

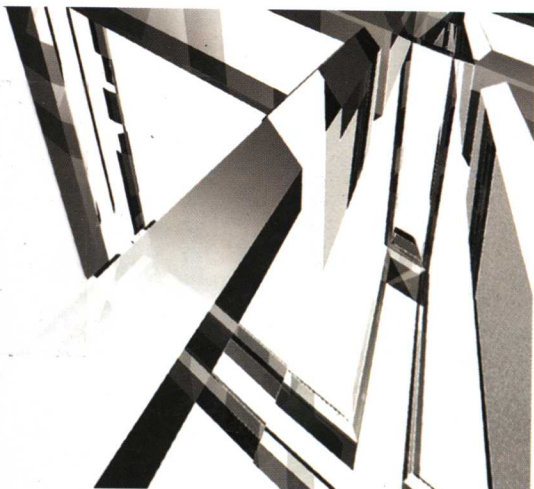


经典教材辅导用书
力学系列

材料力学 习题详解

《材料力学·第四版》(刘鸿文主编)

赵诒枢 吴胜军 尹长城 编



华中科技大学出版社
<http://press.hust.edu.cn>

经典教材辅导用书·力学系列丛书

材料力学习题详解

《材料力学·第四版》(刘鸿文主编)

赵诒枢 吴胜军 尹长城 编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学习题详解/赵诒枢 吴胜军 尹长城 编
武汉:华中科技大学出版社,2004年9月
ISBN 7-5609-3268-1

I. 材…

II. ①赵… ②吴… ③尹…

III. 材料力学-高等学校-教学参考资料

IV. TB301

材料力学习题详解

赵诒枢 吴胜军 尹长城 编

责任编辑:周芬娜 古 中
责任校对:朱 霞

封面设计:潘 群
责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:华大数码设计室
印 刷:华中科技大学印刷厂

开本:850×1168 1/32 印张:20.25 字数:492 000
版次:2004年9月第1版 印次:2004年9月第1次印刷 定价:26.80元
ISBN 7-5609-3268-1/TB·63

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

本书对高等教育出版社出版的、刘鸿文教授主编的《材料力学·第四版》一书的习题作了较详细的解答,是该书的配套教材。全书共分十五章,计有绪论,拉伸、压缩与剪切,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,应力和应变分析、强度理论,组合变形,压杆稳定,动载荷,交变应力,弯曲的几个补充问题,能量方法,超静定结构,平面图形的几何特性等内容。每章包括“知识要点”和“习题详解”两部分,共433题。

本书可供高等工科学校的本科生和专科生学习材料力学时参考,也可供成教、函授、电大及自学考试等学生学习材料力学时参考。还可作为报考相关专业研究生者的复习资料,并可作为教师的教学参考书。

前 言

刘鸿文教授主编的《材料力学》是一本获得三项国家级奖的优秀教材,为众多高等学校所采用,并被推荐为研究生入学考试参考用书。我们在材料力学课程的教学中也一直用它作为教科书。该书的第二版1990年由台湾高等教育出版社以繁体字再版。2004年修订后的第四版,被定为普通高等教育“十五”国家级规划教材。

材料力学是一门与工程实际密切结合的基础学科,习题中很多是来自工程实际。对于一、二年级大学生来说,他们虽然在物理学和理论力学中已经学过了一些力学知识,但在学习材料力学时,仍然要接受一些新概念、新理论和新方法,尽管这些新概念、新理论和新方法并不特别难懂,但在解题中,依然会遇到困难。一些学生反映:“上课一听就懂,下课一看(教科书)就会,习题一做就错。”究其原因,困难往往不是数学方面和材料力学理论方面的,而是怎样应用已学过的材料力学基本理论,来建立力学模型,从而选择适当的数学方法求解。做习题是材料力学教学的重要环节,学生必须通过完成一定数量的习题,才能达到巩固材料力学基本理论并掌握运用这些理论解决具体问题的目的。

关于材料力学的习题解答或习题集已有多种,但专门为一本教材所编的习题解答并不多见。不是专为一本教材而编写的习题解答,难免因偏重针对性而疏于循序渐进,从而导致缺乏系统性。刘鸿文主编的《材料力学》从1979年第一版算起,经历二十余年的教学实践,作过三次修订补充,习题也几经筛选,数量适度,题型多样,从易到难,由浅入深,难易结合,理论与工程实际并重。习题按章节内容被编排在各章正文之后,与课程内容紧密配合,系统性强。

本习题解答是结合我们的教学实践,针对学生在解题中经常

遇到的疑难和困惑,对每一道题的解答,着重解题思路分析,给出较详细的解答步骤,并说明每一步骤的理论依据和使用公式的出处,目的在于使读者通过解题实践,能更深入地理解并掌握材料力学的基本理论,提高解题能力。

我们是依据刘鸿文主编的《材料力学·第四版》,对习题作出解答。刘鸿文主编的《材料力学·第四版》共18章,后4章(平面曲杆,厚壁圆筒和旋转圆盘、矩阵位移法、杆件的塑性变形)因超出教育部颁发的“高等学校本科基础课程教学基本要求”的规定范围,所以,后4章的习题(共51题)没纳入本习题解答之内。

感谢刘鸿文教授慨允我们对他主编的《材料力学·第四版》中的习题作解答,并对为本书出版付出辛勤劳动的华中科技大学出版社的同志们致以深切的谢意。

由于编者学识有限,错误和不妥之处在所难免,希望读者批评指正。

编者

2004年3月

目 录

第一章 绪论	(1)
知识要点	(1)
习题详解	(2)
第二章 拉伸、压缩与剪切	(7)
知识要点	(7)
习题详解	(12)
第三章 扭转	(76)
知识要点	(76)
习题详解	(78)
第四章 弯曲内力	(109)
知识要点	(109)
习题详解	(111)
第五章 弯曲应力	(160)
知识要点	(160)
习题详解	(162)
第六章 弯曲变形	(196)
知识要点	(196)
习题详解	(198)
第七章 应力和应变分析 强度理论	(264)
知识要点	(264)
习题详解	(269)
第八章 组合变形	(321)
知识要点	(321)
习题详解	(323)
第九章 压杆稳定	(358)
知识要点	(358)

习题详解·····	(360)
第十章 动载荷·····	(392)
知识要点·····	(392)
习题详解·····	(394)
第十一章 交变应力·····	(419)
知识要点·····	(419)
习题详解·····	(421)
第十二章 弯曲的几个补充问题·····	(445)
知识要点·····	(445)
习题详解·····	(446)
第十三章 能量方法·····	(478)
知识要点·····	(478)
习题详解·····	(483)
第十四章 超静定结构·····	(533)
知识要点·····	(533)
习题详解·····	(535)
第十五章 平面图形的几何性质(附录 I)·····	(589)
知识要点·····	(589)
习题详解·····	(593)
附录一 平面面积的几何特性·····	(613)
附录二 梁在简单载荷作用下的变形·····	(615)
附录三 型钢规格表·····	(620)
附录四 交变应力图表·····	(633)
附录五 矩形截面杆扭转时的系数 α 、 β 和 ν ·····	(638)
主要参考文献·····	(639)

第一章 绪 论

知识要点

1. 内力与应力·截面法

(1) 内力

在外力作用下,物体反抗或阻止变形而产生于物体内部各部分之间的相互作用力。

(2) 内力的种类

内力有四种:轴力、剪力、扭矩和弯矩。

(3) 应力

应力是内力密度,即单位面积上作用的内力,是内力大小的量度,其单位为Pa或MPa。一说到应力,一定要指明是哪一点及过该点哪个方向截面上的应力,否则是无意义的。

平均全应力 单位面积上的内力

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

若将 ΔF 分解为与截面垂直的分量 ΔF_N 和与截面相切的分量 ΔF_s ,则

$$\sigma_m = \frac{\Delta F_N}{\Delta A}, \quad \tau_m = \frac{\Delta F_s}{\Delta A} \quad (1-2)$$

分别称为平均正应力和平均切应力。

因内力一般地说不是均匀分布的,所以使 $\Delta A \rightarrow 0$,便可得到一点处的应力:

$$\text{全应力} \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-3)$$

$$\text{正应力} \quad \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A} = \frac{dF_N}{dA} \quad (1-4)$$

$$\text{切应力} \quad \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_S}{\Delta A} = \frac{dF_S}{dA} \quad (1-5)$$

(4) 截面法

为显示内力并计算其大小,用假想的平面将构件截开,一分为二,弃去一半,保留另一半作为研究对象,再通过平衡方程求出内力的方法。

2. 变形与应变

(1) 变形

物体受力后,其内部任意两点之间的相对线位移或二正交直线间的相对角位移。

(2) 应变

应变是对变形的量度,是无量纲量。

线应变又称正应变,是弹性体变形时一点沿某一方向微小线段的相对改变量,是一无量纲量,用 ϵ 表示,即

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta x} = \frac{dl}{dx} \quad (1-6)$$

角应变又称剪应变,是弹性体变形时某点处一对互相正交的微线段所夹直角的改变量,单位为弧度(rad),用 γ 表示,即

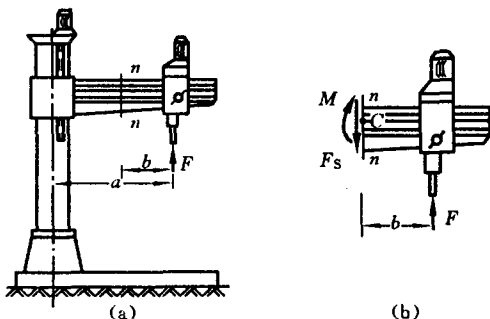
$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \quad (1-7)$$

式中, α 是变形后原来正交的二线段间的夹角。

习题详解

1.1 对题1.1图(a)所示钻床,试求 $n-n$ 截面上的内力。

解 应用截面法,取题1.1图(a)所示截面 $n-n$ 以右部分作为研究对象,其受力图如题1.1图(b)所示,由平衡条件



题 1.1 图

$$\sum F_y = 0, \quad F - F_s = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_C = 0, \quad Fb - M = 0 \quad (2)$$

解①、②式,得 $F_s = F, \quad M = Fb$

1.2 试求题 1.2 图(a)所示结构 $m-m$ 和 $n-n$ 两截面上的内力, 并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于何类基本变形。

解 应用截面法,对题 1.2 图(a)取截面 $n-n$ 以下部分为研究对象,受力图如题 1.2 图(b)所示,由平衡条件

$$\sum M_A = 0, \quad F_N \times 3 - 3 \times 2 = 0$$

解得 $F_N = 2 \text{ kN}$

BC 杆的变形属于拉伸变形。

应用截面法,取题 1.2 图(a)所示截面 $m-m$ 以右及 $n-n$ 以下部分作为研究对象,其受力图如题 1.2 图(c)所示,由平衡条件有

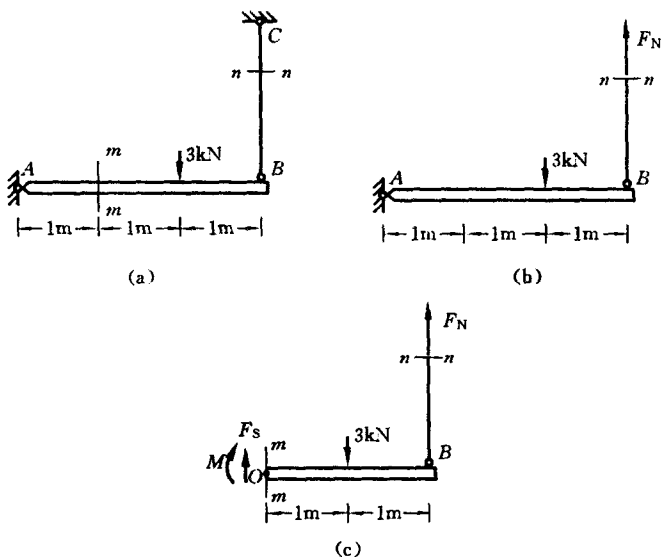
$$\sum M_O = 0, \quad F_N \times 2 - 3 \times 1 - M = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_s + F_N - 3 = 0 \quad (2)$$

将 $F_N = 2 \text{ kN}$ 代入①、②式,解得

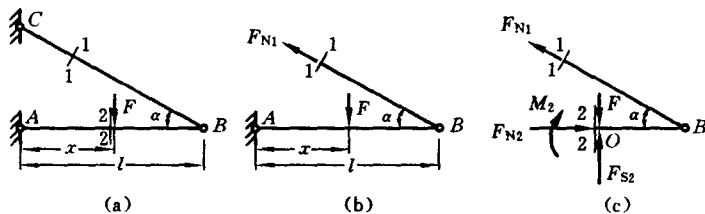
$$M = 1 \text{ kN} \cdot \text{m}, \quad F_s = 1 \text{ kN}$$

AB 杆的变形属于弯曲变形。



题 1.2 图

1.3 在题 1.3 图(a)所示简易吊车的横梁上, F 力可以左右移动。试求截面 1-1 和 2-2 上的内力及其最大值。



题 1.3 图

解 应用截面法, 取题 1.3 图(a)所示截面 1-1 以右部分作为研究对象, 其受力图如题 1.3 图(b)所示, 由平衡条件有

$$\sum M_A = 0, \quad F_{N1} l \sin \alpha = Fx \quad (1)$$

解①式, 得

$$F_{N1} = Fx / (l \sin \alpha)$$

因 x 的变化范围是 $0 \leq x \leq l$, 所以当 $x=l$ 时, F_{N1} 达到最大值, 即

$$F_{N1\max} = F/\sin\alpha$$

应用截面法, 取题 1.3 图 (a) 所示截面 1-1 和 2-2 以右部分作为研究对象, 受力图如题 1.3 图 (c) 所示, 由平衡条件有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N2} - F_{N1}\cos\alpha = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{S2} - F + F_{N1}\sin\alpha = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_O = 0, \quad F_{N1}\sin\alpha(l-x) - M_2 = 0 \quad (4)$$

解①、②、③、④式, 得

$$F_{N2} = xF\cot\alpha/l, \quad F_{S2} = (1-x/l)F, \quad M_2 = (l-x)Fx/l$$

当 $x=l$ 时, N_2 达到最大值, 即

$$F_{N2\max} = F\cot\alpha$$

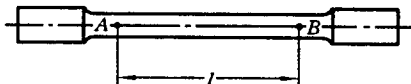
当 $x=0$ 时, F_{S2} 达到最大值, 即

$$F_{S2\max} = F$$

当 $x=l/2$ 时, M_2 达到最大值, 即

$$M_{2\max} = Fl/4$$

1.4 如题 1.4 图所示, 拉伸试样上 A、B 两点距离 l 称为标距。受拉力作用后, 用变形仪器量出两点距离增量 $\Delta l = 5 \times 10^{-2}$ mm。若 l 的原长 $l = 100$ mm, 试求 A、B 两点的平均应变 ϵ_m 。



题 1.4 图

解 由线应变的定义可知 AB 的平均应变为

$$\epsilon_m = \Delta l/l = 5 \times 10^{-2}/100 = 5 \times 10^{-4}$$

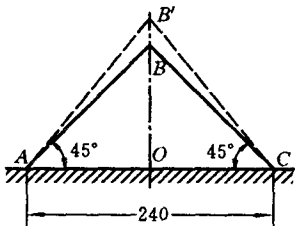
1.5 题 1.5 图所示的三角形薄板因受外力作用而变形, 角点 B 垂直向上的位移为 0.03 mm, 但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求沿 OB 的平均应变, 并求 AB、BC 两边在 B 点的角度改变。

解 由线应变的定义可知,沿 OB 的平均应变为

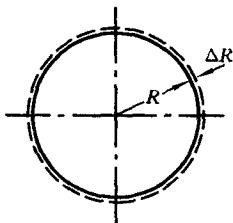
$$\epsilon_m = (OB' - OB)/OB = 0.03/120 = 2.5 \times 10^{-4}$$

由角应变的定义可知,在 B 点的角应变为

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\pi}{2} - \angle AB'C = \frac{\pi}{2} - 2 \left(\arctan \frac{OA}{OB'} \right) \\ &= \frac{\pi}{2} - 2 \left(\arctan \frac{120}{120.03} \right) = 2.5 \times 10^{-4} \text{ rad} \end{aligned}$$



题 1.5 图



题 1.6 图

1.6 题 1.6 图所示的圆形薄板半径为 R , 变形后 R 的增量为 ΔR 。若 $R=80 \text{ mm}$, $\Delta R=3 \times 10^{-3} \text{ mm}$, 试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变。

解 由线应变的定义可知,沿半径方向的平均应变为

$$\epsilon_{\text{径}} = \Delta R/R = 3 \times 10^{-3}/80 = 3.75 \times 10^{-5}$$

沿圆周方向的平均应变为

$$\epsilon_{\text{周}} = \frac{2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{2\pi\Delta R}{2\pi R} = \frac{3 \times 10^{-3}}{80} = 3.75 \times 10^{-5}$$

第二章 拉伸、压缩与剪切

知识要点

1. 轴向拉伸(压缩)的力学模型

- ① 构件特征——构件为等截面直杆。
- ② 受力特征——外力或外力的合力作用线与构件轴线重合。
- ③ 变形特征——杆件轴线在受力后均匀伸长(缩短),即杆件两横截面沿杆件轴线方向产生相对的平行移动。

2. 轴向拉伸(压缩)时,横截面上的内力——轴力

(1) 内力的定义

由外力作用引起的,构件内部相互之间的作用力。

(2) 截面法

截面法是求内力的一般方法。在需求内力的截面处,用一假想平面沿该截面将杆件截开,取其一部分,将弃去部分对留下部分的作用代之以内力,然后考虑留下部分的平衡,由平衡条件求出该截面上的未知内力。

(3) 轴力

轴向拉、压时,杆件横截面上的内力,以 F_N 表示,沿杆件轴线方向。

(4) 轴力的正负号规定

以拉力为正、压力为负。

(5) 轴力图

表示各横截面上的轴力沿杆件轴线方向变化规律的图线。

3. 轴向拉伸(压缩)时横截面上的应力

(1) 应力定义

由外力作用所引起的内力密度。

(2) 应力的特征

① 应力定义在物体的假想平面或边界上的一点处。

② 应力的纲量为单位面积的力，应力的单位为 N/m^2 ，或记做 Pa。

(3) 轴向拉伸(压缩)时横截面上的应力

① 分布规律：对等截面直杆，正应力在整个截面上均匀分布。

② 计算公式：
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

4. 轴向拉伸(压缩)时，斜截面上的应力

(1) 斜截面上的应力

① 正应力 $\sigma_\alpha = \frac{F_N}{A} \cos^2 \alpha$

② 切应力 $\tau_\alpha = \frac{F_N}{2A} \sin 2\alpha$

(2) 最大、最小应力

$$(\sigma_\alpha)_{\max} = \sigma_{\alpha=0^\circ} = \frac{F_N}{A}, \quad (\sigma_\alpha)_{\min} = \sigma_{\alpha=90^\circ} = 0$$

$$|\tau_\alpha|_{\max} = \tau_{\alpha=\pm 45^\circ} = \frac{F_N}{2A}, \quad |\tau_\alpha|_{\min} = \tau_{\alpha=0^\circ, 90^\circ} = 0$$

5. 轴向拉伸(压缩)时的强度

(1) 低碳钢的静拉伸试验

① 弹性变形与塑性变形。

a. 弹性变形：解除外力后能完全消失的变形。

b. 塑性变形：解除外力后不能消失的永久变形。

② 变形的四个阶段。

弹性变形阶段；屈服阶段；强化阶段；局部变形阶段。

③ 力学性能指标。

a. 强度指标：

比例极限 σ_p ——应力和应变成正比的最高应力值。

弹性极限 σ_e ——只产生弹性变形的最高应力值。

屈服极限 σ_s ——应力变化不大,应变显著增加时的最低应力值。

强度极限 σ_b ——材料在断裂前所能承受的最高应力值。

b. 弹性指标:弹性模量 $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ (N/m²)

c. 塑性指标:延伸率 $\delta = \frac{L_1 - L_0}{L_0} \times 100\%$

$$\text{截面收缩率 } \psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\%$$

d. 冷作硬化:材料经过预拉至强化阶段,卸载之后,再受力时,呈现比例极限提高,塑性降低的现象。

(2) 轴向拉伸(压缩)时的强度条件

构件的最大应力不得超过材料的许用应力

$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$$

许用应力是材料容许承受的最大工作应力。

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{n} = \frac{\text{极限应力(或破坏应力)}}{\text{安全系数}}$$

(3) 强度计算的三类问题

① 强度校核 $\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$

② 截面设计 $A \geq \frac{F_N}{[\sigma]}$

③ 许用载荷计算 $F_N \leq [\sigma]A$ (由 F_N 计算 $[F]$)

6. 轴向拉伸(压缩)时的变形与位移

(1) 变形的定义

受力物体形状改变时,两点之间线距离或二正交线段之间夹角的改变,前者称线变形,后者称角变形。

(2) 轴向拉(压)时的变形

① 纵向变形 $\Delta L = L_1 - L$

② 纵向应变 $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$