遵循修订大纲　配合统编教材

4 第二版

高二适用

新编精解本

高中数学万题选

解析几何

王建民 主编

北京大学出版社

4

新编精解本

高中数学万题选

遵循修订大纲　配合统编教材

高中数学万题选

（新编精解本）

解析几何

（高 二 适 用）

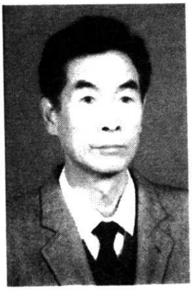
王建民　主编

编撰者：杜志良　王建民　储瑞年
董世奎　王人伟

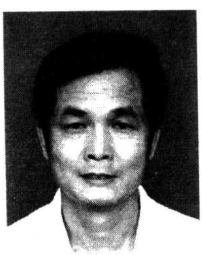
北京大学出版社
·北　京·

书　　名：高中数学万题选(新编精解本)·解析几何
著作责任者：王建民　杜志良　储瑞年　董世奎　王人伟
责任编辑：刘　勇　王明舟
标准书号：ISBN 7-301-03711-2/G·447
出　版　者：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
网　　址：http://cbs.pku.edu.cn/cbs.htm
电　　话：出版部 62752015　发行部 62559712　理科编辑室 62752021
电子信箱：zpup@pup.pku.edu.cn
排　印　者：北京大学印刷厂
发　行　者：北京大学出版社
经　销　者：新华书店
850×1168　32 开本　11.25 印张　280 千字
2001 年 7 月第 1 版　2001 年 7 月第 1 次印刷
定　　价：14.00 元

作者简介



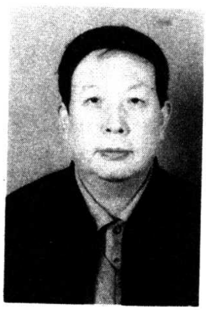
王建民　中国科技大学附中数学特级教师，数学教研组组长，中国数学奥林匹克高级教练，北京市中学数学学科带头人，市兼职教研员，海淀区兼职教研员，参与多部高中数学总复习教学参考书的编写。



王人伟　北京航空航天大学附中数学特级教师，数学教研组组长，中国数学奥林匹克高级教练，北京队主教练，全国航空普教协会数学组主任委员，参与多部高中数学总复习教学参考书的编写。

作者简介

董世奎　中学数学高级教师，中国数学奥林匹克高级教练，北京大学附中原数学教研组组长，曾任海淀区兼职教研员，参与多部高中数学总复习教学参考书的编写。



储瑞年　北京师范大学实验中学数学高级教师，兼任全国中小学教材审定委员会中学数学学科教材审查委员，北京市重点高中数学试验教材副主编，《数学通报》编委，参与多部高中数学总复习教学参考书的编写。

编者的话

（第二版说明）

高中数学万题选（第一版）自 1997 年出版以来深受广大读者的欢迎，究其原因，正如第一版编者说明中指出的本书编写指导思想是："使你的学生既有扎实的数学知识，又具有较强的分析能力和解题技巧""数学思想应用较多，解法灵活多变".这正好与当前《中共中央国务院关于深化教育改革、全面推进素质教育的决定》中关于在全国推进素质教育，着重培养"能力强、素质高"的人才的要求和目的相吻合；也正好顺应了近几年来教育部考试中心关于我国普通高考加大改革力度，"立足基础、突出能力考查"的精神.正如有些读者所说，本书的最大特点就是具有超前意识——即前瞻性.读者喜欢本书的另一个原因就是它具有极强的实践性和实用性.

为进一步更好地贯彻中央推进素质教育的精神，体现考试中心"立足基础，突出能力考查""既重视考查中学数学知识的掌握程度，又注意考查进入高校继续学习的潜能"的指导思想，我们在深入调查研究的基础上，不仅保留了第一版的特色，还对内容进行了较大的修订.

现在的第二版是新编精解本，它是根据最新教学大纲，并与现行高一、高二数学统编教材同步使用，在内容和体例编排上突出了：**知识网络结构、思维方法点拨、练习题与综合练习题、练习题解答与提示**四大知识板块.本书的主要特点是：

一、知识网络结构　每节按教学体系给出知识要点，以及

它们之间的联系；简明扼要叙述重要的概念、定义、公式及常用的方法，它涵盖了按教学要求学生应掌握的知识点.

二、思维方法点拨 这是本书的重点. 以精选的典型例题为载体，旨在培养学生的逻辑思维能力. 本书通过丰富的典型例题，从不同侧面，用多种解法按教学要求点拨学生的数学思想方法、培养学生的思维能力. 通过**评析**指出学生在解题时易犯的错误，总结出解题规律；不失时机地培养学生用等价变换思想、函数思想和方程思想、分类讨论思想、数形结合思想解题的意识和能力.

三、练习题与综合练习题 为便于学生检测学习效果，本书按小节配置了适量的练习题，并按章选编了综合练习题；有的综合练习题是精选的高考试题，使学生通过做这些题目较早地体会本书的实践性和实用性.

四、练习题解答与提示 全部练习题附有答案或提示，对综合题、难题附有详解或多种解法，便于教师备课时选配例题和习题，也便于读者自学时参考.

本次修订增强了本书的使用性，加大了培养学生思维能力和自觉地运用数学思想的力度；注重启发思维，强调基础训练、解题思路、数学的思维方法与逻辑推理. 它更适合当前高中数学的教学要求，是学生很好的课外辅助读物和教师备课的优秀教学参考书.

参加此次修订的教师有：高一代数董世奎；高一立体几何储瑞年、朱士中；高二代数王人伟；高二解析几何王建民、杜志良.

由于水平有限，书中的错误在所难免，欢迎读者批评指正.

编　者

2001年6月于燕园

编者的话

（第一版）

作为一名数学教师和一名高中学生，谁都希望得到一本便于寻找例题和作业，内容丰富、知识面广、系统性强、具有一定深度、数学思想应用较多、解法灵活多变的习题集，陪伴你和你的学生愉快地度过高中阶段的学习，使你的学生既有扎实的数学知识，又具有较强的分析能力和解题技巧. 为此，我们根据教学大纲和高考说明编写了此书.

本书的特点是：实用性极强，选题源于教材而高于教材，突出重点，突破难度，内容上做了较多的补充和引伸，寓应试教育于素质教育之中. 本书基本上把我们30余年教学过程中的典型例题、作业以及在海淀教师进修学校乃至在全国各省市的教师培训班给老师们讲课的精华，按教学顺序都编入了该题选. 该题选实际上是我们在北大附中、北航附中和科大附中教学的实录，两届国际数学奥林匹克金牌获得者周宏，今年高考数学满分得主张煜在高中学习时就是用的本题选中的习题. 所以该题选特别便于教师在备课时选择补充例题和作业，也特别便于高中学生与教师教学同步寻找补充练习.

本书另一个特点是：既重视双基，又重视能力，由浅入深，层次分明，适用面广.

为了便于读者使用，该书基本上是按与教材同步的形式编写，但为了突出重点，在集合后集中系统编写二次函数的习题. 另外把指数、对数相对集中在一起，这样既可集中使用，又可分

散使用.

为了对读者在思维方法和解题方法上有所帮助,我们在书后编写了部分难题的二级提示和解答.

本书可作为高中学生与教材配套的习题集,也可供教师教学时参考.由于水平有限,书中的错误在所难免,欢迎读者批评指正.

编　者

1996年10月于北大附中

目　录

第一章　直　　线

1.1　有向线段、定比分点

【知识网络结构】

1. 有向线段

数轴上**有向线段** AB 的**数量公式**：$AB=x_B-x_A$；**长度公式**：$|AB|=|x_B-x_A|$.

说明　有向线段 AB 是一几何图形，记作$\overline{AB}$；有向线段 AB 的数量是一实数，记作 AB. 有向线段 AB 的长度是一个非负实数，记作$|AB|$.

2. 两点间的**距离公式**

$$|AB|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}.$$

说明：(1) 当 $x_B=x_A$ 时，$|AB|=|y_B-y_A|$. (2) 当 $y_B=y_A$ 时，$|AB|=|x_B-x_A|$.

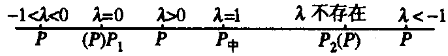
3. 线段的**定比分点公式**

设直线 l 上三点 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P(x,y)$且$\frac{P_1P}{PP_2}=\lambda$，则

(1) $\lambda=\frac{P_1P}{PP_2}=\frac{x-x_1}{x_2-x}=\frac{y-y_1}{y_2-y}$ (**定比为 λ**).

(2) 定比分点坐标：$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}.\end{cases}$　$(\lambda\neq-1)$

(3) 对 λ 的讨论：



(4) 已知$\triangle ABC$，顶点分别为$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，则$\triangle ABC$的重心$G(x,y)$的坐标：

$$\begin{cases} x=\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}, \\ y=\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}. \end{cases}$$

【思维方法点拨】

例 1 已知数轴上点B的坐标为5，$AB=4$，则A点的坐标是________；若点B的坐标为-5，$BA=2$，则A点的坐标是________；若点B的坐标为-7，$|BA|=3$，则A点的坐标是________.

解 设A,B两点的坐标分别是x_A,x_B，代入公式得：

$AB=x_B-x_A=5-x_A=4$，$\therefore x_A=1$；

$BA=x_A-x_B=x_A+5=2$，$\therefore x_A=-3$；

$|BA|=|x_A-x_B|=|x_A+7|=3$，$\therefore x_A=-4$或-10.

例 2 设A,B,C均为数轴上的点.

(1) 若$AB=5$，$AC=3$，则$|BC|=$________；

(2) 若$AB=5$，$|AC|=3$，则$|BC|=$________；

(3) 若$|AB|=5$，$|AC|=3$，且$AC\cdot AB>0$，则$BC=$________.

解 设A,B,C的坐标分别是x_A,x_B,x_C代入公式得：

(1) $\begin{cases} AB=x_B-x_A=5 \\ AC=x_C-x_A=3 \end{cases} \Longrightarrow x_B-x_C=2 \Longrightarrow |BC|=2$；

(2) $\begin{cases} AB=x_B-x_A=5 \\ |AC|=|x_C-x_A|=3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_B-x_A=5 \\ x_C-x_A=3 \end{cases}$或$\begin{cases} x_B-x_A=5 \\ x_C-x_A=-3 \end{cases}$

$\Longrightarrow x_B-x_C=2$或$x_B-x_C=8$

$$\Longrightarrow |BC|=2 \text{ 或 } |BC|=8.$$

$$(3)\begin{cases}|AB|=|x_B-x_A|=5\\|AC|=|x_C-x_A|=3\\AC\cdot BC>0\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}x_B-x_A=5\\x_C-x_A=3\end{cases}\text{或}\begin{cases}x_B-x_A=-5\\x_C-x_A=-3\end{cases}$$

$$\Longrightarrow x_B-x_C=2 \text{ 或 } x_B-x_C=-2\Longrightarrow BC=2 \text{ 或 } BC=-2.$$

例 3 A,B 是数轴上两点，点 A 的坐标 $x_1=-a-b$，点 B 的坐标 $x_2=b-a$，那么 $AB=$________，$BA=$________，$|AB|=$________.

解 $AB=x_2-x_1=(b-a)-(-a-b)=2b$，$BA=-AB=-2b$，$|AB|=|BA|=2|b|$.

例 4 设 A,B,C 是同一条直线上的三点，那么无论它们的位置如何，下列等式恒成立的是(　　).

(A) $AB+BC=0$　　(B) $AB+BC+AC=0$

(C) $BC+CA=AB$　　(D) $AB+BC=AC$

解 设 A,B,C 的坐标分别是 x_A,x_B,x_C，则 $AB=x_B-x_A$，$BC=x_C-x_B$，$AC=x_C-x_A$，从而：$AB+BC=AC$，故选 (D).

例 5 若点 A,B,C,D 在同一条直线上，$BA=6$，$BC=-2$，$CD=6$，则 AD 等于(　　).

(A) 2　　(B) -2　　(C) 10　　(D) -10

解 设 A,B,C,D 的坐标分别为 x_A,x_B,x_C,x_D 代入公式：

$$\begin{cases}BA=x_A-x_B\\BC=x_C-x_B\\CD=x_D-x_C\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}x_A-x_C=8\\x_D-x_C=6\end{cases}$$

$$\Longrightarrow x_D-x_A=-2\Longrightarrow AD=-2.$$

故选 (B).

例 6 设 A,B,C 是数轴上的三点，且 $BA=6$，$CA=2$，点 D 是点 A 关于点 B 的对称点，则 CD 等于(　　).

(A) 10　　(B) 8　　(C) -10　　(D) -8

解 因为点 D 与点 A 关于点 B 对称，且 $BA=6$，则 $AD=$

-12，设 A,C,D 的坐标分别为 x_A,x_C,x_B 代入公式：

$$\begin{cases}AD = x_D - x_A = -12 \\ CA = x_A - x_C = 2\end{cases} \Longrightarrow x_D - x_C = -10 \Longrightarrow CD = -10.$$

评析 以上六例都是若干个有向线段在同一条直线上，则可取该直线为数轴，各点就是相应的坐标. 运用有向线段的数量及长度公式，将有向线段的运算转化为实数的计算.

例 7 已知两点 $A(a,-\sqrt{ab})$，$B(b,\sqrt{ab})$，则 $|AB|$ 等于(　　).

(A) $a+b$　　(B) $|a-b|$

(C) $-a-b$　　(D) $|a+b|$

解 $|AB|=\sqrt{(a-b)^2+(2\sqrt{ab})^2}=\sqrt{(a+b)^2}=|a+b|$. 故选 (D).

评析 由题设可知，a 与 b 应同号或均为零，注意 a 与 b 同负是解的情况，经计算得 $|a+b|$.

例 8 已知点 $M(5\cos\alpha,5\sin\alpha)$，$N(4\cos\beta,4\sin\beta)$，则 $|MN|$ 的最大值为(　　).

(A) 9　　(B) 7　　(C) 5　　(D) 3

解 $|MN|=\sqrt{(5\cos\alpha-4\cos\beta)^2+(5\sin\alpha-4\sin\beta)^2}=\sqrt{41-40\cos(\alpha-\beta)}\leqslant\sqrt{41+40}=9$. 故选 (A).

评析 本题利用余弦函数的值域，即 $|\cos(\alpha-\beta)|\leqslant 1$，从而确定了 $|MN|$ 的最大值.

例 9 已知 $A(-1,2)$，$B(2,5)$，$C(3,-4)$，则 $\triangle ABC$ 的形状是(　　).

(A) 等腰三角形　　(B) 直角三角形

(C) 锐角三角形　　(D) 钝角三角形

解 $\because$ $|AB|^2=18$，$|AC|^2=52$，$|BC|^2=82$，$\therefore$ $|AB|^2+|AC|^2=70<82$. 即：$|AB|^2+|AC|^2<|BC|^2$，$\therefore$ $\triangle ABC$ 是钝角三角形. 故选(D).