



高等学校精品规划教材

材料力学

CAILIAO LIXUE

申向东 主编



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是参照教育部高等学校力学教学指导委员会非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会提出的材料力学课程教学基本要求进行编写的。本书主要包括：轴向拉伸与压缩；材料的力学性质；连接构件的强度计算；扭转；弯曲内力；弯曲应力；弯曲变形；应力状态分析和强度理论；组合变形；能量法；压杆稳定；动载荷；材料力学的进一步问题。每章均有小结和习题。

本书适合农业水利工程、水利水电工程、土木工程、给水排水工程、环境工程、森林工程、机械工程、交通运输及相关院校专业的师生使用，也可供工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/申向东主编. —北京：中国水利水电出版社，2005

高等学校精品规划教材

ISBN 7-5084-2884-6

I. 材... II. 申... III. 材料力学—高等学校—教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 045195 号

书 名	高等学校精品规划教材 材料力学
作 者	申向东 主编
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)
经 售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市兴怀印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 19 印张 451 千字
版 次	2005 年 7 月第 1 版 2005 年 7 月第 1 次印刷
印 数	0001—4000 册
定 价	28.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

为了满足目前各农业院校工科专业教育教学改革的需求,在高等学校水电类精品规划教材指导委员会与中国水利水电出版社共同组织下,由内蒙古农业大学、甘肃农业大学、东北农业大学、宁夏大学等4所高校为农业水利工程、水利水电工程、土木工程给水排水工程、环境工程、森林工程、机械工程、交通运输及相关专业编写了这本材料力学教材。本书成书之前,大部分内容以讲义形式经过上述4所高校有关专业试用。

本书是参照教育部高等学校力学教学指导委员会非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会提出的材料力学课程教学基本要求进行编写的。在编写过程中力求做到内容精炼,由浅入深,便于自学。同时全面体现了4所高校近年来的教学成果,并特别重视反映现代水利工程的特点。以培养和造就“厚基础、强能力、高素质、广适应”的创造性复合型人才为宗旨,在阐述材料力学基本概念、基本原理和基本方法的基础上,将经典内容与计算机数值分析方法相结合,力求实现在经典基础上的更新,为读者今后继续学习和掌握新方法、新技术提供必要的材料力学基础知识,也为读者的独立思考留有空间,以利于创新能力的培养。

本教材前12章为应当掌握的基本部分,第十三章、第十四章与带*的节为专题部分。采用本教材时,可根据各专业的不同要求和学时数对内容酌情取舍。

参加本书编写工作的有:甘肃农业大学郭松年(第一章、第二章、第三章),内蒙古农业大学赵占彪(第四章、第十二章、附录),内蒙古农业大学李昊(第五章),内蒙古农业大学申向东(第六章、第七章、第八章、第十四章),内蒙古农业大学李平(第九章),东北农业大学赵淑红(第十章、第十一章),宁夏大学张学科(第十三章)。全书由申向东任主编,郭松年任副主编。

本书的编写和出版得到了高等学校水电类精品规划教材指导委员会、中国水利水电出版社、内蒙古农业大学以及参编院校的大力支持和帮助,谨此,我们向他们表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中定有不少缺点错误,敬请读者批评指正。

编 者

2005年4月

目 录

前言

第一章 绪论	1
第一节 材料力学的任务	1
第二节 材料力学的基本假设	2
第三节 截面法与应力	2
第四节 应变与虎克定律	4
第五节 构件变形的基本形式	6
小结	6
习题	7
第二章 轴向拉伸与压缩	8
第一节 轴向拉伸与压缩的概念	8
第二节 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力	8
第三节 轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力	11
第四节 轴向拉伸或压缩时的强度计算	12
第五节 轴向拉伸或压缩时的变形分析	15
第六节 拉伸或压缩的超静定问题	19
小结	26
习题	27
第三章 材料的力学性能	32
第一节 拉伸或压缩时材料的力学性能	32
第二节 失效、许用应力及安全系数	37
第三节 温度和时间对材料力学性能的影响	38
第四节 应力集中的概念	40
小结	42
习题	42
第四章 连接构件的强度计算	45
第一节 剪切的实用计算	45
第二节 挤压的实用计算	47
第三节 焊接的实用计算	52
小结	54

习题	55
第五章 扭转	57
第一节 扭转的概念	57
第二节 外力偶矩和扭矩	58
第三节 薄壁圆筒的扭转和纯剪切的概念	61
第四节 圆轴扭转时的应力与强度条件	64
第五节 圆轴扭转时的变形和刚度条件	69
第六节 非圆形截面杆扭转的概念	73
小结	75
习题	76
第六章 弯曲内力	80
第一节 弯曲变形与梁	80
第二节 剪力和弯矩	81
第三节 剪力图和弯矩图	85
第四节 剪力、弯矩和载荷集度间的关系	89
第五节 按叠加原理作弯矩图	94
第六节 平面刚架的弯曲内力	95
小结	96
习题	97
第七章 弯曲应力	102
第一节 弯曲的基本概念	102
第二节 纯弯曲时梁的正应力分析	103
第三节 纯弯曲正应力公式和变形公式的应用与推广	107
第四节 横弯曲时的切应力分析	109
第五节 弯曲强度计算	112
第六节 开口薄壁截面梁的切应力、弯曲中心的概念	116
第七节 提高梁抗弯强度的措施	119
小结	123
习题	123
第八章 弯曲变形	127
第一节 梁的挠度和转角	127
第二节 挠曲线近似微分方程	127
第三节 用积分法求弯曲变形	129
第四节 用叠加法求弯曲变形	133
第五节 梁的刚度校核	138
第六节 提高弯曲刚度的主要措施	139
小结	140

习题	140
第九章 应力状态分析和强度理论	144
第一节 概述	144
第二节 一点处的应力状态和分类	144
第三节 二向应力状态分析——解析法	147
第四节 二向应力状态分析——图解法	152
第五节 三向应力状态简介	158
第六节 广义虎克定律	160
第七节 复杂应力状态下的变形比能	163
第八节 四个常用的强度理论	165
第九节 莫尔强度理论	168
第十节 强度理论的选择和应用	170
小结	174
习题	176
第十章 组合变形	181
第一节 组合变形的概念和实例	181
第二节 斜弯曲	182
第三节 拉伸(压缩)与弯曲组合	185
第四节 偏心压缩(拉伸)及截面核心	187
第五节 扭转与弯曲	190
小结	193
习题	193
第十一章 能量法	198
第一节 应变能的计算	198
第二节 莫尔定理	201
* 第三节 图形互乘法	206
小结	207
习题	208
第十二章 压杆稳定	211
第一节 压杆稳定的概念	211
第二节 细长压杆的临界压力、欧拉公式	213
第三节 压杆的临界应力、临界应力总图	219
第四节 压杆的稳定计算与压杆的合理截面	221
第五节 提高压杆稳定性的措施	224
小结	225
习题	226

第十三章 动载荷	229
第一节 概述	229
第二节 构件作匀加速直线运动或匀速转动时的应力计算	229
第三节 冲击时的应力计算	234
* 第四节 交变应力和疲劳破坏	239
* 第五节 疲劳极限和 $S-N$ 曲线	242
* 第六节 影响构件疲劳极限的主要因素	243
小结	247
习题	249
第十四章 材料力学的进一步问题	253
第一节 极限设计	253
第二节 复合材料力学	256
小结	259
附录 I 平面图形的几何性质	260
第一节 截面的静矩和形心	260
第二节 截面的惯性矩、极惯性矩及惯性积	262
第三节 惯性矩、惯性积的平行移轴定理	265
第四节 惯性矩和惯性积的转轴定理	267
第五节 主轴与形心主轴、主矩与形心主矩	268
第六节 组合图形的形心、形心主轴、形心主矩的计算	269
小结	272
习题	272
附录 II 型钢表	275
部分参考答案	286
参考文献	293

第一章 绪 论

第一节 材料力学的任务

任何建筑物和机械都是由一些构件 (Member) (或零件) 组成的。作用在建筑物和机械上的外力通常称为载荷 (Load)。例如, 厂房外墙受到的风力, 水坝受到的水压力, 车床主轴受到的切削力以及物体的自重等。建筑物中承受载荷而起骨架作用的部分称为结构。

要使结构或机械能正常地工作, 就必须保证组成它的每个构件在载荷作用下能正常工作。因此在工程中对所设计的构件都有一定的要求。其要求如下。

(1) 强度要求。强度 (Strength) 是指构件或材料抵抗破坏的能力。强度有高低之分, 在一定的载荷作用下, 说某种材料的强度高, 就是指这个构件或这种材料不易破坏。所谓破坏, 是指构件断裂或发生过大塑性变形。例如厂房中的吊车梁, 当强度不足时, 在吊车载荷作用下就可能断裂。显然这是不允许的。

(2) 刚度要求。刚度 (Stiffness), 是指构件或材料抵抗变形的能力。在工程中, 对一构件来说, 只满足强度要求是不够的, 如果变形过大, 也会影响正常使用。例如, 厂房中的吊车梁在载荷作用下产生的变形过大时, 也会影响吊车的平稳行驶; 机床上的轴变形过大时, 将影响机床的加工精度等。因此, 工程中对构件的变形常根据不同的工作情况给予一定的限制, 使构件在载荷作用下产生的弹性变形不能超过一定的范围。这就要求构件具有足够的刚度。

(3) 稳定性要求。稳定性 (Stability) 要求, 就是指承受载荷作用时构件在其原有形状下的平衡应保持为稳定的平衡。例如, 受压的细长杆 (图 1-1), 当压力 F_p 不太大时, 杆可以保持原来直线状态的平衡; 当压力增加到超过一定限度时, 杆就不能继续保持直线形状, 而突然从原来的直线形状弯成曲线形状, 这种现象称为丧失稳定或简称失稳。稳定要求就是要求这类受压构件不能丧失稳定。

要是构件满足上述三个方面的要求, 似乎只要使构件的尺寸做得粗厚些并选用优质材料来制作就可以了, 但是这样做又可能造成材料的浪费和结构的笨重, 有时也不美观, 可见安全可靠与经济适用两者间常常是矛盾的。材料力学 (Mechanics of materials) 的任务就是为构件的强度、刚度、稳定性要求提供必要的理论基础和计算方法, 使设计的构件在形状、尺寸和选用的材料诸方面既满足承载能力要求又经济实用。

构件的强度、刚度、稳定性问题均与所选用材料的力学性质有关, 材料的力学性质是指材料在力的作用下抵抗变形和破坏等方面表现出来的性能, 这些力学性能均需通过材料实验来测定。此外, 有些单靠现有理论解决不了的问题, 需借助实验来解决。因此, 实验研究和理论分析

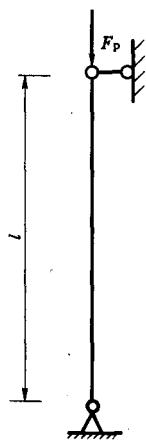


图 1-1 压杆

同样重要，都是完成材料力学的任务所必需的手段。

第二节 材料力学的基本假设

在理论力学中，研究物体在外力作用下的平衡和运动规律。物体的微小变形是次要因素，而把物体抽象成刚体。在材料力学中，研究物体的强度、刚度和稳定性问题时，变形则成为一个主要因素。而且刚度要求本身就需要考察变形，所以，材料力学必须把物体看成可变形的固体，简称变形固体。

工程中使用的固体材料是多种多样的，而且其微观结构和力学性质也非常复杂，为了使问题得到简化，通常对变形固体作如下基本假设。

(1) 均匀连续性假设。认为组成物体的物质毫无空隙地充满了整个物体的几何容积。实践证明，在工程中，将构件抽象为连续、均匀的变形体，所得到的计算结果是令人满意的。根据这一假设，从构件截取任意微小部分进行研究，并将其结果推广到整个物体；同时，也可以将那些用大尺寸试件在实验中获得的材料性质，用到任意微小部分上去。

(2) 各向同性假设。认为材料沿各个方向的力学性质都是相同的。常用的工程材料如钢、塑料、玻璃以及浇注得很好的混凝土等，都可认为是各向同性材料。如果材料沿不同方向具有不同的力学性质，则称为各向异性材料。根据这个假设，在研究了材料在任一方向的力学性质后，就可以将其结论用于其他任何方向，即不考虑材料的方向性问题。

(3) 弹性小变形假设。固体材料在载荷作用下所发生的变形可分为弹性变形和塑性变形。载荷卸除后能完全消失的变形称为弹性变形，不能消失的变形称为塑性变形。如取一段直的钢丝，用手将它弯成一个圆弧，若圆弧的曲率不大，则放松后钢丝又会变直，这种变形就是弹性变形；若变形的圆弧曲率过大，则放松后弧形钢丝的曲率虽然会减小些，但却不能再变直了，残留下来的那一部分变形就是塑性变形。一般地说，当载荷不超过一定的范围时，材料将只产生弹性变形。弹性变形可能很小也可能相当大，在材料力学中通常做出小变形假设。在工程实际中大多数构件在载荷作用下的变形符合小变形假设，因此，在利用平衡条件求支座反力、构件内力时可以不考虑变形，仍用原来尺寸，从而使计算得到简化。

综上所述，材料力学认为一般的工程材料是均匀连续、各向同性的变形固体。材料力学主要研究在弹性范围内小变形条件下的强度、刚度和稳定性问题。

第三节 截面法与应力

一、内力 (Internal force)

物体在外力或其他因素（如温度变化）作用下将产生变形，其内部各点间的相对位置将有变化，从而产生抵抗变形的相互作用力，就是材料力学中所研究的内力。也就是说，材料力学所研究的内力是由外力引起的，内力将随外力的变化而变化，外力增大，内力也增大，外力去掉后，内力将随之消失。

内力的分析与计算是材料力学解决构件的强度、刚度、稳定性问题的基础，必须予以

重视。

二、截面法 (Method of section)

图 1-2 (a) 所示代表某一受力物体, 欲求某一截面上的内力, 可设想用一平面把物体截为两部分, 取其中的任意部分为研究对象。将去掉部分对留下部分的作用以力的形式表示之, 此力就是该截面上的内力。然后用静力平衡条件求出构件截开面上的内力。这种方法称为截面法。由于在基本假设中已假设物体是均匀、连续的变形体, 所以内力在截面上也是连续分布的。通常是将截面上的分布内力用位于该截面形心处的合力 (简化为主矢和主矩) 来代替, 如图 1-2 (b) 所示。因构件在外力作用下处于平衡状态, 所以截开后的保留部分也应该是平衡的。

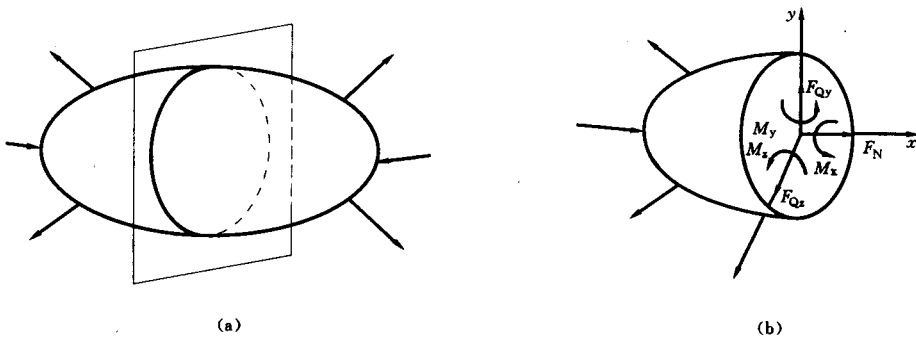


图 1-2 截面法

用截面法求解的步骤为:

- (1) 截开: 假想在需求内力截面处将物体截成两部分。
- (2) 代替: 将两部分中的任一部分留下, 并把弃去部分对留下部分的作用以力来代替。
- (3) 平衡: 建立研究对象的平衡条件, 由已知的外力求出截面上的未知内力。

必须指出, 静力学中的力 (或力偶) 的可移性原理, 在用截面法求内力的过程中是有限制的。

三、应力 (Stress)

构件截面上的分布内力集度称为应力。如图 1-3 (a) 所示为任一受力构件, 现研究 $m-m$ 截面上点 M 处的内力, 在截面上取一微小面积 ΔA , 设微小面积 ΔA 的分布内力的合力为 ΔF_p , 则 $\frac{\Delta F_p}{\Delta A}$ 为这一微小面积 ΔA 范围内单位面积上的内力。称 $\frac{\Delta F_p}{\Delta A}$ 为微小面积 ΔA 的平均应力, 用 p_m 表示, 即

$$p_m = \frac{\Delta F_p}{\Delta A}$$

当所取的面积趋于无穷小时, 上述平均应力趋于一极限值。这一极限值称为截面上一点处的应力。

若将沿截面法向与切向分解, 得法向与切向分量 ΔF_N 与 ΔF_Q 。根据应力定义有

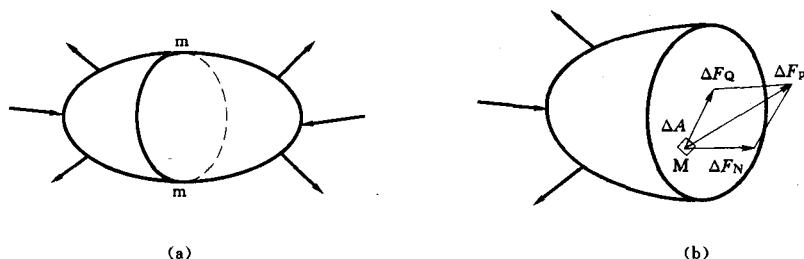


图 1-3 应力定义

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A} = \frac{dF_N}{dA} \\ \tau &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_Q}{\Delta A} = \frac{dF_Q}{dA} \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中, σ 垂直于横截面, 称为正应力 (Normal Stress), τ 与横截面相切, 称为切应力 (Shering Stress)。

应力的单位为 Pa。由于 Pa 的单位很小, 材料力学中常采用 kPa 和 MPa ($\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$)。

第四节 应变与虎克定律

由第二节知, 材料力学是研究变形体的, 当构件受外力作用后, 构件各质点的位置要发生相应的变化 (见图 1-4), 即产生了变形。变形的大小是用位移和应变这两个量来度量的。

位移是指位置的改变, 即构件发生变形后, 构件中各质点及各截面在空间位置上的改变。位移可分为线位移和角位移。如图 1-4 中, AA' 为线位移, θ 为角位移。

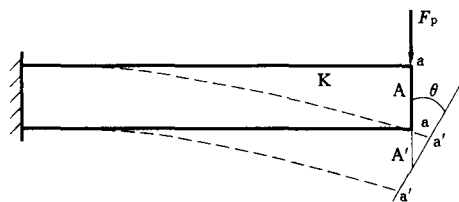


图 1-4 位移与变形

不同点的线位移以及不同截面的角位移一般都不相同, 它们都是位置的函数。

为了说明应变, 从图 1-4 所示的构件中, 围绕某点 K 截取一微小六面体 [见图 1-5 (a)] 来研究。

此微小六面体的变形有:

(1) 沿棱边方向的伸长和缩短。如沿 x 方向向原长为 Δx , 变形后为 $\Delta x + \Delta u$ [见图 1-5 (b)], Δu 是沿 x 方向的伸长量, 称为绝对伸长。但 Δu 还不足以说明沿 x 方向的伸长程度, 因为 Δu 还与边长 Δx 的大小有关, 因而取相对伸长 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 来度量沿 x 方向的变形。 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 实际上是 Δx 范围内单位长度的平均伸长量, 仍与所取的 Δx 的长短有关, 为了消除尺寸的影响, 我们取下列极限

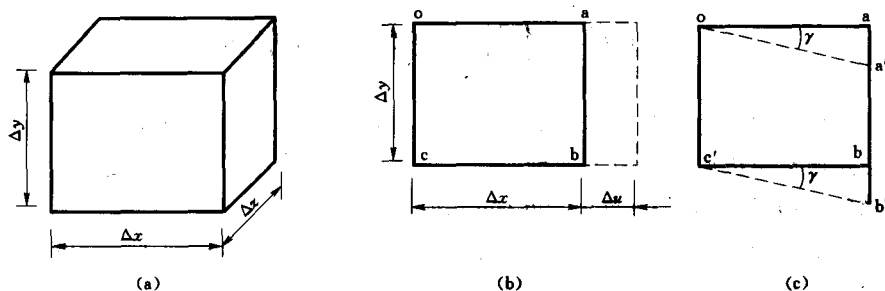


图 1-5 正应变与切应变

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

式中, ϵ_x 称为 K 点处沿 x 方向的线应变。

(2) 棱边夹角的改变。如棱边 oa 和 oc 间的夹角变形前为直角, 变形后该直角减小 γ , 角度的改变量 γ 称为切应变。

构件中不同点处的线应变及切应变一般也是各不相同的, 它们也都是位置的函数。

应变与应力是相对应的, 且存在着一定的关系。线应变与正应力相对应, 切应变与切应力相对应。实验结果表明: 若在弹性范围内加载 (应力小于某一极限值), 对于只受单向正应力或承受切应力的六面体, 正应力与正应变以及切应力与切应变之间存在着线性关系

$$\sigma_x = E\epsilon_x \quad \text{或} \quad \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (1-2)$$

$$\tau = G\gamma \quad \text{或} \quad \gamma = \frac{\tau}{G} \quad (1-3)$$

式 (1-2) 和式 (1-3) 称为虎克定律 (Hooke law)。其中 E 称为弹性模量 (Modulus of elasticity) 或杨氏模量; G 称为剪切弹性模量 (Shear modulus) 或切变模量, 它们表征了材料抵抗弹性变形的能力。单位均为 MPa 或 GPa。

E 、 G 、 μ 是表征材料力学行为的三个弹性常数, 对各向同性材料而言, 实验和理论均可以证明三者之间满足如下关系

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (1-4)$$

工程中几种常用材料的 E 、 G 、 μ 值见表 1-1。

表 1-1 几种常用材料的 E 、 G 、 μ 值

材 料	E (GPa)	G (GPa)	μ
碳 钢	196~216	78.5~79.4	0.24~0.28
合金钢	194~206	78.5~79.4	0.25~0.30
灰口铸铁	78.5~157	44.1	0.23~0.27
铜及其合金	72.6~128	41.2	0.31~0.42
铝合金	69.6	26.5	0.33

第五节 构件变形的基本形式

作用在构件上的外力是多种多样的,因此,构件的变形也是各种各样的。不过这些变形的基本形式通常可以归结为以下四种。

一、轴向拉伸或压缩 (Tension and compression)

当构件两端作用一对大小相等、方向相反、共线且作用线与杆轴线重合的外力时,构件将产生轴向伸长或压缩变形,分别如图 1-6 (a)、(b) 所示。

二、剪切 (Shear)

这种变形是作用在构件上的一对大小相等、方向相反、作用线相距很近的横向力引起的,构件将产生剪切变形,如图 1-7 所示。

三、扭转 (Torsion)

在一对转向相反、作用面垂直于杆轴线的外力偶作用下,构件将产生扭转变形,即构件的横截面绕轴线发生相对转动,如图 1-8 所示。

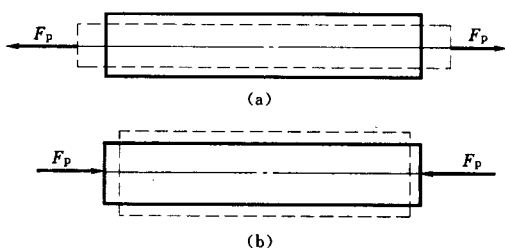


图 1-6 拉伸与压缩

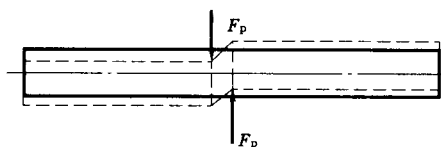


图 1-7 剪切

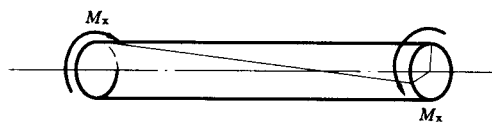


图 1-8 扭转

四、弯曲 (Bend)

在一对转向相反、作用面在构件的纵向平面内的外力偶作用下,构件将发生弯曲变形,变形后的轴线成为曲线,如图 1-9 所示。

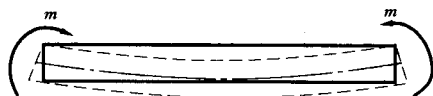


图 1-9 弯曲

工程中,实际构件的变形,可能只是某一种基本变形,也可能是几种基本变形同时存在的组合变形。

以后各章将就上述基本变形形式及同时存在两种或两种以上的基本变形的组合情况,分别加以讨论。

小 结

1. 材料力学的任务,即强度、刚度、稳定性。

强度:是指构件抵抗破坏的能力。刚度:是指构件抵抗弹性变形的能力。稳定性:是指构件维持其原有平衡状态的能力。

2. 材料力学的基本假设:即连续性、均匀性、各向同性和小变形假设。

3. 内力是外力作用下,构件各部分之间的相互作用力,它与杆件的变形同时发生。

求内力的方法为截面法，用截面法求内力时应注意：

- (1) 若所取脱离体有约束，画受力图和写平衡方程时，不要漏掉约束反力。
- (2) 不能任意应用力的等效原理。

4. 应力是一点处的内力集度。应力是与“截面”和“点”这两个因素分不开的，同一截面上不同点的应力值是不同的；同一点位于不同截面上的应力值一般也不相同。构件在外力作用下，其横截面上应力的分布规律需通过观察与分析才能知道，轴向拉压杆横截面上的应力是均匀分布的。

5. 杆件变形的基本形式：轴向拉伸或压缩、剪切、扭转、弯曲四种。

习 题

1-1 材料力学的研究任务是什么？它能为设计构件解决哪些方面的问题？

1-2 所谓构件的强度、刚度和稳定性指的是什么？试就日常生活或工程实际举一两个实例说明。

1-3 何谓材料力学的研究方法？它具有什么重要意义？

1-4 材料力学的研究对象是什么？变形固体的基本性质有哪些？

1-5 材料力学对变形固体作了哪些基本假设？作这些基本假设的根据是什么？理论力学中把固体看作绝对刚体的假设在材料力学中为什么不能适用？

1-6 构件变形基本形式有哪几种？试就日常生活或工程实际举一两个实例说明。

第二章 轴向拉伸与压缩

第一节 轴向拉伸与压缩的概念

轴向拉伸或压缩变形是构件基本变形之一。轴向拉伸或压缩变形的受力特点是：构件两端受一对沿着杆轴线、大小相等、方向相反且共线的外力 F_p 作用，如图 1-6(a) 所示。当两个外力相互背离构件时，构件受拉而伸长，称为轴向拉伸，如图 1-6(a) 所示。当两个外力相互指向构件时，构件受压而缩短，称为轴向压缩，如图 1-6(b) 所示。

受轴向拉伸或压缩的构件在工程中是常见的。如钢木组合桁架中的钢拉杆，如图 2-1 所示；起重机吊装重物 W 时，如图 2-2 (a) 所示，吊索 AB 受拉力 F_p 的作用，如图 2-2 (b) 所示。

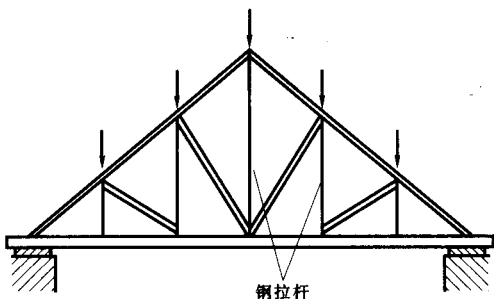


图 2-1 轴向受力构件

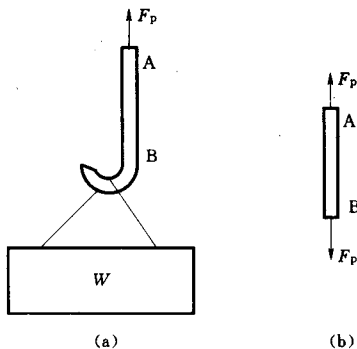


图 2-2 轴向受拉构件

第二节 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

一、轴力与轴力图

1. 轴力

物体在受到外力作用而变形时，其内部各质点间的相对位置将发生变化。与此同时，各质点间相互作用的力也发生了改变。上述相互作用力由于物体受到外力作用而引起的改变量，就是内力。如果，外力均沿杆轴线方向作用，那么杆的横截面上只有轴力 F_N (Normal force) 一种内力分量。

内力的分析与计算是材料力学解决构件的强度、刚度、稳定性问题的基础，必须予以重视。关于内力的计算方法，已在第一章中阐述。如图 2-3 (a) 所示，一杆受拉力 F_p 作用，求其横截面 $m-m$ 上的内力。应用力截面法，其步骤如下：

(1) 先假想用一平面，在 $m-m$ 处将杆截为两段。

(2) 然后在这两部分中, 任取一部分作为研究对象, 如图 2-3(b) 所示, 在该段上除 F_p 外, 还有横截面上的内力 F_N 。显然内力 F_N 垂直于横截面, 并与杆的轴线重合。

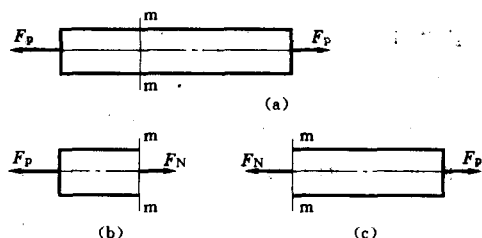


图 2-3 横截面上的内力

(3) 考察所取部分杆段在原有的外力及轴力 F_N 共同作用下处于平衡, 根据平衡条件

$$\sum F_x = 0 \quad \text{有} \quad F_N = F_p$$

F_N 即为轴力。如取右段杆为研究对象, 如图 2-3(c) 所示, 也可求得横截面 m—m 上的轴力, 其大小必与由左段杆求出的相同。

轴力的正负号规定如下: 当轴力的指向与横截面的外法线方向一致时为拉力, 取正号; 反之为压力, 取负号。

2. 轴力图

在工程中, 有时杆会受到多个沿轴线作用的外力, 这时, 杆在不同杆段的横截面上将产生不同的轴力, 此时需按外力分段计算轴力。为了直观地反映出杆的各截面上轴力沿杆长的变化规律, 并找出最大轴力及其所在横截面的位置, 通常需要画出轴力图 (Diagram of normal force)。其方法是: 以平行杆轴线的坐标为横坐标, 其上各点表示横截面的位置; 以垂直于杆轴线的纵坐标表示横截面上轴力的大小, 画出的反映轴力与横截面位置关系的图线, 即为轴力图。正的轴力画在横坐标的上方, 负的轴力画在下方, 并标明正负号。

现举例说明轴力图的作法。

【例 2-1】 求图 2-4(a) 所示杆的轴力并画出轴力图。

解: (1) 求轴力。

CD 段: 假想沿横截面 1—1 处将杆截开。为计算方便, 取右段杆为研究对象, 如图 2-4(b) 所示, 假定 F_{N1} 为拉力, 由平衡方程 $\sum F_x = 0$ 求得

$$F_{N1} = 20 \text{ (kN)}$$

结果为正, 说明原先假定 F_{N1} 为拉力是正确的。

BC 段: 假想沿横截面 2—2 处将杆截开, 取右段为研究对象, 如图 2-4(c) 所示。由平衡方程, 求得

$$F_{N2} = 20 - 70 = -50 \text{ (kN)}$$

结果为负, 表示 F_{N2} 为压力。

AB 段: 假想沿横截面 3—3 处将杆截开, 取右段为研究对象, 如图 2-4(d) 所示。由平衡方程, 求得

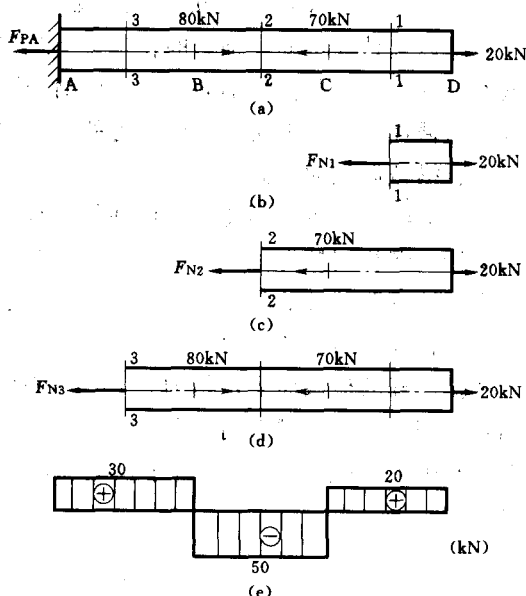


图 2-4 例 2-1 图

$$F_{N3} = 20 - 70 + 80 = 30 \text{ (kN)}$$

结果为正, 说明 F_{N3} 是拉力。

在求上述各横截面的轴力时, 也可取左段杆为研究对象, 这时首先由全杆的平衡方程求出左端的约束反力 F_{PA} , 再计算轴力。

(2) 画轴力图。因 CD、BC、AB 三段上均无载荷作用, 故各段内各横截面上的轴力分别与横截面 1—1、2—2、3—3 上的轴力相等。按轴力图的作法, 画出轴力图如图 2-4 (e) 所示。由该图可见, 最大轴力为 $|F_N|_{\max} = 50 \text{ kN}$, 产生在 BC 段内各横截面上。由轴力图还可看出, 在杆集中力作用处的左右两侧横截面上, 轴力有突变, 且突变值等于集中力的大小。

【例 2-2】 图 2-5 (a) 所示杆, 除 A 端和 D 端各有一集中力作用外, BC 段作用有沿杆长均匀分布的轴向外力, 集度为 2 kN/m 。画出杆的轴力图。

解: 用截面法不难求出 AB 段和 CD 段杆的轴力分别为 $F_{NAB} = 3 \text{ kN}$ (拉力), $F_{NCD} = 1 \text{ kN}$ (压力)。

BC 段: 假想在距 B 点为 x 处将杆截开, 取左段杆为研究对象, 如图 2-5 (b) 所示。由平衡方程, 可求得 x 截面的轴力为

$$F_N(x) = 3 - 2x$$

由此可见, 在 BC 段内, $F_N(x)$ 沿杆长线性变化。当 $x=0$ 时, $F_N = 3 \text{ kN}$; 当 $x=2 \text{ m}$ 时, $F_N = -1 \text{ kN}$ 。全杆的轴力图如图 2-5 (c) 所示。

通过以上计算可知, 轴力的物理意义及其计算规则为: 轴力是杆受轴向拉伸或压缩时横截面上的内力, 是抵抗轴向拉伸或压缩变形的一种抗力; 某一横截面上的轴力, 在数值上等于该截面一侧杆上所有轴向外力的代数和; 轴力以拉力为正, 压力为负。

二、横截面上的应力

只进行轴力分析并不能判断构件是否有足够的强度。例如, 用同一材料制成粗细不同的两根杆, 在相同拉力下, 两杆的轴力自然是相同的, 但当拉力逐渐增大时, 细杆必定先被拉断。这说明拉杆的强度不仅与轴力的大小有关, 而且与内力集度——应力有关。本节研究拉压杆横截面上的应力。

在拉压杆的横截面上, 与轴力 F_N 对应的应力是法向应力 σ (即正应力)。由连续性假设知, 横截面上处处都有内力存在。若以 A 表示横截面面积, 则微面积 dA 上的内力元素 σdA (微内力) 则构成一个垂直于横截面的平行力系, 其合力就是轴力 F_N 。于是有如下关系

$$F_N = \int_A \sigma dA \quad (a)$$

由于应力 σ 的分布规律未知, 因而式 (a) 尚不能直接用来计算正应力。

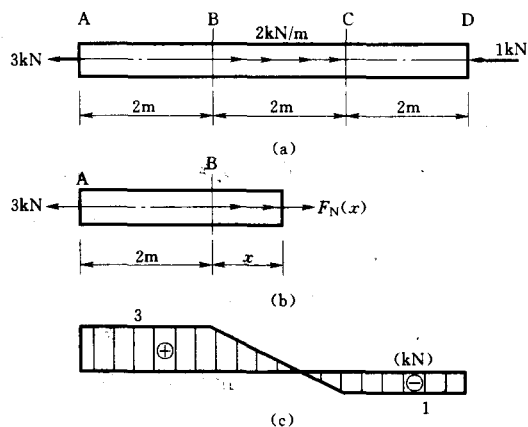


图 2-5 例 2-2 图