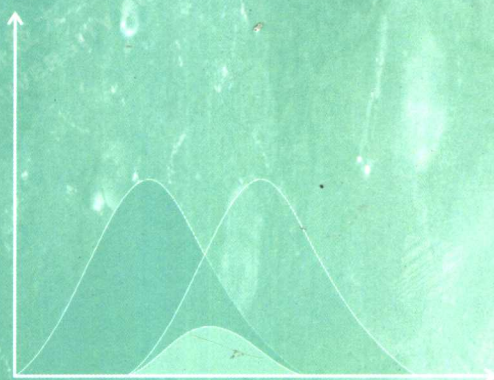




研究生系列教材

# 光电探测原理




安毓英 曾晓东 编著

西安电子科技大学出版社  
<http://www.xduph.com>

06

5

 研究生系列教材

# 光电探测原理

安毓英 曾晓东 编著

西安电子科技大学出版社

2004

## 内 容 简 介

本书分上、下两篇共 8 章。上篇为光电探测原理,主要讲述点探测器和像探测器的的工作原理、偏置回路设计与使用方法;下篇为光电子统计和最佳检测,主要讲述光场的统计特性与最佳检测方法。

本书适合高等学校电子信息类、电子信息科学类相关专业的本科生及物理电子学、光学工程等专业的研究生使用,也适合有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

光电探测原理/安毓英,曾晓东编著.

—西安:西安电子科技大学出版社,2004.8

(研究生系列教材)

ISBN 7 - 5606 - 1418 - 3

I. 光… II. ①安… ②曾… III. 光电检测—研究生—教材 IV. TN206

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 056108 号

责任编辑 杨 璠 云立实

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

http://www.xduph.com E-mail: xdupfxb@pub.xaonline.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西画报社印刷厂

版 次 2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 19

字 数 450 千字

印 数 1~4 000 册

定 价 25.00 元

ISBN 7 - 5606 - 1418 - 3/TN · 0274(课)

**XDUP 1689001 - 1**

\*\*\* 如有印装问题可调换 \*\*\*

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

# 前 言

本书是为 1999 年教育部本科专业目录调整后的电子信息、电子科学与技术、光信息科学与技术等本科专业以及物理电子学、光学工程等研究生专业编写的“光电探测原理”课程教材。

本教材是编者在多年教学实践积累资料的基础上编写的。为了知识的系统性和深入性，并兼顾本科生和研究生两个教学层次的需要，本书在结构上分上篇和下篇两个部分。上篇为光电探测原理，包含第 1~5 章，适于本科生使用。主要讲述点探测器和像探测器的工作原理、偏置回路设计和使用方法，不涉及光场的统计特性。下篇为光电子统计和最佳检测，包含第 6~8 章，适于研究生使用。主要讲述光场的统计特性和最佳检测方法，突出噪声消除问题。如果入学的研究生未学过上篇内容，则要补学这部分内容。

众所周知，光电探测器是光接收机的核心，其功能在于完成光信号到电信号的转换，因此又有光电检测、光电转换、光电解调等表述方法。编者认为，光接收机的任务在于解调或恢复来自光发射机的信息信号。问题在于，探测器在完成光电转换的过程中，对信号光和背景光是不加区分的，同时还会引入新的噪声分量，结果会使信噪比下降。因此，光接收机恢复信息信号的功能仅靠探测器是无能为力的，还必须运用电子学方法进一步抑制噪声而改善系统的输出信噪比。这种方法称为最佳检测方法。本书取名“光电探测原理”正是出于这一考虑，比之光电转换、光电检测、光电解调等表述，在含义上更为宽泛和确切。同时，编写中力图反映其中的新进展。

教材各章节的编排以及章节内容的安排既注重知识之间的有机联系，又考虑各自的独立性，并配有习题和思考题，便于读者自学，也便于教师根据教学对象和教学要求不同，选取适当的内容进行课内讲授。

本书在编写过程中，参阅了大量国内外文献，在此向这些文献的作者表示谢意。冯喆珺同志及多位研究生为本书的样稿打印、制图、校对做了大量的工作，付出了辛勤的劳动，在此一并表示感谢。同时，要感谢西安电子科技大学出版社云立实等同志的热情帮助和辛勤工作，终使本书与读者见面。

本书的上篇由安毓英编写，下篇由曾晓东编写，安毓英负责统编全稿。

本书的出版得到了西安电子科技大学研究生教材建设基金的资助。

由于编者水平有限，书中难免会有不妥之处，希望广大读者批评指正。

编 者

2004 年 4 月

# 目 录

## 上篇 光电探测原理

<b>第 1 章 光电探测基础</b> .....	3
1.1 光电系统描述 .....	3
1.2 光接收机视场 .....	8
1.3 光电探测器的物理效应 .....	13
1.4 光电转换定律和光电子计数统计 .....	20
1.5 光电探测器的性能参数 .....	27
1.6 光电探测器的噪声 .....	31
1.7 辐度学与光度学 .....	38
1.8 背景辐射 .....	42
1.9 探测器主要性能参数测试 .....	45
习题与思考题 .....	49
<b>第 2 章 点探测器</b> .....	51
2.1 光电管 .....	51
2.2 光电倍增管 .....	62
2.3 光电导探测器 .....	70
2.4 PN 结光伏探测器的工作模式 .....	79
2.5 硅光电池 .....	82
2.6 光电二极管 .....	90
2.7 象限探测器和位敏探测器 .....	111
2.8 光热探测器 .....	119
习题与思考题 .....	126
<b>第 3 章 直接探测和外差探测原理</b> .....	128
3.1 直接探测系统的性能分析 .....	129
3.2 提高输入信噪比的光学方法 .....	132
3.3 前置放大器的噪声特性 .....	137
3.4 光电探测器偏置电路对系统噪声性能的影响 .....	143
3.5 光电阈值探测统计 .....	148
3.6 光频外差探测的基本原理 .....	151
3.7 光频外差探测的信噪比分析 .....	155
3.8 光频外差探测的空间相位条件 .....	157
习题与思考题 .....	162
<b>第 4 章 像探测器</b> .....	164
4.1 光电成像概论 .....	164

4.2 真空摄像管 .....	166
4.3 自扫描光电二极管阵列 .....	170
4.4 CCD 摄像器件 .....	179
4.5 电荷注入器件 CID .....	191
4.6 固体图像传感器的主要特性参数 .....	193
习题与思考题 .....	199
<b>第 5 章 微弱光信号检测技术</b> .....	<b>200</b>
5.1 维纳滤波器 .....	200
5.2 匹配滤波器 .....	202
5.3 最大后验估值 .....	204
5.4 最大似然估值 .....	205
5.5 相关检测原理 .....	206
5.6 锁定放大器 .....	210
5.7 取样积分器 .....	213
5.8 光子计数技术 .....	219
习题与思考题 .....	226

## 下篇 光电子统计和最佳检测

<b>第 6 章 光场的统计分布</b> .....	<b>229</b>
6.1 随机变量的统计描述 .....	229
6.2 热光场的统计特性 .....	232
6.3 相干光与热光叠加后的统计特性 .....	234
6.4 相干起伏的光和相干光的混合 .....	235
习题与思考题 .....	237
<b>第 7 章 光电变换的统计特性</b> .....	<b>238</b>
7.1 双随机泊松点过程 .....	238
7.2 相干光的光电子统计和泊松变换 .....	238
7.3 线性极化热光的光电子统计 .....	240
7.4 部分极化热光的光电子统计 .....	242
7.5 相干光与热光相混合的光电子统计 .....	246
7.6 调制光束的光电子统计 .....	248
7.7 光电子统计应用举例 .....	254
习题与思考题 .....	257
<b>第 8 章 光电信号的最佳检测</b> .....	<b>258</b>
8.1 估计的基本概念 .....	258
8.2 维纳(Wiener)滤波 .....	267
8.3 卡尔曼(Kalman)滤波 .....	276
8.4 匹配滤波器 .....	289
习题与思考题 .....	295
<b>参考文献</b> .....	<b>296</b>

上 篇

---

---

光 电 探 测 原 理

THE  
MUSEUM

OF THE  
SMITHSONIAN INSTITUTION

THE  
MUSEUM  
OF THE  
SMITHSONIAN INSTITUTION



# 第 1 章 光电探测基础

## 1.1 光电系统描述

所谓光电系统，就是以光波作为信息和能量的载体而实现传感、传输、探测等功能的测量系统。它在各个领域特别是军用领域获得了很大成功，呈现出迅速发展的态势。与电子系统相比，光电系统最大的不同在于信息和能量载体的工作波段发生了变化。可以认为，光电系统是工作于电磁波波谱图上最后一个波段——光频段的电子系统。电磁波波谱图如图 1.1 - 1 所示。

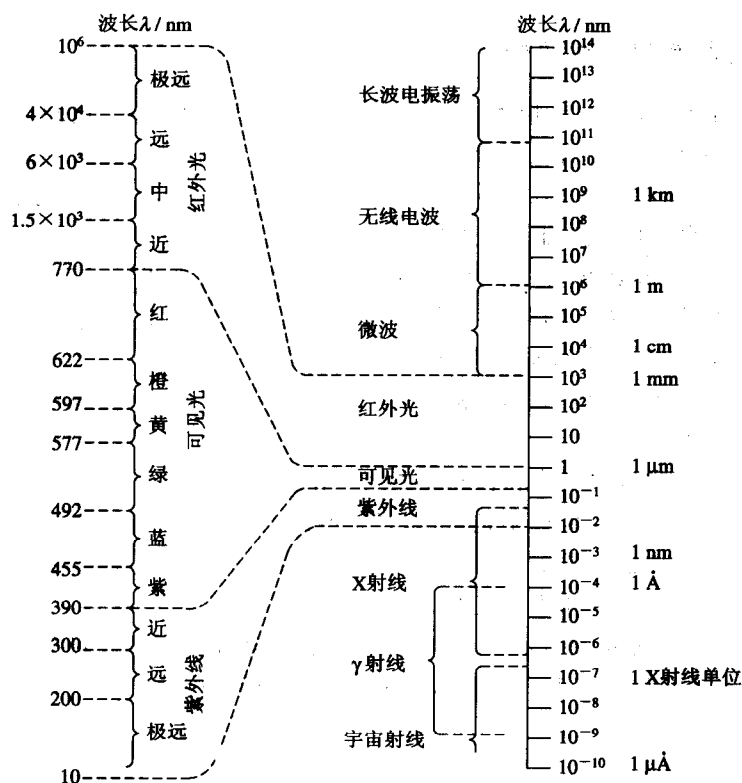


图 1.1 - 1 电磁波谱图

从图可见，电磁波波谱的光频段包括红外光、可见光、紫外线和 X 射线部分的电磁辐射，频率范围为  $3 \times 10^{11} \sim 3 \times 10^{16}$  Hz，波长范围为 1 mm ~ 10 nm。从光量子的观点看，单

光子的能量为  $h\nu$ 。  $h=6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ，称为普朗克常数。频率  $\nu$  愈高，单光子能量愈大。由于  $1 \text{ J}=0.624 \times 10^{19} \text{ eV}$ ，故单光子能量可用 eV(电子伏特)表示为

$$h\nu = 4.134 \times 10^{-15} \cdot \nu \text{ eV}$$

于是，光波波段的单光子能量变化就如表 1.1-1 所示。以后我们会知道，单光子能量  $h\nu$  的大小在光电转换过程中将起重要作用。

表 1.1-1 光波段单光子能量表

波谱区	波长 $\lambda$	频率 $\nu/\text{Hz}$	$h\nu/\text{eV}$
微波	300~1 mm	$1 \times 10^9 \sim 3 \times 10^{12}$	0.000 004~0.004
红外光	1 mm~0.76 $\mu\text{m}$	$3 \times 10^{12} \sim 4.3 \times 10^{14}$	0.004~1.7
可见光	0.76~0.38 $\mu\text{m}$	$4.3 \times 10^{14} \sim 5.7 \times 10^{14}$	1.7~2.3
紫外线	0.38~0.01 $\mu\text{m}$	$5.7 \times 10^{14} \sim 10^{16}$	2.3~40
X 射线	10~0.03 nm	$10^{16} \sim 10^{19}$	40~4000
$\gamma$ 射线	<0.03 nm	$>10^{19}$	>4000

### 1.1.1 光电系统的基本模型

与电子系统载波相比，光电系统载波的频率提高了几个量级。这种频率量值上的变化使光电系统在实现方法上发生了质变，在功能上也发生了质的飞跃。主要表现在载波容量、角分辨率、距离分辨率和光谱分辨率大为提高，在通信、雷达、精导、导航、观瞄、测量等领域获得广泛应用。应用于这些场合

的光电系统的具体构成形式尽管各不相同，但有一个共同的特征，即都具有光发射机、光学信道和光接收机这一基本构型。我们称这一构型为光电系统的基本模型，如图 1.1-2 所示。

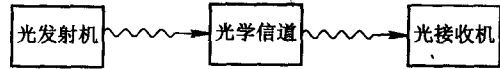


图 1.1-2 光电系统基本模型

光电系统通常分为主动式和被动式两类。在理解模型时应注意到：主动式光电系统中，光发射机主要由光源(例如激光器)和调制器构成；被动式光电系统中，光发射机则理解为被探测物体的热辐射发射。光学信道和光接收机对两者是完全相同的。所谓光学信道，主要是指大气、空间、水下和光纤。

本课程主要涉及光接收机部分。光接收机是用于收集入射的光场并处理、恢复光载波的信息。其基本模型如图 1.1-3 所示，包括三个基本模块。



图 1.1-3 光接收机

第一部分是光接收前端(通常包括一些透镜或聚光部件),第二部分是光探测器,第三部分为后续处理器。透镜系统把接收的光场进行滤波和聚焦,使其入射到光探测器上。光探测器把光信号变换为电信号。后续处理器完成必要的信号放大、信号处理及过滤处理,以从探测器的输出中恢复所需要的信息。

光接收机可以分为两种基本类型,即功率探测接收机和外差接收机。功率探测接收机也称作直接探测接收机或非相干接收机,它的前端系统如图 1.1-4(a)所示。透镜系统和光电探测器用于检测所收集到的到达光接收机的光场瞬间光功率。这种光接收机的工作方式是最简单的一种,只要传输的信息体现在接收光场的功率变化之中,就可以采用这种接收机。外差接收机的前端系统如图 1.1-4(b)所示。本地产生的光波场与接收到的光波场经前端镜面加以合成,然后由光探测器检测这一合成的光波。外差式接收机可接收以幅度调制、频率调制、相位调制方式传输的信息。外差接收机实现起来比较困难,它对两个待合成的光场在空间相干性方面有严格的要求。因此,外差式接收机通常也称为空间相干接收机。不论是哪一种接收机,前端透镜系统都能把接收光场或合成后的光场聚焦到光探测器的表面,这就使得光探测器的面积可以比接收透镜的面积小很多。

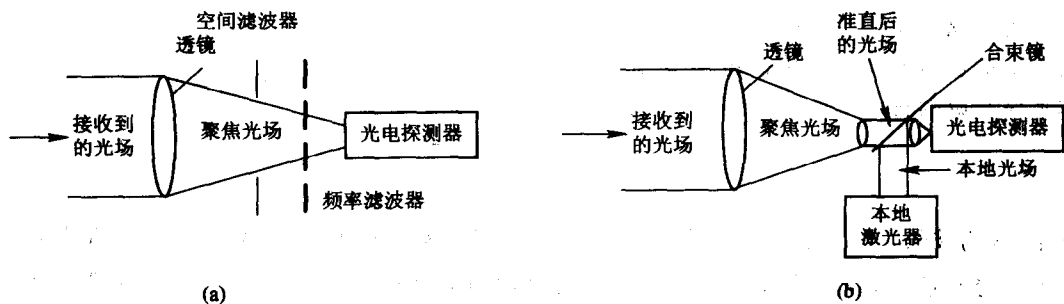


图 1.1-4 光接收机的两种基本类型  
(a) 直接探测接收机; (b) 外差探测接收机

### 1.1.2 光源发射增益

虽然本书不涉及光发射机问题,但在计算光接收机收到的光功率时,与光发射机发射的光功率相关。这也是光波段的基本问题之一。所以这里介绍一下关于光源发射增益的问题。

光源的辐射特性可用图 1.1-5 来说明。光的辐射特性可用一个光源的亮度函数加以描述。亮度函数  $L(\theta)$  的单位是  $W/(sr \cdot m^2)$  (瓦特每球面度平方米),该函数描述了在一个给定的方向角  $\theta$  时,光源辐射的归一化功率。这一功率通常归一化为单位发光面积向单位立体角的辐射功率。因此,光源亮度函数描述了光源的辐射光功率分布。一个均匀辐射型光源在它的辐射立体角  $\Omega_s$  内具有相同的亮度分布,如图 1.1-5 所示。因此,均匀光源当发光面积为  $A_s$ ,辐射角为  $\Omega_s$ 。

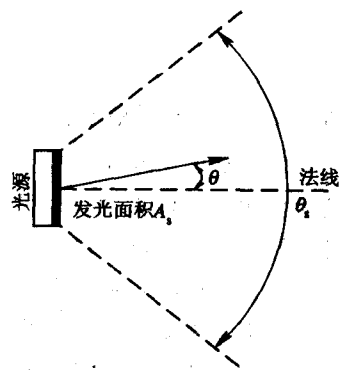


图 1.1-5 光发射角

时, 所辐射的总功率为

$$P_s = LA_s \Omega_s \quad (1.1-1)$$

对于辐射对称型光源, 立体角  $\Omega_s$  与平面辐射角  $\theta_s$  的关系为(参见图 1.1-5)

$$\Omega_s = 2\pi[1 - \cos(\theta_s/2)] \quad (1.1-2)$$

一个朗伯光源就是在  $|\theta| < \pi/2$  之间均匀辐射的光源。因此, 对朗伯光源  $\Omega_s = 2\pi \text{ sr}$ ,  $P_s = 2\pi LA_s$ 。假设发光面积为均匀辐射, 则其对于大部分光源都是适用的。

由光源辐射的光场可以采用光束生成光学系统进行收集和重新聚焦。实现重新聚焦通常是在光源或者调制器的输出端放置一些透镜的组合, 把输出光束集中到一个特定的方向。这里给出一种在长距离空间通信中常用到的简单方式, 如图 1.1-6 所示。在光源后面配置一个聚束和扩束透镜组合是为了产生准直光束。理想情况下, 聚束透镜可以把光源场聚焦为一个点, 然后扩束透镜把它扩展为一个完好的平行光束。实际情况是光源场并不能被聚焦为一个点, 而扩束准直后的光束在传播过程中会扩展, 其平面光束的直径可由下式近似描述:

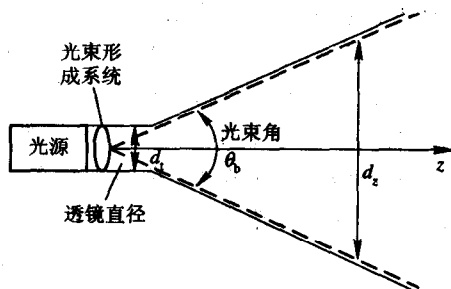


图 1.1-6 光束形成和光汇聚

$$d_z = d_t \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{d_t^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.1-3)$$

其中,  $\lambda$  为波长,  $d_t$  为输出透镜直径,  $z$  为距透镜的距离。在近场时 ( $\lambda z/d_t^2 < 1$ ), 准直后的光束直径与透镜直径相同, 从透镜出来的光束均匀地分布在透镜上。在远场时 ( $\lambda z/d_t^2 > 1$ ), 光束的直径将随距离的增加而扩大, 就好像光束是从一个点光源发出, 其扩散的平面角约为

$$\theta_b \approx \frac{\lambda}{d_t} \text{ rad} \quad (1.1-4)$$

式中, 角度  $\theta_b$  为衍射极限发射机光束角。此时远离光源的扩散光场分布在一个两维的立体角  $\Omega_b$  之内, 即

$$\Omega_b = 2\pi \left[ 1 - \cos \frac{\theta_b}{2} \right] \approx \frac{\pi}{4} \theta_b^2 \quad (1.1-5)$$

图 1.1-7 给出了根据公式(1.1-4)在不同波长时扩散角随透镜直径  $d_t$  的变化关系。例如, 光波长为  $0.5 \mu\text{m}$ , 透镜直径为  $15 \text{ cm}$ , 此时的光束角为  $3 \times 10^{-6} \text{ rad}$ 。这个数量级与微波发射相比具有巨大的优越性。因为微波天线发射的电磁束角是在度的量级, 所以采用很小尺寸的光学器件就可以把光束汇集集中在一个很小角度之内进行传输, 这就是光波段的特性之一。显然, 这在长距离空间传输中是很有用的。

在微波天线发射中, 天线的的作用就是汇聚波束, 其汇聚度用有效天线增益表征。这个概念同样适用于光波段。根据天线理论, 发射的电磁波束如果满足式(1.1-4), 则有效天线增益为

$$G_t = \frac{4\pi}{\Omega_b} \approx \left( \frac{4d_t}{\lambda} \right)^2 \quad (1.1-6)$$

图 1.1-7 也给出了这条增益曲线。由图可见，15 cm 的透镜具有的天线增益为 122 dB (对 0.5 μm 光) 和 95 dB (对 10.6 μm 光)，与微波天线相比这是一个巨大的改善。

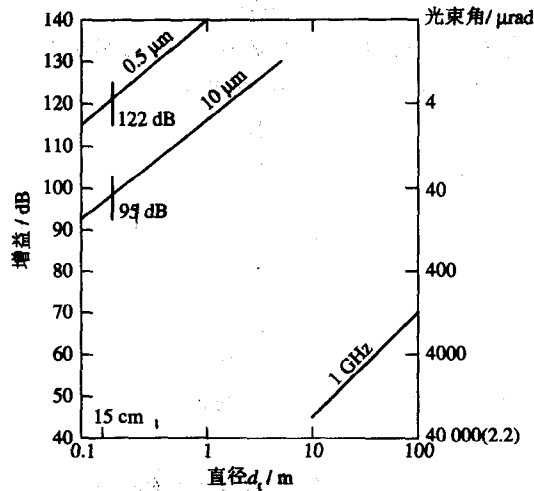


图 1.1-7 天线增益和光束角随天线直径的变化

### 1.1.3 接收光功率

为了简单起见，假定距光源很远的  $R$  处有一小接收面  $A_r$ ， $R \gg \sqrt{A_r}$ ，则发射光场在接收面处表现为一平面光场。接收面上的光场强度为

$$I(t, R) = G_t \frac{P_s(t - t_d)}{4\pi R^2} \quad (1.1-7)$$

其中  $P_s(t)$  为点光源的功率变化函数， $t_d = R/C$  为从光源到  $R$  处的传输时延， $G_t$  为  $A_r$  所在方向的发射光增益。

令点光源发射恒定功率为  $P_s$  的光场，由光束整形系统将光场集中在立体角  $\Omega_s$  之内，如图 1.1-8 所示。在  $R$  处，光束之内的光强度将是

$$I(t, R) = \frac{G_t P_s}{4\pi R^2} \quad (1.1-8)$$

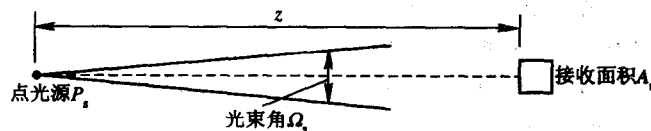


图 1.1-8 空间链路模型

接收面  $A_r$  收到的光功率是  $R$  处光强度在  $A_r$  面上的积分：

$$P_r(t) = \cos\theta \int_{A_r} I(t, R) dA_r \quad (1.1-9)$$

式中  $\theta$  是接收面  $A_r$  的法线与光功率流传输方向间的来角。如果  $\theta=0$  (法线方向入射)，则  $A_r$  上所接收的光功率为

$$P_r = \left[ \frac{G_r P_s}{4\pi R^2} \right] \cdot A_r \quad (1.1-10)$$

需要指出的是，上式为一个具有发射增益为  $G_s$  的光源所产生的电磁场的标准功率流方程。同样，相对于接收面积可以定义一个接收增益，即

$$G_r = \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \cdot A_r \quad (1.1-11)$$

则公式(1.1-10)变换为

$$P_r = P_s \cdot G_s \cdot L_p \cdot G_r \quad (1.1-12)$$

其中

$$L_p = \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (1.1-13)$$

$L_p$  为波长为  $\lambda$  的光场在距离  $R$  的传输中所产生的损耗。

## 1.2 光接收机视场

我们已经知道，在光接收机内，输入光场一般都是由前端面上的光学元件收集并汇聚到探测器表面，如图 1.2-1 所示。很显然，这些接收到的光场经过光学元件—透镜的变换后到达探测器表面，这种变换特性将直接影响到达探测器上的光场分布，而探测器的尺寸将决定光接收机的视场。本节就来讨论这个问题的详细描述。

### 1.2.1 透镜变换

光学透镜对光场的聚焦可以用图 1.2-1 来描述。收集到透镜输入端的光场定义在光阑(接收机)平面上，聚焦光场定义在焦(探测器)平面上。焦平面位于光阑后距离为  $f_c$  处， $f_c$  为透镜的焦距。放置在光阑平面上的光学透镜将输入光场变换到探测器所在的焦平面上。在焦平面上产生的光场常称为衍射光场。

适当设计的接收机透镜可以在其焦平面上得到弗朗荷费衍射。这样，如果用  $f_r(t, r)$  表示在整个透镜光阑上接收到的场，用  $f_d(t, u, v)$  表示焦平面上的衍射场，则二者由下式相联系：

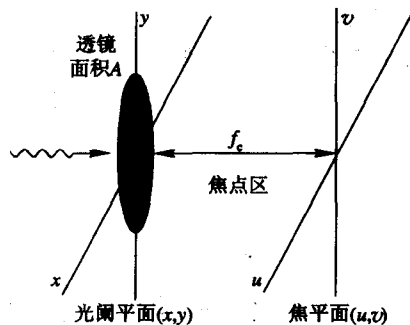


图 1.2-1 光接收机的成像几何图形

$$f_d(t, u, v) = \frac{\Gamma(u, v)}{\lambda f_c} \int_A f_r(t, x, y) \exp \left[ -j \frac{2\pi}{\lambda f_c} (xu + yv) \right] dx dy \quad (1.2-1)$$

式中

$$\Gamma(u, v) = \frac{1}{j} \exp \left[ j \frac{\pi}{\lambda f_c} (u^2 + v^2) \right] \quad (1.2-2)$$

为相因子,  $(x, y)$  为光阑平面上的场坐标,  $(u, v)$  为焦平面上的场坐标, 如图 1.2-1 所示。式 (1.2-1) 描述了接收到的场与焦平面上的场之间的关系。注意,  $f_d(t, u, v)$  还与  $f_r(t, x, y)$  的二维傅里叶变换相联系, 即如果我们定义

$$F_r(t, \omega_1, \omega_2) = \int_A f_r(t, x, y) \exp[-j(x\omega_1 + y\omega_2)] dx dy \quad (1.2-3)$$

为  $f_r(t, x, y)$  的二维空间傅里叶变换, 则有

$$f_d(t, u, v) = \frac{\Gamma(u, v)}{\lambda f_c} F_r \left( t, \frac{2\pi u}{\lambda f_c}, \frac{2\pi v}{\lambda f_c} \right) \quad (1.2-4)$$

这样, 光接收机内的衍射图案就可以简单地借助于变换理论得到。这是一个非常有用的结果, 因为这意味着许多对光接收机的分析可直接简化为线性系统理论。

考虑一平面波垂直入射到面积为  $A$  的接收机透镜上, 接收到的光场为

$$\begin{aligned} f_r(t, x, y) &= a(t) \exp(j\omega_0 t) & (x, y) \in A \\ &= 0 & \text{其它} \end{aligned} \quad (1.2-5)$$

焦平面上得到的衍射图案可直接由式 (1.2-1) 得出:

$$f_d(t, u, v) = a(t) \exp(j\omega_0 t) \Gamma(u, v) f_{d0}(u, v) \quad (1.2-6)$$

式中,  $f_{d0}(u, v)$  为空间积分:

$$f_{d0}(u, v) = \frac{1}{\lambda f_c} \int_A \exp \left[ -j \left( \frac{2\pi}{\lambda f_c} \right) (xu + yv) \right] dx dy \quad (1.2-7)$$

注意衍射图案简单地为随时间变化的包络函数以及由相因子  $\Gamma(u, v)$  定义的空间函数和二维变换  $f_{d0}(u, v)$  的乘积, 这样, 由垂直入射平面波产生的焦平面上的场分布可以通过完成式 (1.2-6) 中的积分给出。这个积分依赖于接收机光阑区域  $A$  的形状。

**矩形光阑透镜** 如果假定光阑区域为线度为  $(d, b)$  的矩形, 则式 (1.2-7) 中的积分限成为  $|x| \leq d/2$ ,  $|y| \leq b/2$ 。积分可分解为分别对  $x$  和  $y$  积分的乘积, 其结果为

$$\begin{aligned} f_{d0}(u, v) &= \frac{1}{\lambda f_c} \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-b/2}^{b/2} \exp \left[ -j \left( \frac{2\pi}{\lambda f_c} \right) (xu + yv) \right] dx dy \\ &= \left( \frac{bd}{\lambda f_c} \right) \left[ \frac{\sin(\pi du/\lambda f_c)}{(\pi du/\lambda f_c)} \cdot \frac{\sin(\pi dv/\lambda f_c)}{\pi dv/\lambda f_c} \right] \end{aligned} \quad (1.2-8)$$

沿  $u$  轴的结果绘于图 1.2-2(a), 沿  $v$  轴也存在相似的结果。二者结合起来产生一个中心位于  $(u, v)$  平面原点上的单一“主峰”。

**圆形光阑透镜** 如果采用的是一个直径为  $d$  的圆形透镜, 则式 (1.2-7) 的变换可以转换到极坐标下进行, 得到

$$\begin{aligned} f_{d0}(u, v) &= \left( \frac{1}{\lambda f_c} \right) 2\pi \int_0^{d/2} r J_0 \left( \frac{\pi r \rho}{\lambda f_c} \right) dr \\ &= \left( \frac{\pi d^2}{4 \lambda f_c} \right) \left[ \frac{2J_1(\pi d\rho/\lambda f_c)}{(\pi d\rho/\lambda f_c)} \right] \end{aligned} \quad (1.2-9)$$

式中,  $\rho = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ,  $J_0(x)$  和  $J_1(x)$  为贝塞尔函数。衍射图案的振幅作为径向距离  $\rho$  的函数绘于图 1.2-2(b), 它与矩形透镜的衍射图案相似。

图 1.2-2 中的衍射场是在光学理论中熟悉的爱里斑图样。注意在式 (1.2-8) 和 (1.2-9) 这两种情况下, 焦平面上衍射图案的高度近似为  $A/\lambda f_c$ , 宽度近似为  $2\lambda f_c/d$  (即最大峰的宽度)。由于这个宽度非常小, 输入平面波光场在焦平面上成像为一个极其微小的光斑。在实际当中, 聚焦场图案比接收机的透镜线度小很多倍。通常, 大多数透镜的焦距  $f_c$  设计为与透镜的宽度  $d$  相当的值 ( $f_c/d$  为透镜的  $f$  数), 使爱里图样占据大约  $2\lambda$  的宽度, 大小在微米量级。

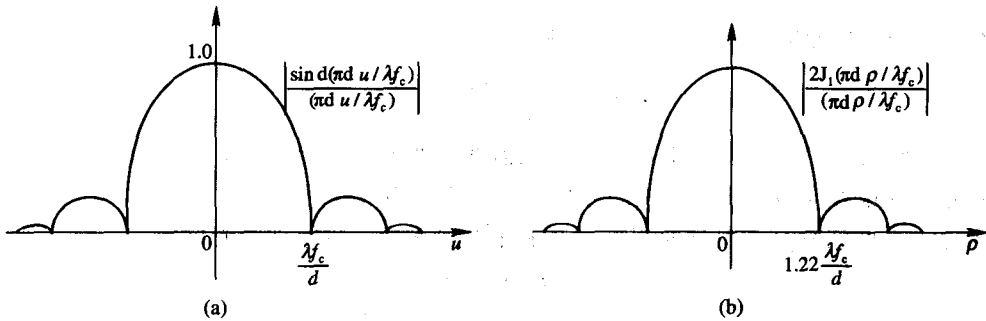


图 1.2-2 衍射(爱里)图案  
(a) 矩形透镜; (b) 圆透镜

用图 1.2-3 所示的整体模型来考虑这种透镜成像是有帮助的。远处的一个点光源产生式 (1.2-5) 的调制平面波, 并入射到接收机透镜光阑上。透镜将光场按照前面的公式聚焦成爱里斑, 其中包含与接收到的光场变化完全相同的时间变化包络。焦平面上的光斑可以看成是点光源的像。换句话说, 焦平面将光源的空间图案再现在衍射图案内, 我们说点光源被成像在探测器平面上。注意, 位于焦平面上的任何探测器只需要收集爱里图样以“看到”点光源及其包络调制即可, 因此焦平面上的检测面积可以比接收机透镜光阑小很多。

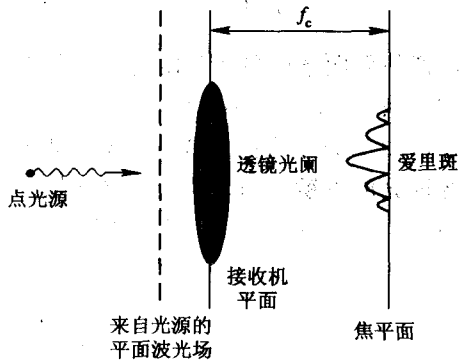


图 1.2-3 成像于接收机上的点光源

假定平面波在到达接收机时偏离垂直入射方向, 波矢为  $k$ , 如图 1.2-4(a) 所示。此时接收机透镜上的接收场由下式描述:

$$f_r(t, x, y) = a(t) \exp(j\omega_0 t) \exp(-jk \cdot r) \\ = a(t) \exp(j\omega_0 t) \exp[-j(xk_x + yk_y)] \quad (1.2-10)$$

式中,  $r=(x, y)$  为光阑平面上的场坐标,  $k_x$  和  $k_y$  分别为  $k$  的  $x$  和  $y$  分量。用小角度近似, 我们可以写出  $k_x=(2\pi/\lambda)\theta_x$ ,  $k_y=(2\pi/\lambda)\theta_y$ , 这里,  $(\theta_x, \theta_y)$  为波矢  $k$  相对于垂直入射方向的偏离角。此时的空间衍射图样为



$$f_d(t, u, v) = a(t) \exp(j\omega_0 t) \left( \frac{\Gamma(u, v)}{\lambda f_c} \right) \times \int_A \exp \left[ -j \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) (x\theta_x + y\theta_y) \right] \exp \left[ -j \left( \frac{2\pi}{\lambda f_c} \right) (xu + yv) \right] dx dy = a(t) \exp(j\omega_0 t) \Gamma(u, v) f_{d0}(u + u_0, v + v_0) \quad (1.2-11)$$

式中,  $f_{d0}(u, v)$  由式(1.2-6)给出,  $u_0 = f_c \theta_x$ ,  $v_0 = f_c \theta_y$ 。这样, 入射平面波的角偏离使得衍射斑在焦平面上发生移位。移位后图样的位置可以由平面波的人射方向通过透镜光阑中心的延长线与焦平面的交点来确定。因为光场来自位于这条线上的一个点光源, 所以我们又一次看到透镜将点光源成像在一个移动了的位置上。

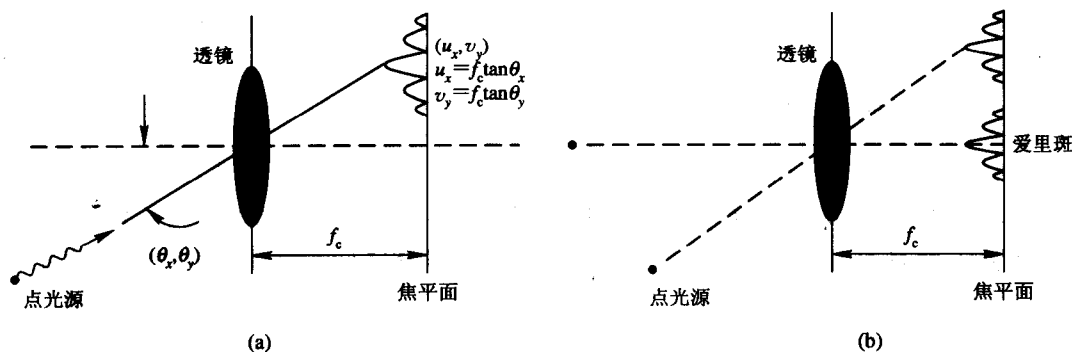


图 1.2-4 偏离垂直入射时的成像

(a) 单个点光源; (b) 多个点光源

考虑两个这样的点光源(见图 1.2-4(b)), 每一个光源将产生各自的爱里图样, 并在焦平面上叠加(根据透镜变换的线性性质)。只要两点光源是充分分离的, 它们的衍射图案就可以被分辨。如果一个光源的图样位于另一个图样的爱里宽度以内, 则认为两个图样是不可分辨的。因为图样有一个大约  $2\lambda$  的宽度, 因此, 如果它们相距在  $\lambda$  以内, 那么两个图样是不可分辨的, 这对应于两点光源的光场到达透镜后的角度分离小于

$$\theta_{dl} \approx \frac{\lambda}{f_c} \quad (1.2-12)$$

因此我们可以定义如下的一个立体角, 到达角度位于其内的光线是不可分辨的:

$$\Omega_{dl} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\pi}{4} \left( \frac{\lambda}{f_c} \right)^2 \quad (1.2-13)$$

在  $f_c \approx d$  的条件下( $d$  为圆透镜直径), 有

$$\Omega_{dl} \approx \left( \frac{\pi}{4} \right)^2 \left( \frac{\lambda^2}{A} \right) \quad (1.2-14)$$

式中  $A$  为接收机光阑面积。这称作光阑光学元件的衍射极限视场, 它定义了这样一个立体角, 入射角落在这个立体角内的平面波, 其爱里图样将因发生重叠而不可区分(见图 1.2-5)。因此  $\Omega_{dl}$  定义了光阑光学元件在波长  $\lambda$  上的分辨本领, 它只依

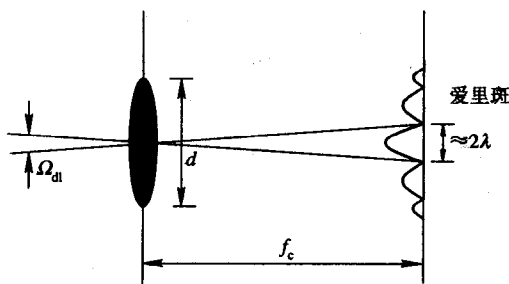


图 1.2-5 衍射极限视场示意图