



高等学校电子信息类专业规划教材

自动控制原理学习指导

姚佩阳 主 编

曹 锦 李 峰 副主编



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>



21 世纪高等学校电子信息类专业规划教材

自动控制原理学习指导

姚佩阳 主 编

曹 锦 李 峰 副主编

清华大学出版社

北京交通大学出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书是教材《自动控制原理》(姚佩阳主编)的辅助教学用书,系统而精练地总结了经典控制理论和现代控制理论的基本内容,涵盖了教材中所有习题的分析与解答,有助于学生的学习与提高。

本书可以作为自动化、电子、电气、信息与通信、计算机、机械等专业学生学习自动控制原理和参加相关考试的复习参考资料。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理学习指导/姚佩阳主编. —北京:清华大学出版社;北京交通大学出版社, 2005.6

(21世纪高等学校电子信息类专业规划教材)

ISBN 7-81082-541-0

I. 自… II. 姚… III. 自动控制理论-高等学校-教学参考资料 IV. TP13

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第054637号

责任编辑:刘元弘

出版者:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686414

印刷者:北京鑫海金澳胶印有限公司

发行者:新华书店总店北京发行所

开本:185×260 印张:7 字数:169千字

版次:2005年6月第1版 2005年6月第1次印刷

书号:ISBN 7-81082-541-0/TP·201

印数:1~4 000册 定价:12.00元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。
投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail:press@center.bjtu.edu.cn。

前 言

本书是教材《自动控制原理》(姚佩阳主编)的辅助教学用书。全书共9章,内容包括基本概念、主要公式等,大部分章配有例题分析、习题解答,目的在于使学生掌握和理解经典控制理论的基本概念和基本分析方法,初步掌握现代控制理论的基础知识。

本书由姚佩阳教授主编,冯新喜教授审阅,曹锦、李峰参加编写。感谢戴苏榕、任宇环、周国超、陈伟达、韩仁杰在本书编写中所做的工作。刘作良、常国岑、周生炳、任昭东等教授对本书编写工作进行指导,这里谨表示诚挚的感谢。

作者水平有限,书中难免有不当之处,敬请广大读者批评指正。

编 者
2005年6月

目 录

第1章 绪论	(1)
1.1 基本概念	(1)
1.1.1 基本术语	(1)
1.1.2 基本控制方式	(1)
1.1.3 控制系统的分类	(2)
1.1.4 自动控制系统的组成	(3)
1.1.5 控制系统的基本要求	(4)
1.2 典型例题	(5)
1.3 习题解答	(6)
第2章 数学基础	(10)
2.1 拉普拉斯变换	(10)
2.1.1 拉普拉斯变换的定义	(10)
2.1.2 拉普拉斯变换的性质	(10)
2.2 拉普拉斯变换定理	(12)
2.2.1 平移函数	(12)
2.2.2 $f(t)$ 与 e^{-at} 相乘	(12)
2.2.3 时间比例尺	(12)
2.2.4 微分定理	(12)
2.2.5 终值定理	(13)
2.2.6 初值定理	(13)
2.2.7 积分定理	(13)
2.3 拉普拉斯反变换	(14)
2.3.1 拉普拉斯反变换的概念	(14)
2.3.2 拉普拉斯反变换的计算	(14)
第3章 控制系统的数学模型	(17)
3.1 基本概念	(17)
3.1.1 线性控制系统数学模型	(17)
3.1.2 线性控制系统的传递函数	(18)
3.1.3 结构图	(20)
3.1.4 信号流程图	(22)
3.1.5 闭环控制系统的传递函数	(23)
3.2 习题解答	(24)

第4章 时域分析法	(32)
4.1 基本概念	(32)
4.1.1 典型输入信号	(32)
4.1.2 阶跃响应的性能指标	(33)
4.1.3 一阶系统时域分析	(34)
4.1.4 二阶系统时域分析	(34)
4.1.5 控制系统的稳定性	(36)
4.2 习题解答	(38)
第5章 根轨迹法	(44)
5.1 基本概念	(44)
5.1.1 根轨迹的概念	(44)
5.1.2 绘制根轨迹的基本法则	(45)
5.2 习题解答	(46)
第6章 频域分析法	(55)
6.1 基本概念	(55)
6.1.1 频率特性的概念	(55)
6.1.2 典型环节的频率特性	(57)
6.1.3 稳定性判断	(58)
6.1.4 稳定裕度	(60)
6.2 习题解答	(61)
第7章 控制系统的校正	(73)
7.1 基本概念	(73)
7.1.1 控制系统校正的概念	(73)
7.1.2 串联校正	(73)
7.1.2 反馈校正	(77)
7.2 习题解答	(77)
第8章 非线性控制系统	(83)
8.1 基本概念	(83)
8.1.1 描述函数分析法	(83)
8.1.2 相平面分析法	(85)
8.2 典型例题	(90)
第9章 状态空间分析法	(93)
9.1 基本概念	(93)
9.1.1 状态空间方程的建立	(93)
9.1.2 连续系统状态方程的解法	(97)
9.1.3 系统的能控性和能观测性	(98)
9.2 习题解答	(99)
参考文献	(106)

第 1 章 绪 论

本章主要介绍自动控制的基本概念，掌握自动控制系统基本控制方式，通过习题练习使同学们初步掌握对自动控制系统进行定性地粗略分析的技能。

1.1 基本概念

1.1.1 基本术语

1. 被控制对象

被控制对象简称被控对象（又称受控对象，被调整对象），被控对象是指要求实现自动控制的机器、设备或生产过程，例如机床、发电机、烘炉以及石油化工生产过程等。

2. 控制装置

控制装置是指对被控对象起控制作用的设备总体，包括测量装置、比较装置、放大装置和执行机构等。

3. 被控量

被控量是指被控对象中要求保持给定数值或按给定规律变化的物理量，如电动机转速、刀架位置、烘炉温度、水池水位等。显然，被控量总是选择表征被控对象工作状态的主要参量，一般为系统的输出量。

4. 给定值

给定值是指作用于控制系统输入端并作为控制依据的物理量。一般为系统的参考输入量或输入信号。

5. 干扰量

干扰量除给定值外，凡能引起被控量变化的外界变量或因素都是干扰量。如系统外的负载变化，电源电压及频率的变化，环境温度、湿度和气压的变化等。干扰量将破坏被控量与给定值间预定的函数关系。

6. 自动控制

自动控制是指在没有人直接操作的情况下，利用控制装置使被控制对象（如机器、设备或生产过程）的某一物理量或工作状态自动地按照预定的规律运行或变化。

7. 自动控制系统

自动控制系统是指能够对被控制对象的工作状态进行自动控制的系统。一般由控制装置和被控制对象组成。

1.1.2 基本控制方式

1. 开环控制

开环控制是指组成系统的控制装置与被控对象之间只有顺向作用，而没有反向联系的

控制过程。

开环控制系统的输出量对系统的控制作用没有任何影响。如图 1-1 所示。

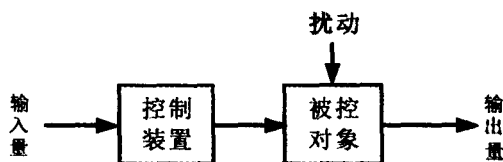


图 1-1 开环控制系统典型方框图

2. 闭环控制

闭环控制是指控制装置与被控对象之间既有顺向作用，又有反向联系的控制过程，即反馈控制。

闭环控制系统的输出量对系统的控制作用产生直接影响，如图 1-2 所示。

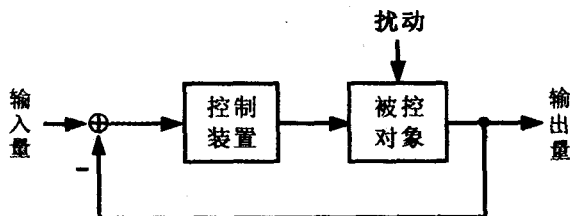


图 1-2 闭环控制系统典型方框图

1.1.3 控制系统的分类

自动控制系统的分类方法有很多种，常用的分类方法如下。

1. 按照描述系统的数学模型不同分类

(1) 线性控制系统

在自动控制系统中，线性控制系统的数学模型（又称运动方程）是用线性代数方程式、线性微分方程式、线性差分方程式等来描述，其主要特点是：组成系统的元器件都是线性的，且系统的响应与初始状态无关，系统的稳定性与输入信号无关，满足均匀性和叠加性。

如果组成线性控制系统的元器件参数都是不随时间变化的常数，则系统的数学模型是系数均为常数的线性微分方程式，称这样的线性控制系统为定常线性控制系统或线性时不变系统。

(2) 非线性控制系统

如果组成控制系统的元器件至少有一个是非线性的，则称这样的控制系统为非线性控制系统。在非线性控制系统中，系统的响应与初始状态有极大的关系，不能运用叠加原理。

2. 按照系统中传送信号的性质不同分类

(1) 连续控制系统

所谓连续控制系统是指系统中各部分信号都是连续函数形式的模拟量。连续控制系统有线性连续控制系统和非线性连续控制系统两类。

(2) 离散控制系统

离散控制系统是指在系统中至少有一处的信号是脉冲序列或数码形式。描述离散控制系统的运动方程是差分方程式，离散控制系统有线性离散控制系统和非线性离散控制系统两类。

3. 按照系统输入信号的变化规律不同分类

(1) 自动调节系统

自动调节系统（又称自动调整系统或自动稳定系统）是一种反馈控制系统，它的基本作用在于使系统的输出量不受扰动等因素的影响而保持恒定。也就是说，在存在扰动的情况下，将系统的实际输出量保持在希望数值上。这类系统的输入信号在一段时间内为常量，称为参考信号或基准信号。

(2) 随动系统

随动系统（又称跟踪系统）也是一种反馈控制系统，它的基本作用在于使系统的输出量能够不受扰动等因素的影响而及时、准确地随着输入量的变化而变化。也就是说，在存在扰动的情况下，将系统的实际输出量与输入量的偏差控制到最小。这类系统的输入信号通常是时间的不确定函数，随工作的要求变化。

1.1.4 自动控制系统的组成

典型的自动控制系统基本组成方框图如图 1-3 所示。

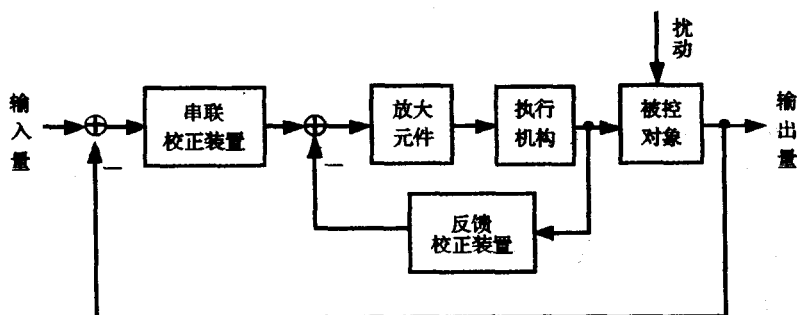


图 1-3 自动控制系统的组成

在图 1-3 中，系统的基本组成元件或装置和被控对象都用方框表示；信号的传输方向用箭头表示，该传输方向是单向不可逆的，这是由元件的物理特性所决定；符号“⊕”表示误差检测器；“-”号表示输入信号与反馈的信号相减，即负反馈。

自动控制系统的组成元件或装置的基本功能如下：

(1) 误差检测器

又称误差敏感元件，它的作用是对系统输出量进行测量，并将系统的输出量与输入信号转化为同一物理量（一般为电量）并进行比较，得到偏差（或误差）信号，用来控制后级。误差敏感元件对信号起综合作用，这个作用往往是由测量元件和比较元件共同完成，简称综合器或比较器。

(2) 放大元件

它的作用是实现前级微弱的偏差信号的放大和变换，输出具有足够功率和满足要求的物理量，用来推动后级的执行机构。

(3) 执行机构

它的作用是在前级送来的信号控制下，完成对被控对象的控制任务，使执行机构按照输入信号的要求进行工作。

(4) 被控对象

自动控制系统需要进行控制的机器、设备或生产过程。被控对象内要求实现自动控制的物理量称为被控制量或系统输出量。

(5) 校正装置

它的作用是用来改善个别元件或装置的工作性能，也可以用于改善系统的性能。校正装置主要包括串联校正装置和反馈校正装置。

在图 1-3 中，信号从输入端沿箭头方向到达输出端的传输通路称为前向通路；系统输出量反馈到输入端的传输通路称为主反馈通路，前向通路与主反馈通路一起，构成主回路。此外，还有局部反馈通路以及由它组成的内回路，如放大元件、执行机构、反馈校正装置和综合器构成的内回路。只有一条反馈通路的闭环控制系统称单回路系统，有两条以上反馈通路的闭环控制系统，称为多回路系统。

1.1.5 控制系统的基本要求

1. 稳定性

控制系统稳定是其能正常工作的必要条件。系统稳定性包括两层的含义，分别称为绝对稳定性和相对稳定性。

绝对稳定性就是通常所说的稳定性，即系统稳定。而相对稳定性是指系统的输出相应振荡的强烈程度，如果随着时间的增加系统振荡的振幅逐渐减小，并很快恢复到原来的静止状态，则称这种振荡为衰减振荡，这时系统是稳定的；反之，随着时间的增加系统振荡的振幅是恒值或者是逐渐增加的，则称为等幅振荡或发散振荡，这时的系统振荡不止或振荡愈演愈烈，那么系统就是不稳定的。

2. 响应速度

对于自动控制系统，它受到的外作用是多种多样的，既有确定性外作用，又有随机性外作用。对不同形式的外作用，系统有不同的输出特性，一般称为响应特性。

当系统受到外作用时，其输出将会发生相应变化。由于系统中总是包含具有惯性或储能特性的元件，因此，系统的输出量不可能立刻按希望的规律变化，而是要经过一段过渡过程，然后才能达到稳态，这个过渡过程称为暂态过程或动态过程。系统在暂态过程中的工作情况，就反映了系统的响应速度，要具有快速性和平稳性。

3. 精确度

控制系统的精确度一般用系统在稳态工作时的误差来衡量。系统在输入信号的作用下，其输出响应经过暂态过程进入某种稳态后，系统的输出量与希望值之间存在的误差叫做稳态误差。一般要求稳态误差小、控制精度高。

1.2 典型例题

【例题 1-1】设直流电动机转速控制系统如图 1-4 (a)、(b) 所示，简述其工作原理，并画出系统的原理方框图。

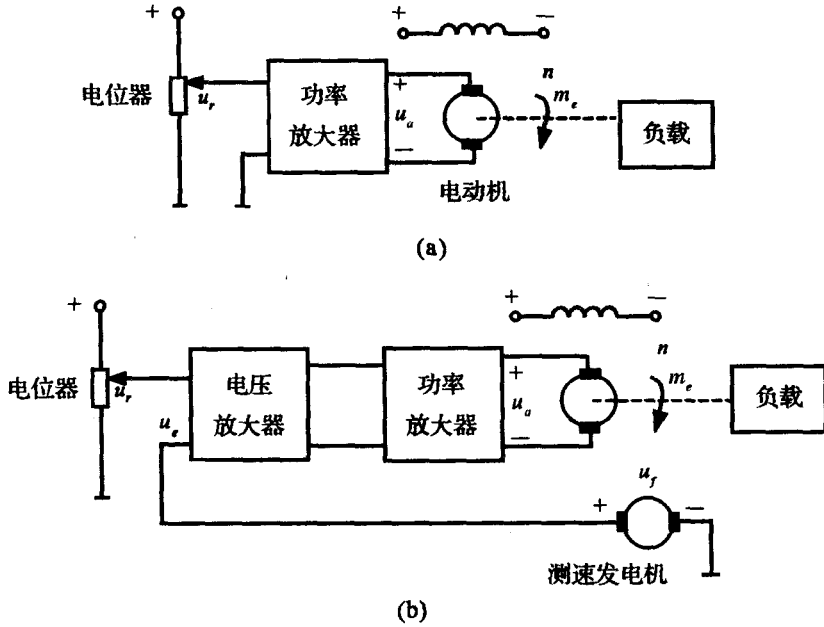


图 1-4 例题 1-1 图

例题 1-1 解：图 1-4 (a)、(b) 所示控制系统的控制方式分别是开环控制和闭环控制，通过对这两种控制方式的分析和比较，理解开环控制方式和闭环控制方式的工作过程及各自优缺点。

图 1-5 所示为图 1-4 (a) 的原理方框图。这是一个直流电动机转速控制系统，其控制任务是使电动机的转速 n 等于给定转速 n_r ，电动机为被控对象；系统参考输入量为给定转速 n_r ，不同的给定电压 u_r 对应于不同的给定转速 n_r ，给定电压 u_r 可通过改变电位器滑臂位置来调节；系统输出量为电动机的转速 n ，当给定电压 u_r 经功率放大器放大后，作为电动机的输入电压 u_a 来控制电动机的转速 n ，当负载力矩 m_e 不变时， u_r 与 n 有一一对应的关系，因此可由给定电压 u_r 直接控制电动机的转速 n ，故该系统是一个开环控制系统。

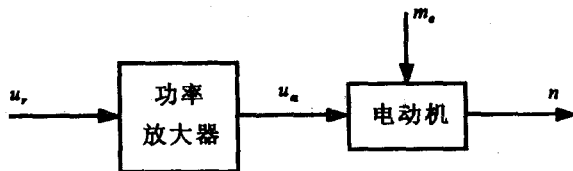


图 1-5 例题 1-1 图 (a) 的原理方框图

开环控制系统结构简单、成本低、容易实现，但当系统出现扰动时（例如负载力矩 m_e 发生变化时），将会引起转速 n 的变化，这种变化信息无法反馈到系统的输入端来改变电动机的输入电压 u_a ，因此会导致电动机的转速偏离给定值。所以开环系统的抗干扰能力差，控制精度较低。

图 1-6 所示为图 1-4 (b) 的原理方框图，是在图 1-5 所示开环控制系统的基础上增加了一个测速发电机和电压放大器。其中测速发电机是测量元件，用来测量电动机的转速 n ，并给出与转速成比例的电压信号 u_f 。 u_f 反馈到系统输入端与给定电压 u_r 相比较得到偏差信号 $u_e = u_r - u_f$ ，从而实现系统的自动控制。一般 u_e 较微弱，故需增加一个电压放大器，用放大后的电压作为功率放大器的输入信号。当电动机正常工作时，对于给定电压 u_r ，电动机必有确定的转速 n 与给定值 u_r 相对应，同时亦有相应的测速发电机电压 u_f ，偏差 u_e 和控制电压 u_a 。如果电动机的负载力矩 m_e 发生变化，例如增加负载，则将使电动机的转速降低而偏离给定值，同时测速发电机电压 u_f 将相应减小，而偏差电压 u_e 和控制电压 u_a 将因此增大，从而使电动机转速回升到给定值附近；反之亦然。所以该系统可以根据给定值的要求，自动地调节电动机的转速，故该系统是一个闭环控制系统。

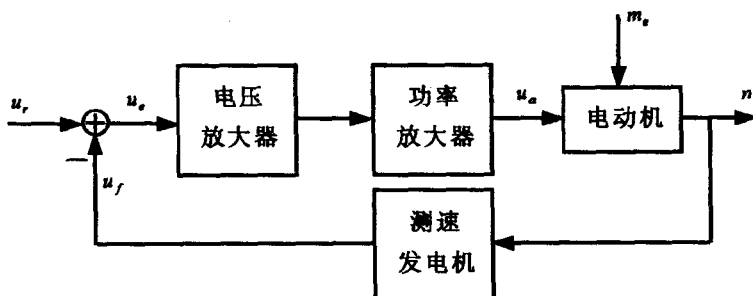


图 1-6 例题 1-1 图 (b) 的原理方框图

闭环控制系统通过反馈控制装置，可以抑制扰动对被控量产生的影响，有较高的控制精度。但是，这类控制系统使用的元部件较多，结构较复杂，系统的分析与设计也比较麻烦。尽管如此，闭环控制仍然是一类重要的并被广泛应用的控制方式。自动控制理论中主要的研究对象就是用这种控制方式所构成的自动控制系统。

1.3 习题解答

【习题 1-1】举出几个日常生活中的开环控制系统和闭环控制系统的例子，并说明其工作原理。

习题 1-1 解：根据开环控制的基本概念，日常生活中经常遇到的开环控制系统有：照明灯的亮和熄、煤气灶的开和关、吊扇的开和关等，工作原理（略）；根据闭环控制的基本概念，日常生活中经常遇到的闭环控制系统有：空调机和电冰箱的温度控制、压力锅的压力控制等，工作原理（略）。

【习题 1-2】图 1-7 所示为一随动系统。试说明其工作原理并画出其原理方框图。

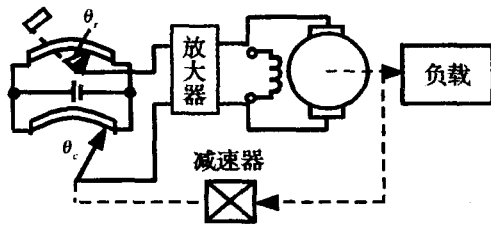


图 1-7 习题 1-2 图

习题 1-2 解：图 1-7 所示为角位移随动系统，其基本组成、元部件和有关变量在随动系统中具有代表性，是自动控制技术的典型应用。

(1) 系统的工作原理

如图 1-7 所示，该控制系统的任务是控制负载的角位移 θ_c 跟踪输入手柄的角位移 θ_r 。

当负载的转角 θ_c 与手柄转角 θ_r 一致时，即 $\theta_c = \theta_r$ ，两个环形电位器组成的桥式电路处于平衡状态，电桥的输出电压为零，电动机不转动，系统处在平衡状态。

当手柄转角 θ_r 发生变化时，负载的转角 θ_c 与手柄转角 θ_r 不一致，则电桥有输出电压，此电压信号经放大器放大后驱动电动机转动，使负载角位移 θ_c 趋向 θ_r 变化，即逐步使 θ_r 和 θ_c 的偏差减小，直到 $\theta_c = \theta_r$ ，电桥的输出电压为零，电机停止转动，系统达到新的平衡状态。因此，当 θ_r 任意变化时，控制系统均能保证 θ_c 跟随 θ_r 的任意变化，从而实现角位移的跟踪目的。

(2) 系统的原理方框图

绘制系统原理方框图的一般方法是，先根据系统的控制目的和任务确定系统的输入量和输出量，然后按控制系统的基本组成划分为若干个相对独立的部分（如被控对象、测量元件、比较元件、放大元件及执行机构等），最后从输入量开始，按信号传递的顺序和方向将各部分连接起来，即可得出系统原理方框图。该系统中的手柄是给定元件，手柄角位移 θ_r 是给定值（参考输入量），负载是被控对象，负载的角位移 θ_c 是被控量（系统输出量）。电桥电路是测量和比较元件，它测量出系统输入量和输出量的跟踪偏差 $(\theta_r - \theta_c)$ 并转换为电压信号，该电压信号经放大后驱动电动机，而电动机和减速器组成系统的执行机构。系统的原理方框图如图 1-8 所示。

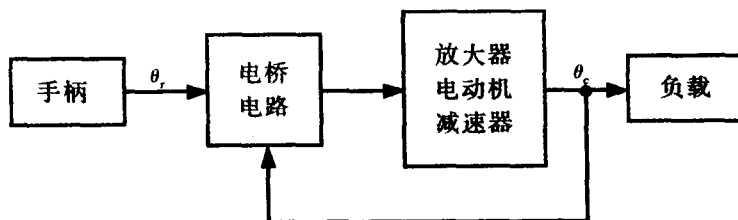


图 1-8 习题 1-2 图 (a) 的原理方框图

【习题 1-3】图 1-9 所示为水位自动控制系统的示意图。试说明系统的工作原理，并画出其原理方框图。

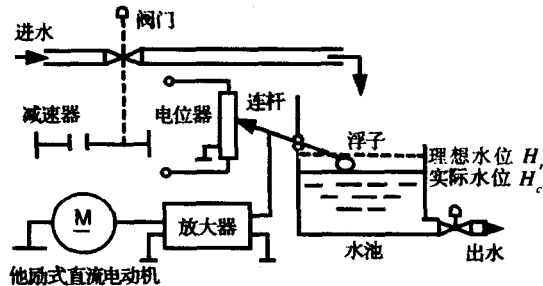


图 1-9 习题 1-3 图

习题 1-3 解：图 1-9 所示为典型的恒值控制系统，通过对该系统工作原理的分析，便于理解和掌握闭环控制系统原理方框图的正确画法。

(1) 系统的工作原理

如图 1-9 所示，水位自动控制系统的控制任务是，使水箱的实际水位高度 H_c 等于给定理想水位高度 H_r 。

当水箱的实际水位 H_c 正好等于理想水位 H_r 时，电位器电刷的位置对应于电位器的接地点，供给电动机的电枢电压为零，电动机不动，控制阀门保持原有的开度，使水箱中的流入水量与流出水量相等，系统处在平衡状态。

当水箱中的流入水量或流出水量发生变化时，例如出水量增加，水箱水位会下降，浮子位置也相应下降，通过连杆作用使电位器电刷上移，于是给电动机电枢提供一定的控制电压，经放大器放大后使电动机转动，带动减速器调节控制阀门，增大进水量，使水箱水位升高，这时，浮子位置相应升高，并通过连杆改变电位器电刷的位置，进而调整电动机的转速，控制进水量，直到实际水位等于理想水位，系统重新处于平衡状态。反之，若由于流入水量或流出水量的变化使水箱水位升高，系统会自动减小控制阀门的开度，减小流入水量，使实际水位降到希望的水位高度上。

(2) 系统的原理方框图

在本系统中，被控对象是水箱，它是一个看得见的实体。水箱的实际水位 H_c 是被控制量，表征被控对象的工作状态，也是系统的输出量。 H_r 是水箱的理想水位，为给定的水位希望值，也是系统的参考输入量（或给定输入量）。水箱中的浮子跟随液面上下浮动，反映水位的实际高度 H_c ，同时可以表明实际水位与希望水位的偏差 $H_e = H_r - H_c$ ，相当于系统中的测量和比较元件。另外，系统的流出水量是引起实际水位发生变化的不利因素或变量，称为扰动量（或干扰输入量）。系统的原理方框图如图 1-10 所示。

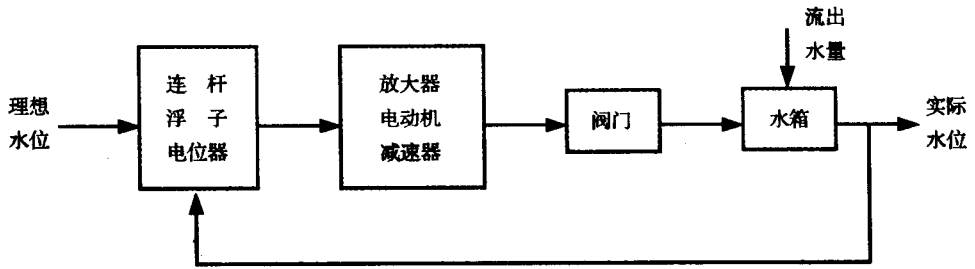


图 1-10 习题 1-3 原理方框图

应当指出，在确定该系统变量时，不要将水箱的流入水量和流出水量误认为是系统的输入量和输出量。

第2章 数学基础

拉普拉斯变换法是一种解线性微分方程的简便运算方法，是后续学习的数学基础。利用拉普拉斯变换，能使许多普通函数，如正弦函数、指数函数转换成复变数的代数函数；微积分的运算可以由在复平面内的代数运算代替。这样，线性微分方程就转换成复变数的代数方程，解微分方程就可以同时获得解的瞬态分量和稳态分量。

2.1 拉普拉斯变换

2.1.1 拉普拉斯变换的定义

函数 $f(t)$ 的拉普拉斯变换定义为：

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

其中：

- (1) $f(t)$ 为时间 t 的函数，且当 $t < 0$ 时， $f(t) = 0$ ；
- (2) s 为复变数， \mathcal{L} 为运算符号；
- (3) $F(s)$ 为 $f(t)$ 的拉普拉斯变换。

2.1.2 拉普拉斯变换的性质

- (1) 若函数 $f(t)$ 存在拉普拉斯变换，即

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$$

那么，函数 $Af(t)$ 的拉普拉斯变换

$$\mathcal{L}[Af(t)] = A\mathcal{L}[f(t)] = AF(s)$$

式中 A 是常数。

- (2) 若函数 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 存在拉普拉斯变换，即

$$F_1(s) = \mathcal{L}[f_1(t)]$$

$$F_2(s) = \mathcal{L}[f_2(t)]$$

那么，函数 $f_1(t) + f_2(t)$ 的拉普拉斯变换

$$\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = \mathcal{L}[f_1(t)] + \mathcal{L}[f_2(t)] = F_1(s) + F_2(s)$$

表 2-1 给出了拉普拉斯变换对照表。

表 2-1 拉普拉斯变换对照表

序号	$f(t)$	$F(s)$
1	$\delta(t)$	1
2	$1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
5	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
6	$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
7	$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
8	$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
9	$t^n e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
10	$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
11	$\frac{1}{b-a}(be^{-bt} - ae^{-at})$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$
12	$\frac{1}{ab} \left[1 + \frac{1}{a-b}(be^{-at} - ae^{-bt}) \right]$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$
13	$e^{-at} \sin\omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
14	$e^{-at} \cos\omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
15	$\frac{1}{a^2}(at - 1 + e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s+a)}$
16	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2}$	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$
17	$\frac{-1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} - \phi) \quad \phi = \arctan \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$